



Εργαστηριακή Αναφορά 2

Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο

Δημήτρης Κατσαμπάνης, 2016010008

Αλέξανδρος Ρασούλης, 2015010123

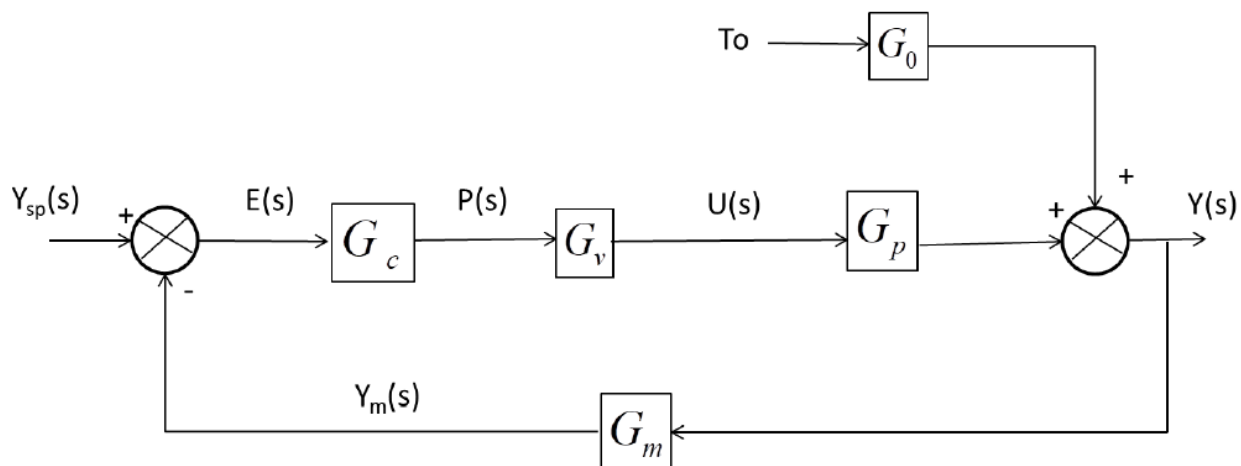
14/1/2021

Περιεχόμενα

Εκφώνηση Άσκησης	2
Ερώτημα Α	3
Ανάλυση εξισώσεων	3
Ερώτημα Β	6
Ερώτημα Γ	10
Ερώτημα Δ	11
Δ1.	11
Δ2.	16
Επίλογος.....	19

Εκφώνηση Άσκησης

Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται το σύστημα κλειστού βρόχου με αρνητική ανατροφοδότηση που αφορά τον έλεγχο θερμοκρασίας σε φούρνο υψηλών θερμοκρασιών. Η εν λόγω διάταξη παρουσιάστηκε στο Εργαστήριο Βιομηχανικών, Ενεργειακών και Περιβαλλοντικών Συστημάτων και οι συναρτήσεις μεταφοράς παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα ελαφρά τροποποιημένες.



Σχήμα 1. Σύστημα κλειστού βρόχου με αρνητική ανατροφοδότηση που περιγράφει τον έλεγχο λειτουργίας του φούρνου υψηλών θερμοκρασιών

Μετρητικό Στοιχείο	$G_m = \frac{1}{s + 1}$
Φούρνος Υψηλών θερμοκρασιών	$G_p = \frac{1}{2s + 1}$
Αρχικές Συνθήκες	$G_0 = \frac{2}{2s + 1}$
Ελεγκτής	Προς διερεύνηση (P, PI, PID)
Τελικό Στοιχείο Ενεργοποίησης	$G_v = \frac{1}{3s + 1}$

Πίνακας 1

Ερώτημα Α

Σε πρώτο επίπεδο, θα δημιουργηθεί η εξίσωση μεταφοράς του συστήματος.

Ανάλυση εξισώσεων

$$Y(s) = \frac{G_p G_v G_v}{1 + G_p G_v G_c G_m} Y_{sp}(s) + \frac{G_d}{1 + G_p G_v G_c G_m} * T_0 \quad (1)$$

$$Y(s) = \frac{K_c}{1 + K_c(6s^3 + 11s^2 + 6s + 1)} Y_{sp}(s) \quad (2)$$

Ο κοινός παρονομαστής των 2 μελών της εξίσωσης (1) αποτελεί την χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος. Ο γεωμετρικός τόπος των πόλων-ριζών υπολογίζεται με την εύρεση των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης.

Πρώτα από όλα θα υπολογίζονται οι ρίζες της εξίσωσης $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K_c}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow G(s) = \frac{K_c}{(s + 1)(2s + 1)(3s + 1)} \quad (3)$$

Σημειώνεται πως οι ρίζες του παρονομαστή είναι το **-1**, το **-0.5** και το **-1/3**.

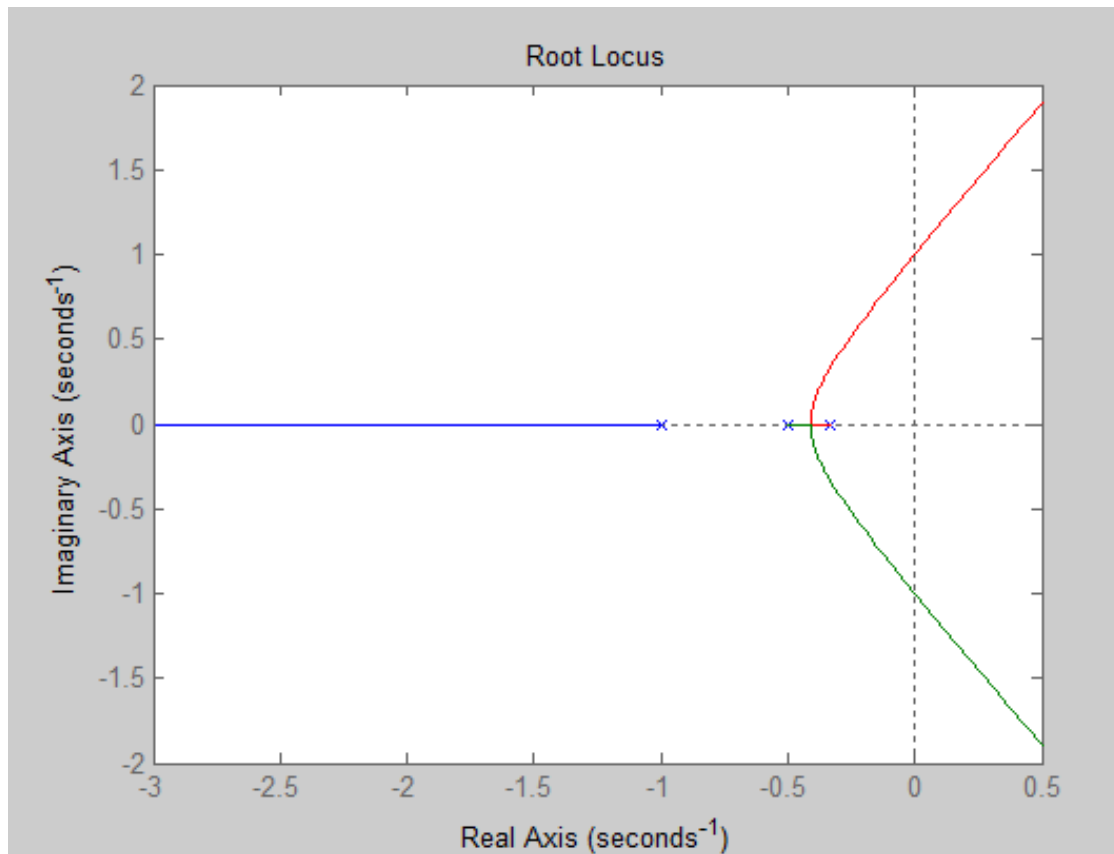
Στη συνέχεια παρουσιάζετε ο κώδικας της Matlab που επιλύει το συγκεκριμένο πρόβλημα καθώς και το γράφημα που περιέχει τον γεωμετρικό τόπο των πόλων του συστήματος. Επιπρόσθετα το K_c ορίστηκε ίσο με 1 ώστε να υπολογιστούν οι πόλοι παρότι είναι ήδη γνωστό πως η τιμή του δεν είναι υποχρεωτικά 1.

```

1 -   clc
2 -   clear
3
4 -   syms s
5 -   Kc=1;
6
7 -   Yl=Kc/(6*s^3+11*s^2+6*s+1);
8
9 -   H=Yl;
10
11 -   [num, den]=numden(H)
12 -   num=sym2poly(num);
13 -   den=sym2poly(den);
14
15 -   roots_num=roots(num)
16 -   ROOTS=roots(den)
17 -   [a,b]=size(ROOTS)
18
19 -   for i=1:1:a;
20 -       if ROOTS(i) > 0
21 -           disp('το σύστημα είναι ασταθές')
22 -       elseif ROOTS(i) < 0
23 -           disp('το σύστημα είναι ευσταθές')
24 -       else
25 -           disp('το σύστημα είναι οριακά ευσταθές')
26 -       end
27 -   end
28
29 -   Gs=tf(num,den)
30 -   rlocus(Gs)

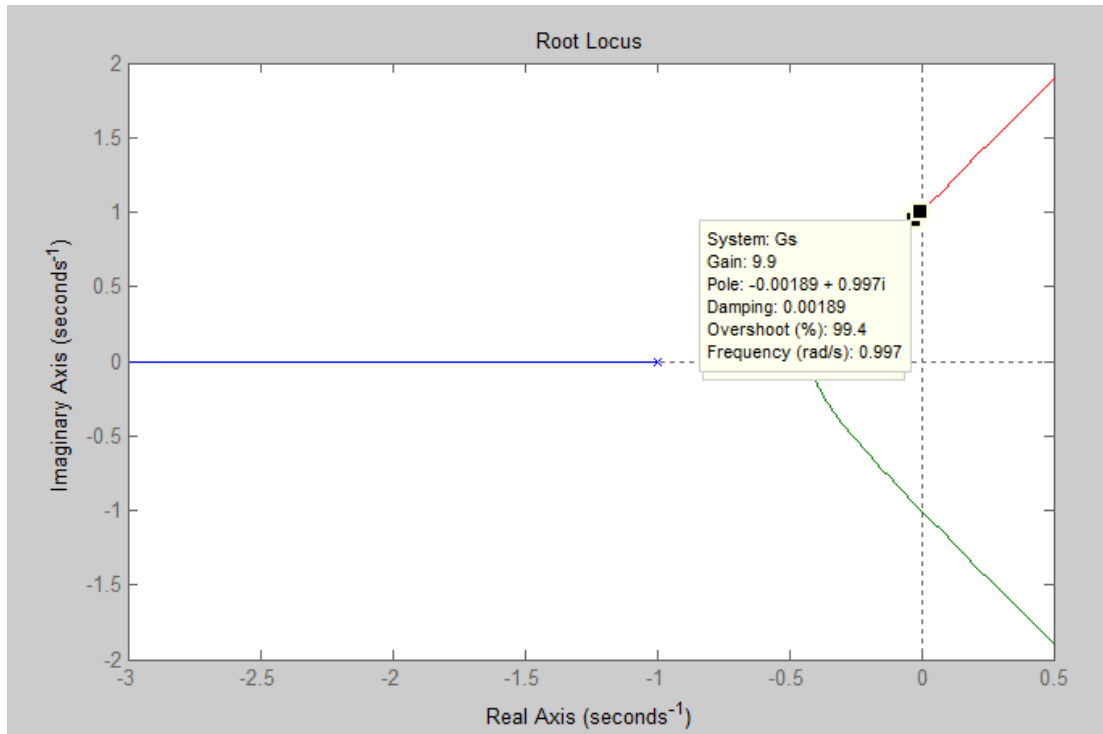
```

