

Ένας απλός Γενετικός Αλγόριθμος

Σκοπός

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα βασικά χαρακτηριστικά των Γενετικών Αλγορίθμων, όπως η κωδικοποίηση των τιμών των μεταβλητών, η ταυτόχρονη αναζήτηση σε πολλά σημεία, η αντικειμενική συνάρτηση και η χρήση πιθανοτικών μεθόδων αναζήτησης. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα βασικά δομικά στοιχεία που πρέπει να έχει ένας ΓΑ και δίνεται ένα απλό παράδειγμα που κάνει αντιληπτή την εφαρμογή της θεωρίας.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Μελετώντας αυτό το κεφάλαιο, ο αναγνώστης θα έχει την ευκαιρία να παρακολουθήσει τη διαδικασία γενίκευσης αυτών των απλών δομών, έτσι ώστε να μπορούν να εφαρμόζονται σε δύσκολα, από υπολογιστική άποψη, πραγματικά προβλήματα και να οδηγούν στη λύση τους. Δηλαδή, θα έχει εξοικειωθεί με τη διαδικασία μετατροπής ενός μαθηματικού προβλήματος βελτιστοποίησης, σε Γενετικό Αλγόριθμο. Συγκεκριμένα θα μπορεί να υλοποιήσει τα παρακάτω βήματα:

- καθορισμός κωδικοποίησης
- καθορισμός αντικειμενικής συνάρτησης
- αξιολόγηση
- αναπαραγωγή (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη)

Η μελέτη της εφαρμογής θα του δώσει τη δυνατότητα να μπορεί να επιλύσει εύκολα, γράφοντας και εκτελώντας απλά προγράμματα, ανάλογα προβλήματα.

Έννοιες κλειδιά

- εξελικτικοί αλγόριθμοι
- πιθανοθεωρητικοί κανόνες αναζήτησης
- ντετερμινιστικοί κανόνες αναζήτησης
- αρχικοποίηση
- αποκωδικοποίηση
- αναπαραγωγή

- επιλογή
- εξαναγκασμένη ρουλέτα
- πιθανότητα διασταύρωσης
- πιθανότητα μετάλλαξης

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου αποτελούν μια εντυπωσιακή και πρωτότυπη μεταφορά των μεθόδων της φύσης στα τεχνητά περιβάλλοντα. Συγκεκριμένα, είδαμε πως ιδέες από τη θεωρία της Εξέλιξης των Ειδών μπορούν να εφαρμοσθούν στην επίλυση δύσκολων, από υπολογιστική άποψη, προβλημάτων. Αυτός είναι ο λόγος που οι ΓΑ στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται και ως Εξελικτικοί Αλγόριθμοι. Στην ενότητα αυτή γίνεται μια πρώτη γνωριμία με τα τέσσερα κύρια χαρακτηριστικά των ΓΑ, τις ιδέες που παρουσιάζουν και τις πρωτοτυπίες που εισάγουν. Επίσης, θα γίνει αναφορά σε πιθανοτικούς και ντετερμινιστικούς κανόνες αναζήτησης. Πιθανοτικοί είναι οι κανόνες των οποίων το αποτέλεσμα ισχύει με κάποια πιθανότητα. Ντετερμινιστικοί είναι οι κανόνες των οποίων το αποτέλεσμα είναι καθορισμένο αιτιοκρατικά. Όπως θα δούμε στη συνέχεια οι Γενετικοί Αλγόριθμοι χρησιμοποιούν πιθανοτικούς κανόνες αναζήτησης, αλλά δεν λαμβάνονται αποφάσεις στην τύχη. Με την εφαρμογή των γενετικών τελεστών (της επιλογής, της διασταύρωσης, της μετάλλαξης και της αξιολόγησης), το στοιχείο της τύχης χρησιμοποιείται ως οδηγός για αναζήτηση σε περιοχές που αναμένεται να δώσουν καλά αποτελέσματα.

2.1 Κύρια χαρακτηριστικά ενός Γενετικού Αλγόριθμου

Οι ΓΑ πλεονεκτούν αισθητά στη λύση προβλημάτων αναζήτησης και βελτιστοποίησης από τις παραδοσιακές μεθόδους. Αυτό συμβαίνει, διότι διαφέρουν θεμελιωδώς από αυτές. Τα κυριότερα νέα χαρακτηριστικά που τους διαφοροποιούν, αλλά και τους δίνουν υπεροχή είναι, σύμφωνα με τον D. Goldberg [1], τα εξής:

1. *Οι ΓΑ δουλεύουν με μια κωδικοποίηση ενός συνόλου τιμών που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές και όχι με τις ίδιες τις μεταβλητές του προβλήματος:* Οι ΓΑ απαιτούν το σύνολο των φυσικών παραμέτρων της βελτιστοποίησης, να κωδικοποιηθεί σε συμβολοσειρές πεπερασμένου μήκους, κάνοντας χρήση ενός πεπερασμένου αλφάβητου. Για παράδειγμα, αναφέρεται το εξής πρόβλημα βελτιστοποίησης: Έστω ένα μαύρο κουτί με πέντε δυαδικούς διακόπτες (on–off). Για κάθε συνδυασμό των διακοπών s παράγεται μία έξοδος $f(s)$. Ζητείται ο συνδυασμός των διακοπών που μεγιστοποιεί την έξοδο. Με τις παραδοσιακές μεθόδους, το μέγιστο θα εντοπιζόταν με «παίξιμο» των διακοπών πηγαίνοντας από συνδυασμό σε συνδυασμό με ψάξιμο στα τυφλά, αφού δεν είναι γνωστός ο τύπος της συνάρτησης. Στο ΓΑ, όμως, η πρώτη ενέργεια είναι η κωδικοποίηση των διακοπών ως συμβολοσειρών πεπερασμένου μήκους. Μια απλή κωδικοποίηση θα μπορούσε να γίνει θεωρώντας μια δυαδική συμβολοσειρά μήκους πέντε, όπου η κάθε θέση αναπαριστά ένα διακόπτη. Το 1 αντιστοιχεί στη θέση on και το 0 στη θέση off. Δηλαδή, η συμβολοσειρά 11110 κωδικοποιεί το συνδυασμό κατά τον οποίο οι πρώτοι τέσσερις διακόπτες είναι on και ο τελευταίος off. Η κωδικοποίηση δεν είναι απαραίτητο να είναι πάντα δυαδική. Όπως θα φανεί και αργότερα, μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους, αρκετοί από τους οποίους ίσως και να μην είναι προφανείς. Το στοιχείο της κωδικοποίησης, όπως εξηγείται παρακάτω, είναι εκείνο που επιτρέπει στους ΓΑ να κάνουν παράλληλη επεξεργασία δεδομένων.
2. *Οι ΓΑ κάνουν αναζήτηση σε πολλά σημεία ταυτόχρονα και όχι μόνο σε ένα:* Σε πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης, η επεξεργασία γίνεται βήμα προς βήμα, πηγαίνοντας προσεκτικά από σημείο σε σημείο του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Αυτό, το βήμα προς βήμα, ενέχει αρκετούς κινδύνους, ο κυριότερος από τους οποίους είναι να περιοριστεί η αναζήτηση σε μια περιοχή τοπικού ακρότατου, που δεν είναι ολικό. Οι ΓΑ εξαλείφουν αυτόν τον κίνδυνο ενεργώντας ταυτόχρονα πάνω σε ένα ευρύ σύνολο σημείων (σύνολο από συμβολοσειρές). Έτσι μπορούν να «ανεβαίνουν» πολλούς