Εικόνα 1.1



Γράφημα 1.1

Στη συνέχεια υπολογίζεται η κρίσιμη τιμή ενίσχυσης του αναλογικού ελεγκτή K_{cr} για το οποίο το παραπάνω σύστημα εμφανίζει οριακή ευστάθεια. Είναι γνωστό ότι πόλοι της χαρακτηριστικής εξίσωσης του κλειστού συστήματος μεταβάλλονται καθώς το K_c μεταβάλλεται. Συνεπώς, εντοπίζοντας το σημείο στο **γράφημα 1** όπου η τιμή του $K_c = K_{cr}$ ο γεωμετρικός τόπος εφάπτεται στον κάθετο άξονα των φανταστικών αριθμών. Καθώς οι κλάδοι 2 και 3 (δηλαδή αυτοί με φανταστικό μέρος) είναι συμμετρικοί ως προς τον άξονα των πραγματικών αριθμών άρα η τιμή του K_{cr} αντίστοιχα είναι ίδια. Όπως φαίνεται και στο γράφημα 2 το K_{cr} ισούται με 9.9~ 10. Καθώς αυτό ήταν το πλησιέστερο σημείο με αρνητικό πραγματικό μέρος (-0.00189).



Γράφημα 1.2

Η τιμή P_{cr} προκύπτει από την σχέση $P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega}$ όπου ω είναι το φανταστικό μέρος της ρίζας του παραπάνω διαγράμματος άρα προκύπτει πώς το $\omega=1$, άρα $P_{cr} = \frac{2\pi}{1} = 6,2832$.

Ερώτημα Β

Έχοντας υπολογίσει την κρίσιμη τιμή ενίσχυσης $K_{cr} = 10$ από το προηγούμενο ερώτημα, τώρα θα υπολογιστεί η απόκριση του σήματος $y(t)$ και την απόκριση του σήματος $u(t)$ για το σύστημα κλειστού βρόγχου από το σχήμα 1. Επιπλέον από την εκφώνηση του ερωτήματος προστίθενται τα δεδομένα: $Y_{sp}(s) = \frac{24}{s}$ & $T_0 = 24$. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση 1 τα παραπάνω και όπου $G_c = K_{cr}$, από ερώτημα Α και με χρήση αντίστροφου Laplace, κατασκευάζεται μια σχέση που συνδέει το y με τον χρόνο (t).

$$\begin{aligned}
 (1) \Rightarrow Y(s) &= \frac{\frac{1}{2s+1} * \frac{1}{3s+1} * 10}{1 + \frac{1}{2s+1} * \frac{1}{3s+1} * \frac{1}{s+1} * 10} * \frac{24}{s} + \frac{\frac{2}{2s+1}}{1 + \frac{1}{2s+1} * \frac{1}{3s+1} * \frac{1}{s+1} * 10} * 24 \Rightarrow \\
 \Rightarrow Y(s) &= \frac{10}{\frac{(2s+1)(3s+1)(s+1) + 10}{(s+1)}} * \frac{24}{s} + \frac{1}{\frac{(2s+1)(3s+1)(s+1) + 10}{(3s+1)(s+1)}} * 48 \Rightarrow \\
 \Rightarrow Y(s) &= \frac{10(s+1)}{(2s+1)(3s+1)(s+1) + 10} * \frac{24}{s} + \frac{(3s+1)(s+1)}{(2s+1)(3s+1)(s+1)} * 48 \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{10s + 10}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 11} * \frac{24}{s} + \frac{3s^2 + 4s + 1}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 11} * 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{240s + 240}{6s^4 + 11s^3 + 6s^2 + 11s} + \frac{144s^2 + 192s + 48}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 11} \Rightarrow$$

Σπάμε τα κλάσματα και εφαρμόζουμε αντίστοιχο μετασχηματισμό Laplace

$$\Rightarrow L^{-1}\{y(s)\} = 21.82L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} + 25.01L^{-1}\left\{\frac{1}{6s + 11}\right\} + 7.64L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 + 1}\right\} - 25.99L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 1}\right\} \\ + 41.23L^{-1}\left\{\frac{1}{6s + 11}\right\} + 17.12L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 1}\right\} + 0.61L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 + 1}\right\}$$

$$\text{όπου } H(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = 1, L^{-1}\left\{\frac{1}{6s + 11}\right\} = \frac{1}{6}e^{-\frac{11t}{6}}, L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 1}\right\} = \cos(t), L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 + 1}\right\} = \sin(t)$$

$$\text{άρα } y(t) = 11.05e^{-\frac{11t}{6}} - 8.87 \cos(t) + 8.25 \sin(t) + 21.82 \quad (4)$$

Για τον υπολογισμό του $u(t)$ αρκεί να βρούμε την σχέση του $U(s)$ με το $Ysp(s)$ και το T_o και να επαναλάβουμε την αντίστοιχη διαδικασία με το $Y(s)$.

Γνωρίζουμε από θεωρία ότι η σχέση μεταξύ δυο σημάτων δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$Y(s) = \frac{\Pi_f}{1 + \Pi_l} X(s)$$

Όπου Π_f είναι το γινόμενο όλων των συναρτήσεων μεταφοράς που παρεμβάλλονται μεταξύ των σημάτων εισόδου $X(s)$ και εξόδου $Y(s)$ και Π_l είναι το γινόμενο όλων των συναρτήσεων μεταφοράς στο κλειστό κύκλωμα.

Συνεπώς η σχέση μεταξύ του $U(s)$ και του $Ysp(s)$ είναι:

$$U(s) = \frac{G_c G_v}{1 + G_c G_v G_p G_m}$$

και η σχέση μεταξύ του $U(s)$ και του T_o είναι:

$$U(s) = -\frac{G_v G_c G_m G_d}{1 + G_c G_v G_p G_m}$$

Επομένως έχουμε:

$$U(s) = \frac{G_c G_v}{1 + G_c G_v G_p G_m} - \frac{G_v G_c G_m G_d}{1 + G_c G_v G_p G_m}$$

Αντικαθιστώντας όπου $G_c = K_c = 10$ και εφαρμόζοντας αντίστροφο Laplace λαμβάνουμε:

$$u(t) = 7.64 \cos(t) + 25.98 \sin(t) - 29.46e^{\frac{11}{6}t} + 21.82$$

Στη συνέχεια οι παραπάνω σχέσεις εισάχθηκαν σε κατάλληλο σε κατάλληλο αλγόριθμο Matlab ο οποίος αφενός εξακρίβωσε τα αποτελέσματα και αφετέρου παρήγαγε τα παρακάτω γραφήματα των σημάτων μεταφοράς. Ο χρόνος προσομοίωσης θεωρήθηκε: t από 0 έως 100 sec με βήμα 0.5 sec και η κρίσιμη περίοδος σταθερής ταλάντωσης υπολογίστηκε από την απόσταση των 2 ακμών της κυματικής καμπύλης του $y(t)$. Η μορφή της είναι αναμενόμενη καθώς στη τιμή του G_c έχουμε βάλει την κρίσιμη τιμή ενίσχυσης K_{cr} σύμφωνα με την οποία, υπάρχει οριακή ευστάθεια συστήματος. Δηλαδή δεν υπάρχει ούτε σύγκλιση στο y_{sp} ούτε απόκλιση με αποτέλεσμα να μπορεί να υπολογιστεί και το P_{cr} καθώς το πλάτος κύματος διατηρείται σταθερό. Ακόμη, η κυματοειδής μορφή του $u(t)$, είναι κι αυτή αναμενόμενη καθώς ακολουθεί την $y(t)$. Όπως φαίνεται στα γραφήματα 3, 4 και 5 και η τιμή της είναι $P_{cr} = 6.5 \text{ sec}$ αρκετά κοντά στην θεωρητική τιμή του ερωτήματος Α (6.28 sec).

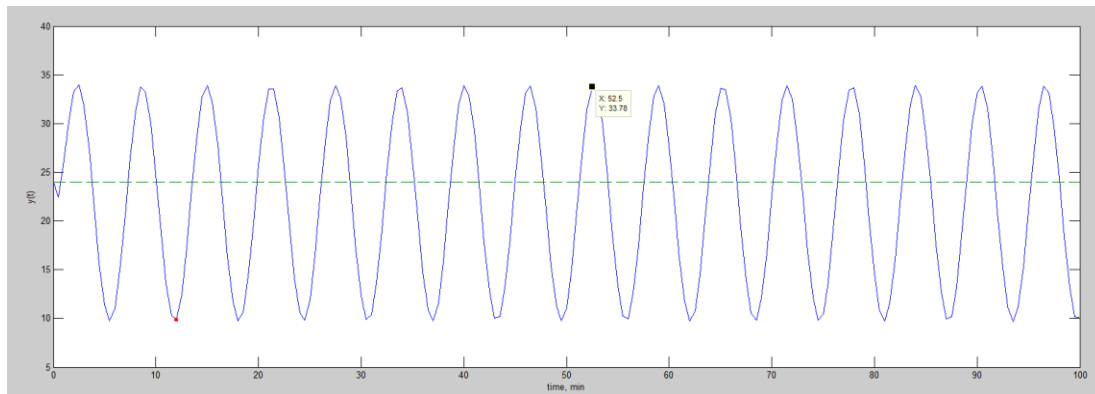
```

Editor - C:\Users\Dimitris\Documents\SE1_2\B.m
A.m B.m C.m D1.m D2.m* +
1 - clc
2 - clear
3
4 - syms s
5
6 - Gp=1/(2*s+1);
7 - Gm=1/(s+1);
8 - Go=2/(2*s+1);
9 - Gv=1/(3*s+1);
10 - Ysp=24/s;
11 - To=24;
12 - Kc=10;
13 - Gc=Kc;
14
15 - Y=Gp*Gv*Gc*Ysp/(1+Gp*Gv*Gc*Gm)+Go*To/(1+Gp*Gv*Gc*Gm);
16 - y=ilaplace(Y)
17 - U=(Gc*Gv*Ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*Gc)-(Go*Gv*Gm*Gc*To)/(1+Gp*Gv*Gm*Gc);
18 - u=ilaplace(U)
19
20 - Total_Time=100;
21 - t=0:0.5:Total_Time;
22 - y=vpa(y);
23 - y=subs(y,t);
24 - y=double(y);
25 - u=vpa(u);
26 - u=subs(u,t);
27 - u=double(u);
28 - yspl=ilaplace(Ysp);
29 - yspl=subs(yspl,t);
30 - yspl=double(yspl);
31
32 - figure(1);plot(t,y,t,yspl,'--');axis([0 max(t) 5 40]);xlabel('time, min');ylabel('y(t)')
33
34
35 - figure(2);plot(t,u);axis([0 max(t) -15 50]);xlabel('time, min');ylabel('u(t)')
36

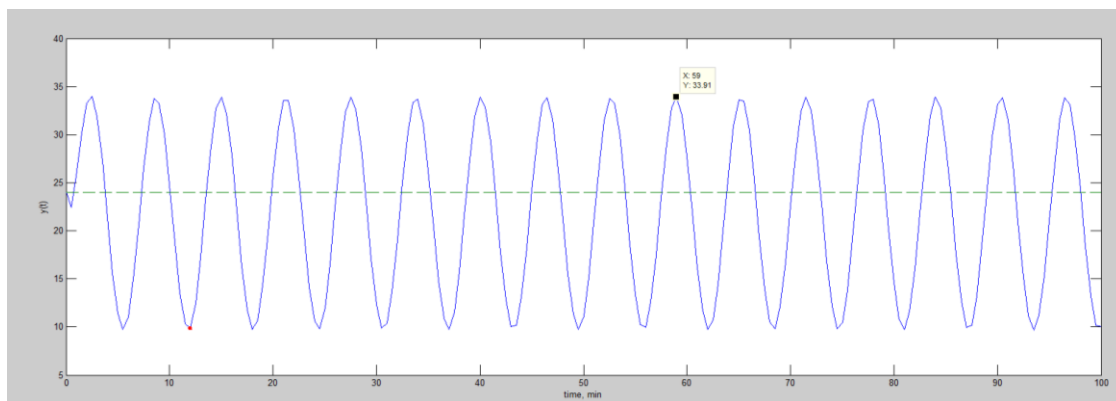
```

Εικόνα 2.1

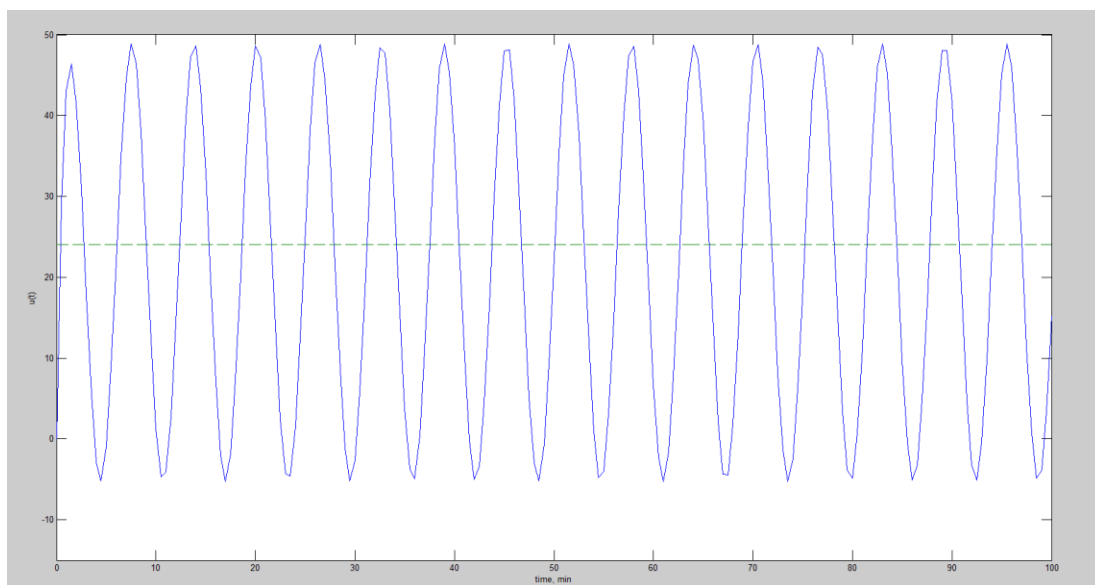
Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο



Γράφημα 2.1, ($y(t), t$)



Γράφημα 2.2, ($y(t), t$)



Γράφημα 2.3, ($u(t), t$)

Ερώτημα Γ

Με βάση τις τιμές $K_{cr} = 10$ & $P_{cr} = 6.5$ (ερώτημα β') θα υπολογιστούν οι παράμετροι των ελεγκτών **P**, **PI** και **PID**, σύμφωνα με τους πίνακες θεωρίας *Ziegler-Nichols*.

Τύπος Ελεγκτή	K_c	τ_I	t_D
P	$0.5 * K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45 * K_{cr}$	$1/1.2 P_{cr}$	0
PID	$0.6 * K_{cr}$	$0.5 * P_{cr}$	$0.125 * P_{cr}$

Πίνακας 3.1, πίνακας *Ziegler-Nichols* από θεωρία

Οι παράμετροι των ελεγκτών είναι οι παρακάτω όπως εμφανίζονται στον πίνακα 3:

Τύπος Ελεγκτή	K_c	τ_I	t_D
P	5	∞	0
PI	4.5	5.4167	0
PID	6	3.25	0.8125

Πίνακας 3.2

Εκ των παραπάνω για τον ελεγκτή P θα ισχύει:

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(t) &= p_s + K_c * E(t) \Rightarrow \\ \Rightarrow P(t) &= p(t) - p_s = K_c * E(t) \xrightarrow{L} \\ \Rightarrow P(s) &= K_c * E(s) \\ \Rightarrow P(s) &= 5 * E(s) \quad (6) \end{aligned}$$

Αντίστοιχα για τον **PI** ελεγκτή θα ισχύει:

$$\begin{aligned} P(t) &= p(t) - p_s = K_c * E(t) + \left(\frac{K_c}{\tau_I}\right) * \int E(t) \xrightarrow{L} \\ \Rightarrow P(s) &= K_c E(s) + \left(\frac{K_c}{\tau_I}\right) \left(\frac{1}{s}\right) * E(s) \Rightarrow \\ \Rightarrow P(s) &= K_c \left[1 + \left(\frac{1}{\tau_I}\right) * \left(\frac{1}{s}\right)\right] * E(s) \\ \Rightarrow P(s) &= 4.5 \left[1 + \left(\frac{1}{5.4167}\right) * \left(\frac{1}{s}\right)\right] * E(s) \quad (7) \end{aligned}$$

Αντίστοιχα για τον **PID** ελεγκτή θα ισχύει:

$$P(t) = p(t) - p_s = K_c * E(t) + \left(\frac{K_c}{\tau_I}\right) * \int E(t) + (K_c * \tau_D) * \frac{dE(t)}{dt} \xrightarrow{L}$$

$$\Rightarrow P(s) = K_c * \left(1 + \left(\frac{1}{\tau_I * s}\right) + \tau_D * s\right) * E(s)$$

$$\Rightarrow P(s) = 6 * \left(1 + \left(\frac{1}{3.25 * s}\right) + 0.8125 * s\right) * E(s) \quad (8)$$

Ερώτημα Δ

Δ1.

Για αυτό το ερώτημα η $Y_{sp}(t)$ θεωρήθηκε ίση με $100 \cdot H(t)$ όπου $H(t)$ η βηματική συνάρτηση heavyside. Οι υπολογισμοί των παραμέτρων των ελεγκτών που υπολογίστηκαν στο ερώτημα Γ αλλά και όλες οι υπόλοιπες απαραίτητες μεταβλητές εισήχθησαν σε κατάλληλο κώδικα Matlab (αρχείο D1.m) (Εικόνα 4.1.1).

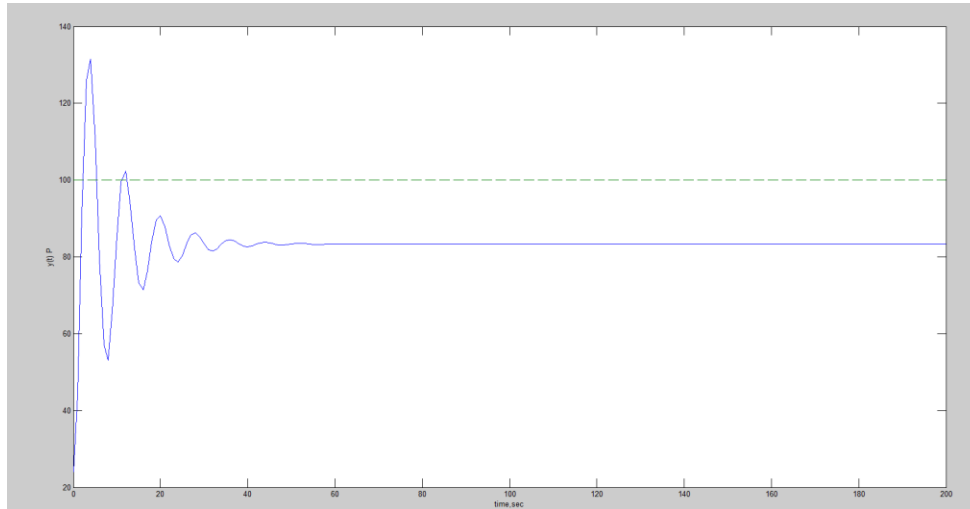
```

1 - syms t
2 -
3 - Gp=1/(2*s+1);
4 - Gm=1/(s+1);
5 - Go=2/(2*s+1);
6 - Gv=1/(3*s+1);
7 -
8 - %P
9 - Kc=0.5*10;
10 - P=Kc;
11 -
12 - %PI
13 - Kc=0.45*10;
14 - tI=(1/1.2)*6.283;
15 - PI=Kc*(1+(1/(tI*s)));
16 -
17 - %PID
18 - Kc=0.6*10;
19 - tI=0.5*6.283;
20 - tD=0.125*6.283;
21 - PID=Kc*(1+(1/(tI*s))+tD*s);
22 -
23 - Ysp=100*heaviside(t); %Ysp(t)
24 - ysp=laplace(Ysp); %Ysp(s)
25 - To=24;
26 -
27 - %P
28 - Y1=(Gp*P*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*P)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*P);
29 - y1=ilaplace(Y1);
30 - U1=(P*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*P)-(Go*Gv*Gm*P*To)/(1+Gp*Gv*Gm*P);
31 - u1=ilaplace(U1);
32 - E1=ysp-Y1;
33 - e1=ilaplace(E1);
34 -
35 - %PI
36 - Y2=(Gp*PI*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PI)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PI);
37 - y2=ilaplace(Y2);
38 - U2=(PI*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PI)-(Go*Gv*Gm*PI*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PI);
39 - u2=ilaplace(U2);
40 - E2=ysp-Y2;
41 - e2=ilaplace(E2);
42 -
43 - %PID
43 - %PID
44 - Y3=(Gp*PID*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PID)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PID);
45 - y3=ilaplace(Y3);
46 - U3=(PID*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PID)-(Go*Gv*Gm*PID*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PID);
47 - u3=ilaplace(U3);
48 - E3=ysp-Y3;
49 - e3=ilaplace(E3);
50 -
51 - Total_Time=200;
52 - t=0:1:Total_Time;
53 -
54 - %P
55 - y1=vpa(y1);
56 - y1=subs(y1,t);
57 - y1=double(y1);
58 - u1=vpa(u1);
59 - u1=subs(u1,t);
60 - e1=vpa(e1);
61 - e1=subs(e1,t);
62 -
63 - %PI
64 - y2=vpa(y2);
65 - y2=subs(y2,t);
66 - y2=double(y2);
67 - u2=vpa(u2);
68 - u2=subs(u2,t);
69 - e2=vpa(e2);
70 - e2=subs(e2,t);
71 -
72 - %PID
73 - y3=vpa(y3);
74 - y3=subs(y3,t);
75 - y3=double(y3);
76 - u3=vpa(u3);
77 - u3=subs(u3,t);
78 - e3=vpa(e3);
79 - e3=subs(e3,t);
80 -
81 - ysp=ilaplace(ysp);
82 - ysp=vpa(ysp);
83 - ysp=subs(ysp,t);
84 - ysp=double(ysp);
85 -
85 -
86 - %P
87 - figure(1);plot(t,y1,t,ysp,'--');axis([0 max(t) 20 140]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) P')
88 - figure(2);plot(t,u1);axis([0 max(t) 0 200]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) P')
89 - figure(3);plot(t,e1);axis([0 max(t) -40 80]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) P')
90 -
91 - %PI
92 - figure(4);plot(t,y2,'g',t,ysp,'--');axis([0 max(t) 20 160]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) PI')
93 - figure(5);plot(t,u2,'g');axis([0 max(t) 0 210]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) PI')
94 - figure(6);plot(t,e2,'g');axis([0 max(t) -80 80]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) PI')
95 -
96 - %PID
97 - figure(7);plot(t,y3,'r',t,ysp,'--');axis([0 max(t) 20 160]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) PID')
98 - figure(8);plot(t,u3,'r');axis([0 max(t) 0 220]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) PID')
99 - figure(9);plot(t,e3,'r');axis([0 max(t) -50 80]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) PID')
100 -
101 - %P,PI,PID
102 - figure(10);plot(t,y1,t,y2,'g',t,y3,'r',t,ysp,'--');axis([0 max(t) 20 180]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) All Conntrollers')

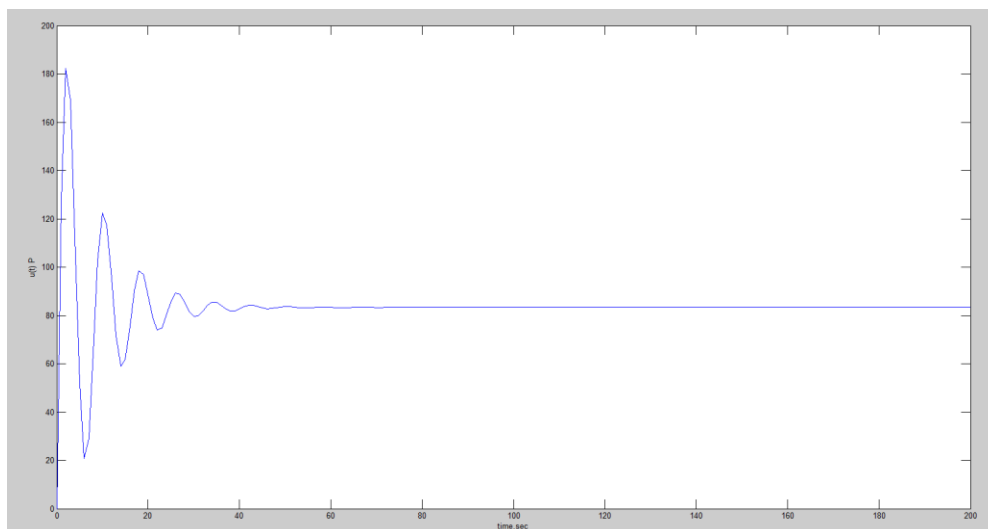
```

Εικόνα 4.1.1 Κώδικας Matlab

Όπως φαίνεται και από τον κώδικα παρήχθησαν 10 γραφήματα. Τρία γραφήματα για κάθε ελεγκτή $y(t)$, $u(t)$ και $e(t)$ όπου $y(t)$, t απεικονίζει την απόκριση του σήματος θερμοκρασίας y , $u(t)$, t απεικονίζει την απόκριση του σήματος u και $e(t)$, t απεικονίζει την απόκλιση του σήματος y από το απαιτούμενο y_{sp} , δηλαδή το σφάλμα. Τέλος, το 10^ο διάγραμμα απεικονίζει τα τρία $y(t)$ των αντίστοιχων ελεγκτών μαζί με το y_{sp} . Να σημειωθεί ότι τα γραφήματα που αφορούν τους ελεγκτές P, PI και PID είναι με μπλε, πράσινο και κόκκινο χρώμα αντίστοιχα και παρουσιάζονται στα γραφήματα 4.1.1-4.1.10.

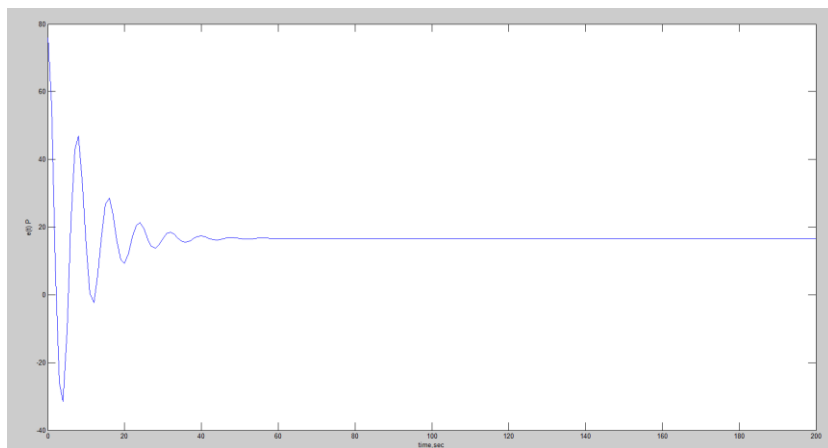


Γράφημα 4.1.1 σήμα θερμοκρασίας $y(t)$ για P ελεγκτή

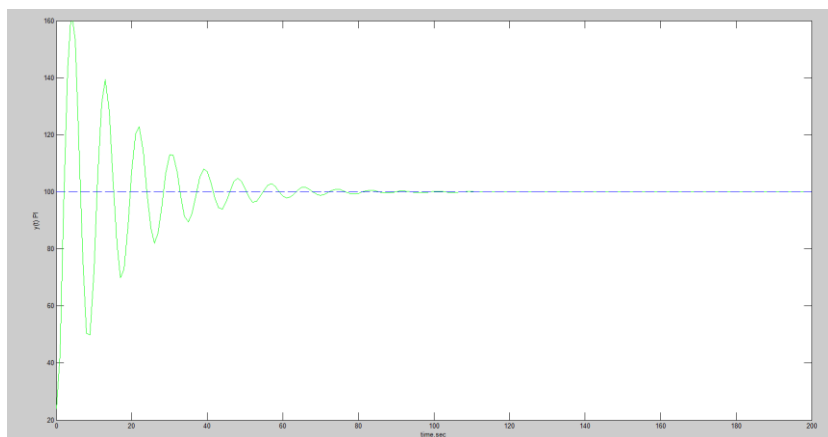


Γράφημα 4.1.2 σήμα $u(t)$ για P ελεγκτή

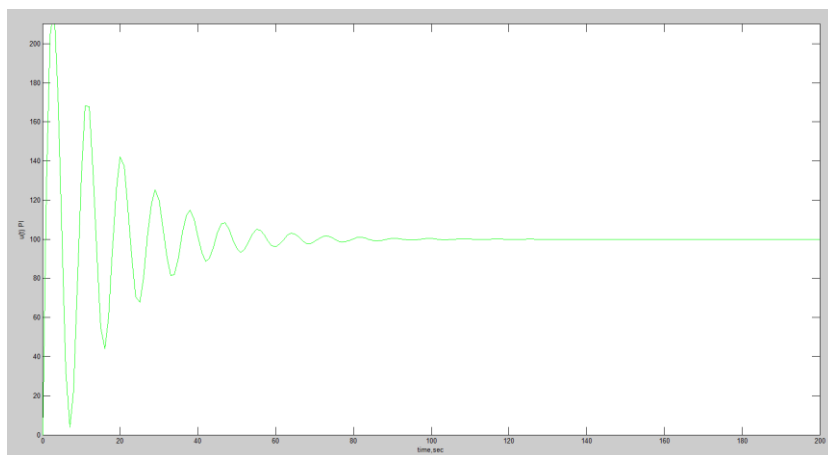
Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο



Γράφημα 4.1.3 σφάλμα $e(t)$ για P ελεγκτή

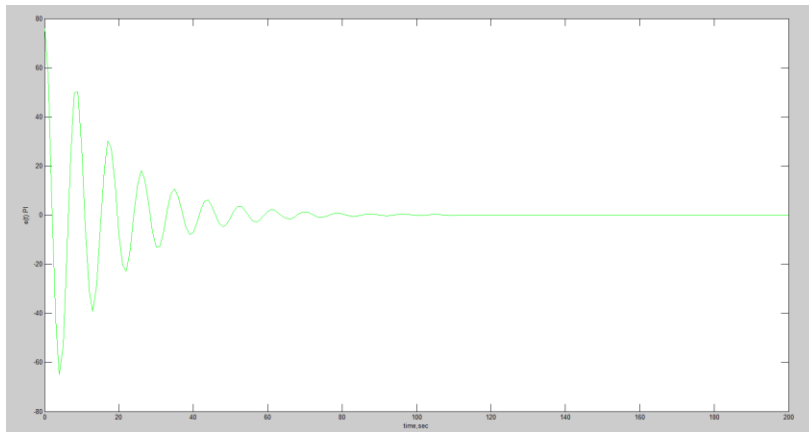


Γράφημα 4.1.4 σήμα θερμοκρασίας $y(t)$ για PI ελεγκτή

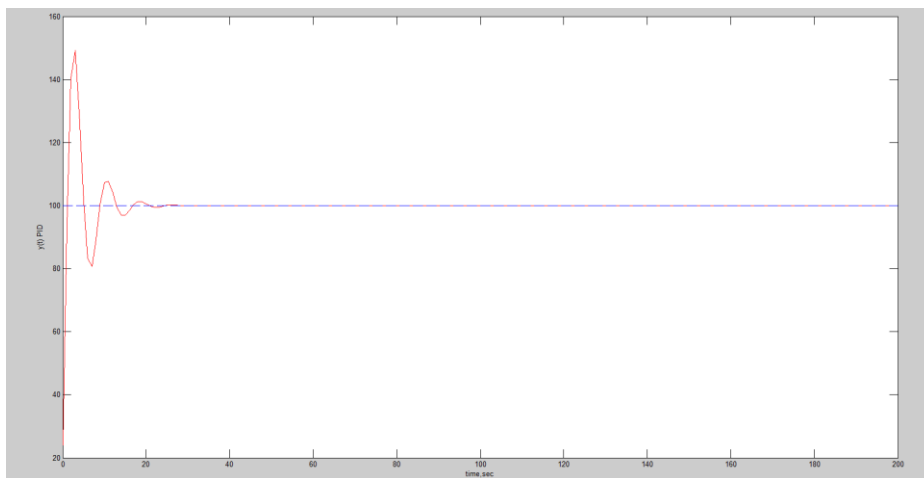


Γράφημα 4.1.5 σήμα $u(t)$ για PI ελεγκτή

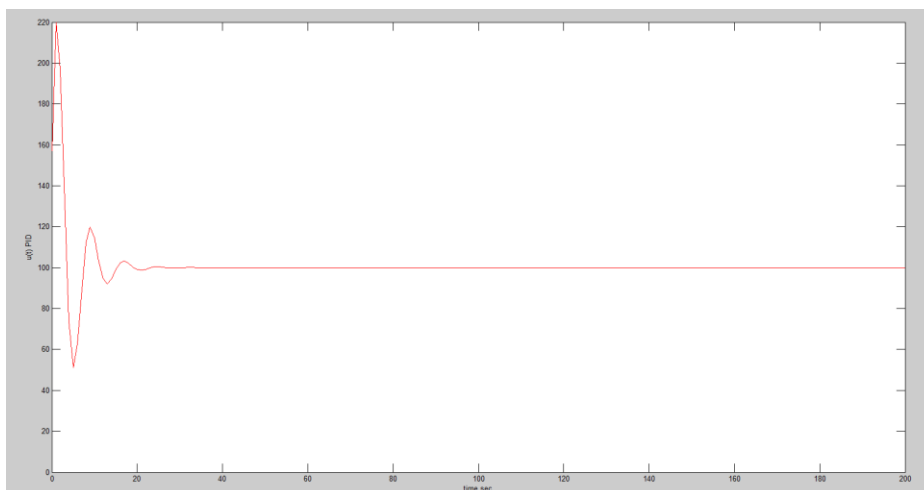
Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο



Γράφημα 4.1.6 σφάλμα $e(t)$ για PI ελεγκτή

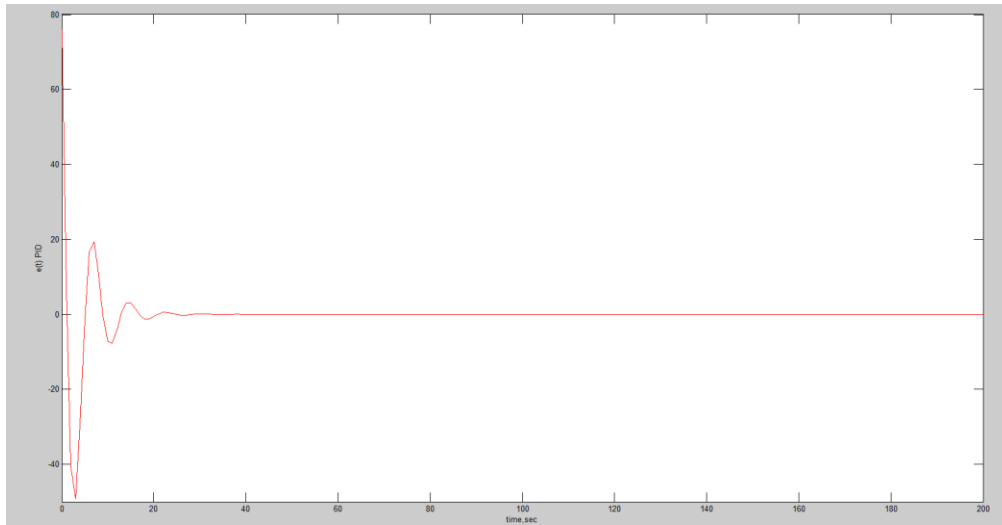


Γράφημα 4.1.7 σήμα θερμοκρασίας $y(t)$ για PID ελεγκτή

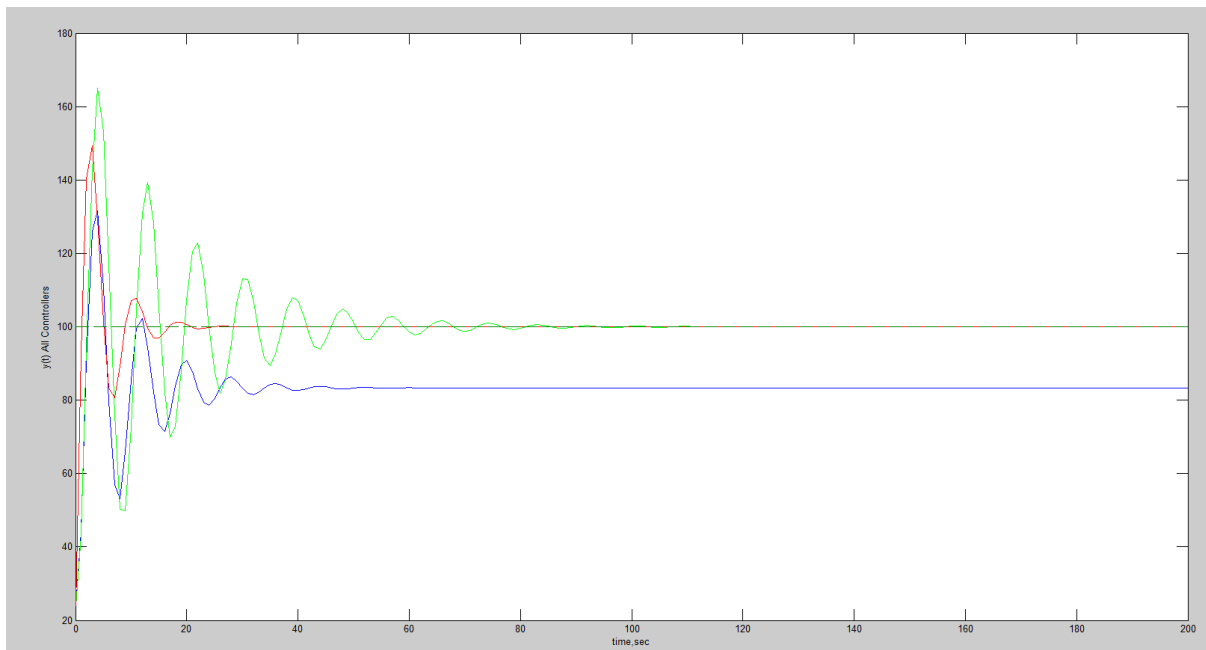


Γράφημα 4.1.8 σήμα $u(t)$ για PID ελεγκτή

Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο



Γράφημα 4.1.9 σφάλμα $e(t)$ για PID ελεγκτή



Γράφημα 4.1.10 απόκριση σημάτων θερμοκρασίας $y(t)$ όλων των ελεγκτών

1. Για τον ελεγκτή P:

Παρατηρούμε ότι η απόκριση του σήματος $y(t)$, παρόλο που σταθεροποιείται (80), ποτέ δεν εξισώνεται με την y_{sp} (100), δηλαδή την απαιτούμενη. (πράσινη διακεκομμένη γραμμή). Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι παρόλο που ο ελεγκτής αυτός λειτουργεί ευεργετικά στο σύστημα μας δεν είναι ο κατάλληλος. Όσον αφορά την απόκριση του σήματος $u(t)$ και αυτό σταθεροποιείται μετά από λίγο στην τιμή 80. Τέλος, το διάγραμμα $e(t)$, δηλαδή το διάγραμμα σφάλματος σταθεροποιείται στην τιμή 20 όπως και αναμενόταν καθώς το $y_{sp}=100$ και το $y(t)=80$ μετά την σταθεροποίηση.

2. Για τον ελεγκτή PI:

Παρατηρούμε ότι η απόκριση του σήματος $y(t)$, σταθεροποιείται στην τιμή 100 μετά απο περίπου 100 second, δηλαδή στην απαιτούμενη $y_{sp}=100$ (μπλε διακεκομμένη γραμμή). Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο ελεγκτής αυτός λειτουργεί ικανοποιητικά στις απαιτήσεις του συστήματος και σίγουρα καλύτερα απο τον ελεγκτής P. Όσον αφορά την απόκριση του σήματος $u(t)$ και αυτό σταθεροποιείται μετά από λίγο στην τιμή 100. Τέλος, το διάγραμμα $e(t)$, δηλαδή το διάγραμμα σφάλματος σταθεροποιείται στην τιμή 0 όπως και αναμενόταν καθώς το $y(t)$ φτάνει την τιμή του y_{sp} .

3. Για τον ελεγκτή PID:

Παρατηρούμε ότι η απόκριση του σήματος $y(t)$, σταθεροποιείται στην τιμή 100 μετά απο περίπου 30 second, δηλαδή στην απαιτούμενη $y_{sp}=100$ (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο ελεγκτής αυτός λειτουργεί ακόμα καλύτερα και απο τον PI. Όσον αφορά την απόκριση του σήματος $u(t)$ όπως αναμενόταν ακολουθώντας το $y(t)$ σταθεροποιείται και αυτό μετά από 30 δευτερόλεπτα στην τιμή 100. Τέλος, το διάγραμμα $e(t)$, δηλαδή το διάγραμμα σφάλματος σταθεροποιείται στην τιμή 0 όπως και αναμενόταν καθώς το $y(t)$ φτάνει την τιμή του y_{sp} πολύ ταχύτερα απο τον PI συνεπώς ο PID ιδανικότερος ελεγκτής για το συγκεκριμένο σύστημα.

Αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα 4.1.10 που παρουσιάζονται οι συναρτήσεις των τριών ελεγκτών όπου ευκόλως παρατηρείται ότι ο ελεγκτής PID συμμορφώνεται καλύτερα στις απαιτήσεις (y_{sp}).

Δ2.

Για αυτό το ερώτημα η $Y_{sp}(t)$ θεωρήθηκε ίση με

$$Y_{sp}(t) = 24 \cdot H(t) + 10 \cdot t \cdot H(t) - 10 \cdot (t-7.6) \cdot H(t-7.6) + 20 \cdot (t-37.6) \cdot H(t-37.6) - 20 \cdot (t-57.6) \cdot H(t-57.6) - 20 \cdot (t-97.6) \cdot H(t-97.6) + 20 \cdot (t-121.4) \cdot H(t-121.4)$$

Όπου $H(t)$ η βηματική συνάρτηση heavyside. Οι υπολογισμοί των παραμέτρων των ελεγκτών που υπολογίστηκαν στο ερώτημα Γ αλλά και όλες οι υπόλοιπες απαραίτητες μεταβλητές εισήχθησαν σε κατάλληλο κώδικα Matlab (αρχείο D2.m) (Εικόνα 4.2.1) από τον οποίο λάβαμε και τα αντίστοιχα διαγράμματα με το ερώτημα Δ1. Στη συνέχεια τα αποτελέσματα που λάβαμε, εισήχθησαν σε κατάλληλο αρχείο excel για παραγωγή υπολογισμών σφάλματος και λοιπών δεδομένων.

Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο

```

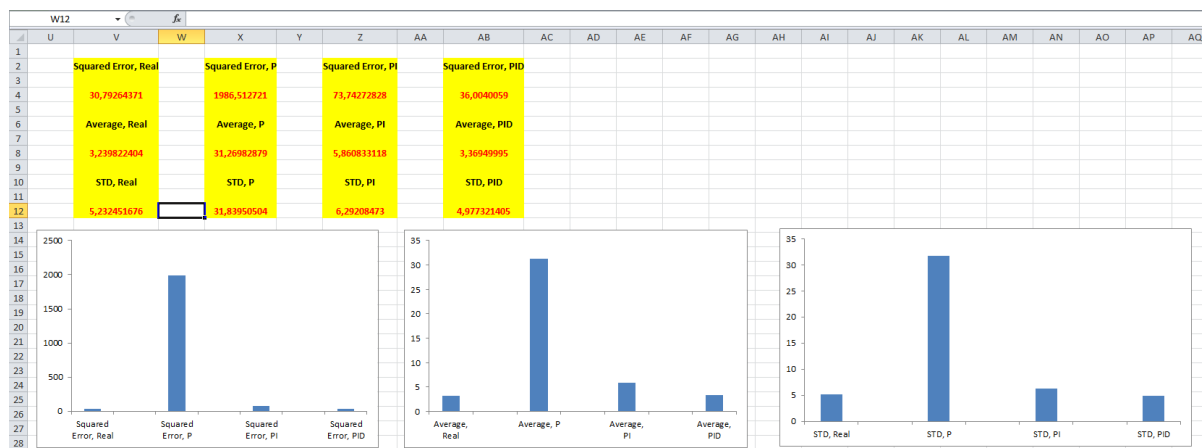
Editor - D2.m
1 - syms s t
2 -
3 - Gp=1/(2*s+1);
4 - Gm=1/(s+1);
5 - Go=2/(2*s+1);
6 - Gv=1/(3*s+1);
7 -
8 - %P
9 - Kc=0.5*10;
10 - P=Kc;
11 -
12 - %PI
13 - Kc=0.45*10;
14 - tI=(1/1.2)*6.283;
15 - PI=Kc*(1+(1/(tI*s)));
16 -
17 - %PID
18 - Kc=0.6*10;
19 - tI=0.5*6.283;
20 - tD=0.125*6.283;
21 - PID=Kc*(1+(1/(tI*s))+tD*s);
22 -
23 - Ysp=24*heaviside(t)+10*t*heaviside(t)-10*(t-7.6)*heaviside(t-7.6)+20*(t-37.6)*heaviside(t-37.6);
24 - ysp=laplace(Ysp);
25 - To=24;
26 -
27 - %P
28 - Y1=(Gp*P*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*P)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*P);
29 - y1=ilaplace(Y1);
30 - U1=(P*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*P)-(Go*Gv*Gm*P*To)/(1+Gp*Gv*Gm*P);
31 - u1=ilaplace(U1);
32 - E1=ysp-Y1;
33 - e1=ilaplace(E1);
34 -
35 - %PI
36 - Y2=(Gp*PI*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PI)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PI);
37 - y2=ilaplace(Y2);
38 - U2=(PI*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PI)-(Go*Gv*Gm*PI*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PI);
39 - u2=ilaplace(U2);
40 - E2=ysp-Y2;
41 - e2=ilaplace(E2);
42 -
43 - %PID
44 - Y3=(Gp*PID*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PID)+(Go*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PID);
45 - y3=ilaplace(Y3);
46 - U3=(PID*Gv*ysp)/(1+Gp*Gv*Gm*PID)-(Go*Gv*Gm*PID*To)/(1+Gp*Gv*Gm*PID);
47 - u3=ilaplace(U3);
48 - E3=ysp-Y3;
49 - e3=ilaplace(E3);
50 -
51 - Total_Time=200;
52 - t=0:1:Total_Time;
53 -
54 - %P
55 - y1=vpa(y1);
56 - y1=subs(y1,t);
57 - y1=double(y1);
58 - u1=vpa(u1);
59 - u1=subs(u1,t);
60 - e1=vpa(e1);
61 - e1=subs(e1,t);
62 -
63 - %PI
64 - y2=vpa(y2);
65 - y2=subs(y2,t);
66 - y2=double(y2);
67 - u2=vpa(u2);
68 - u2=subs(u2,t);
69 - e2=vpa(e2);
70 - e2=subs(e2,t);
71 -
72 - %PID
73 - y3=vpa(y3);
74 - y3=subs(y3,t);
75 - y3=double(y3);
76 - u3=vpa(u3);
77 - u3=subs(u3,t);
78 - e3=vpa(e3);
79 - e3=subs(e3,t);
80 -
81 - ysp=ilaplace(ysp);
82 - ysp=vpa(ysp);
83 - ysp=subs(ysp,t);
84 - ysp=double(ysp);
85 -
86 - %P
87 - figure(1);plot(t,y1,t,ysp,'--');axis([0 200 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) P')
88 - figure(2);plot(t,u1);axis([0 150 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) P')
89 - figure(3);plot(t,e1);axis([0 150 -100 100]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) P')
90 -
91 - %PI
92 - figure(4);plot(t,y2,'g',t,ysp,'--');axis([0 200 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) PI')
93 - figure(5);plot(t,u2,'g');axis([0 150 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) PI')
94 - figure(6);plot(t,e2,'g');axis([0 150 -100 100]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) PI')
95 -
96 - %PID
97 - figure(7);plot(t,y3,'r',t,ysp,'--');axis([0 200 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) PID')
98 - figure(8);plot(t,u3,'r');axis([0 150 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('u(t) PID')
99 - figure(9);plot(t,e3,'r');axis([0 150 -100 100]);xlabel('time,sec');ylabel('e(t) PID')
100 -
101 - figure(10);plot(t,y1,t,y2,'g',t,y3,'r',t,ysp,'--');axis([0 200 0 550]);xlabel('time,sec');ylabel('y(t) All Controllers')

```

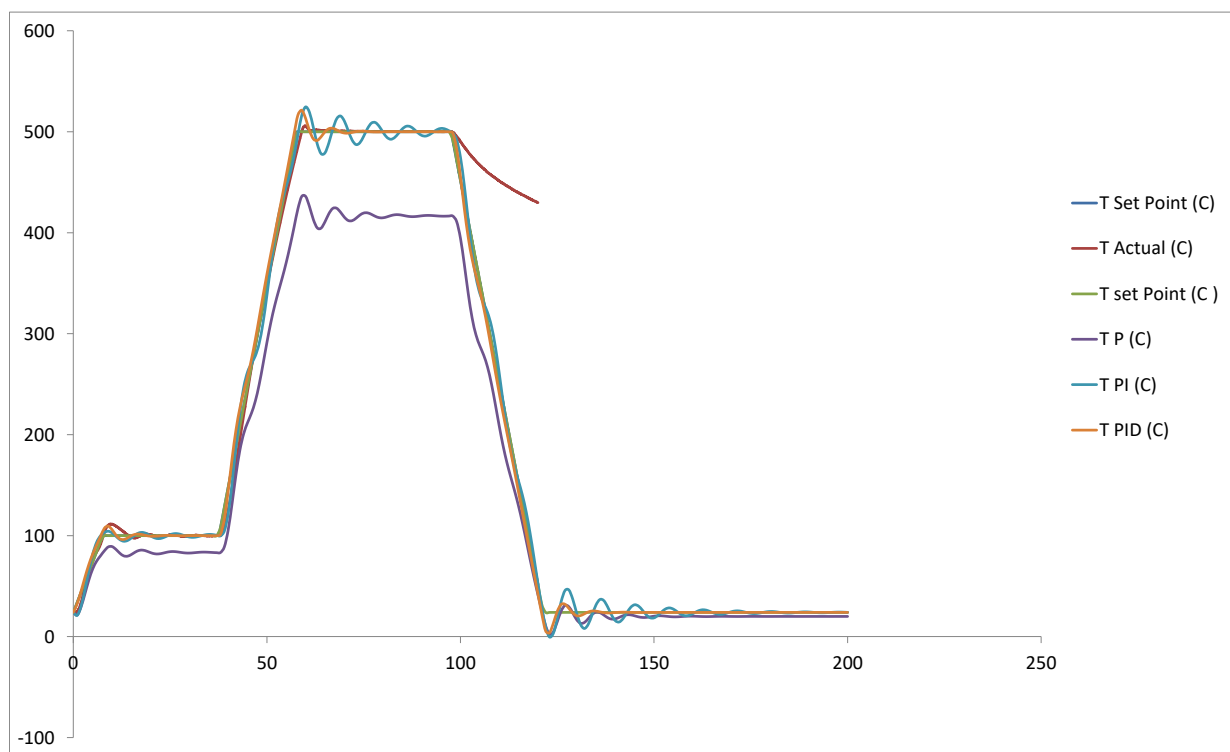
Εικόνα 4.2.1

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα αποτελέσματα του παραπάνω κώδικα εισήχθησαν σε κατάλληλο πρόγραμμα excel (delta2.xlsx). Τα αποτελέσματα αυτά ήταν οι τιμές της θερμοκρασίας $y(t)$ για κάθε ελεγκτή, η τιμές του ysp καθ όλη τη διάρκεια του πειράματος και οι χρόνοι στους οποίους ελήφθησαν αυτές οι μετρήσεις. Για τις τιμές του $y(t)$ για τους ελεγκτές PI και PID μεριμνήσαμε να λάβουμε μόνο τα πραγματικά σκέλη των τιμών αυτών. Τα αποτελέσματα που παρήχθησαν από το αρχείο excel παρουσιάζονται στην Εικόνα 4.2.2 και στο Γράφημα 4.2.1 τα οποία παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Συστήματα Ελέγχου 1, Εργαστήριο



Εικόνα 4.2.1 σφάλματα για τους 3 ελεγκτές και τον πραγματικό



Γράφημα 4.2.1 αποκρίσεις σημάτων θερμοκρασιών $\gamma(t)$ για τους 3 ελεγκτές και τον πραγματικό

Εκ των παραπάνω μπορούμε να εξάγουμε τα κατάλληλα συμπεράσματα αναφορικά με τις ικανότητες των ελεγκτών μας. Σύμφωνα με το Διάγραμμα 4.2.1, όλοι οι ελεγκτές ανταποκρίνονται στις μεταβολές του γ_{sp} . Σε πρώτο επίπεδο παρατηρείται ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του ελεγκτή P είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο από τους ελεγκτές PI, PID και αυτόν που υπήρξε στη πραγματικότητα στην εργαστηριακή διάταξη, κατά συνέπεια, είναι ο χειρότερος ελεγκτής. Ο ελεγκτής PI ενώ παρουσιάζει

πολύ βελτιωμένα αποτελέσματα (δηλ. μικρότερα σφάλματα) από τον P, παραμένει χειρότερος από τον PID και τον πραγματικό καθώς το τετραγωνικό του σφάλμα (73.74) είναι σχεδόν διπλάσιο από αυτό του PID (36.00). Κατά συνέπεια οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι ο ελεγκτής PID είναι ο βέλτιστος από αυτούς που σχεδιάστηκαν στο ερώτημα Γ για αυτή την εφαρμογή χωρίς ωστόσο να παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από τον πραγματικό που υπήρξε στη εργαστηριακή διάταξη χωρίς ωστόσο μεγάλη απόκλιση καθώς ο PID παρουσιάζει τετραγωνικό σφάλμα ίσο με 36.00 ενώ ο πραγματικός ίσο με 30.79.

Επίλογος

Στην αναφορά αυτή δόθηκε το σύστημα ενός κλειστού βρόχου με αρνητική ανατροφοδότηση που αφορά τον έλεγχο θερμοκρασίας σε φούρνο υψηλών θερμοκρασιών. Η εν λόγω διάταξη παρουσιάστηκε στο Εργαστήριο Βιομηχανικών, Ενεργειακών και Περιβαλλοντικών Συστημάτων. Επίσης, οι συναρτήσεις μεταφοράς δόθηκαν. Σε πρώτο επίπεδο δημιουργήθηκε η εξίσωση μεταφοράς του συστήματος με στόχο την εύρεση του γεωμετρικού τύπου των πόλων από τους οποίους θα βρίσκαμε την κρίσιμη τιμή ενίσχυσης του αναλογικού ελεγκτή K_{cr} αλλά και τη κρίσιμη τιμή περιόδου σταθερής ταλάντωσης. Το P_{cr} υπολογίστηκε ίσο με 10 ενώ το K_{cr} υπολογίστηκε θεωρητικά ίσο με 6.28. Στη συνέχεια εφαρμόστηκε υπολογιστικά μεθοδολογία Ziegler-Nichols με σκοπό την εύρεση της απόκρισης του σήματος θερμοκρασίας $y(t)$ και του σήματος $u(t)$ με δεδομένη τιμή $G_c=P_{cr}=10$ με αποτέλεσμα την οριακή ευστάθεια του συστήματος. Σε αυτό το σημείο υπολογίστηκε και πειραματικά το $K_{cr}=6.5$, κοντά στη θεωρητική τιμή. Έπειτα, σύμφωνα με τους πίνακες Ziegler-Nichols υπολογίστηκαν οι παράμετροι τριών ελεγκτών, του P, του PI και του PID. Παρακάτω, δόθηκε ένα συγκεκριμένο σήμα y_{sp} και ελέγχθηκαν οι 3 ελεγκτές ως προς τη συμπεριφορά τους στο σήμα αυτό. Τέλος, ξαναέγινε αντίστοιχος έλεγχος αλλά αυτή τη φορά το y_{sp} ήταν το ίδιο με αυτό του πειράματος του εργαστηρίου. Ο ελεγκτής P αποδείχθηκε προβληματικός ενώ οι PI, PID και ο πραγματικός είχαν καλή συμπεριφορά με τον PID τη καλύτερη από τους 3 που σχεδιάσαμε.