λόφους (hillelimbing) την ίδια στιγμή, ελαχιστοποιώντας την πιθανότητα να βρουν μια λάθος κορυφή. Γυρίζοντας στο παράδειγμα με το μαύρο κουτί, οι κλασικές μέθοδοι θα ξεκινούσαν το ψάξιμο από ένα συνδυασμό των διακοπών και στη συνέχεια, εφαρμόζοντας κάποιο κανόνα μετάβασης, θα δοκίμαζαν τον επόμενο (ψάξιμο δηλαδή σημείο προς σημείο). Αντιθέτως, ένας ΓΑ αρχίζει το ψάξιμό του από ένα πληθυσμό συνδυασμών συμβολοσειρών και κατόπιν παράγει διαδοχικά καινούριους. Ένας αρχικός πληθυσμός θα μπορούσε να είναι, π.χ. 01101, 11000, 01000 και 10011. Έπειτα, «τρέχοντας» ο αλγόριθμος δημιουργεί νέους πληθυσμούς, που σιγά σιγά συγκλίνουν προς την επιθυμητή λύση. Διαλέγοντας έναν πληθυσμό που να καλύπτει αντιπροσωπευτικά ένα μεγάλο εύρος τιμών μπορούν να προκύψουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

3. *Οι ΓΑ χρησιμοποιούν μόνο την αντικειμενική συνάρτηση και καμία επιπρόσθετη πληροφορία:* Πολλές μέθοδοι αναζήτησης απαιτούν αρκετές βοηθητικές πληροφορίες για τη συνάρτηση που επεξεργάζονται. Τέτοιου είδους πληροφορίες δεν προαπαιτούνται από τους ΓΑ. Το ψάξιμό τους είναι κατά κάποιο τρόπο «τυφλό», με την έννοια ότι αξιοποιούν μόνο όση πληροφορία περιέχεται στην αντικειμενική συνάρτηση. Αυτό προσδίδει μεγάλη ευελιξία, αλλά από την άλλη προκύπτει το ερώτημα αν συμφέρει να αγνοούνται βοηθητικές πληροφορίες. Γι' αυτό έχουν αναπτυχθεί μορφές ΓΑ που αξιοποιούν και τέτοιες πληροφορίες (Knowledge-Based Genetic Algorithms).
4. *Οι ΓΑ χρησιμοποιούν πιθανοθεωρητικούς κανόνες αναζήτησης και όχι ντετερμινιστικούς:* Η χρήση πιθανοθεωρητικών κανόνων αναζήτησης είναι κυρίαρχο γνώρισμα των ΓΑ, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η όλη διαδικασία βαδίζει στην τύχη. Δηλαδή, δεν λαμβάνονται αποφάσεις με το «στρίψιμο ενός νομίσματος». Το στοιχείο της τύχης, που εφαρμόζεται μέσω των γενετικών τελεστών, χρησιμοποιείται ως οδηγός για αναζήτηση σε περιοχές που αναμένεται να δώσουν καλά αποτελέσματα.

Τα τέσσερα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά συμβάλουν αποφασιστικά ώστε να έχουν οι ΓΑ την πολυπόθητη ιδιότητα της ευρωστίας, που συζητήθηκε και στην ενότητα 1.2.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.1

Ποιο στοιχείο είναι εκείνο που επιτρέπει στους ΓΑ να κάνουν παράλληλη επεξεργασία δεδομένων; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε πέντε σειρές.

Θεωρήστε ένα μαύρο κουτί που περιέχει οκτώ διακόπτες πολλών θέσεων. Οι διακόπτες 1 και 2 μπορούν να τοποθετηθούν σε 16 θέσεις ο καθένας. Οι διακόπτες 3, 4 και 5 είναι διακόπτες πέντε θέσεων και οι διακόπτες 6, 7 και 8 έχουν μόνο δύο θέσεις. Να υπολογίσετε τον αριθμό όλων των δυνατών θέσεων για αυτή τη συσκευή.

Δραστηριότητα 2.1

2.2 Βασικά στοιχεία ενός Γενετικού Αλγόριθμου

Στην ουσία, ένας τυπικός ΓΑ περιλαμβάνει απλές λειτουργίες, που όμως κρύβουν μέσα τους μεγάλη ισχύ. Αυτός ο συνδυασμός απλοϊκότητας και ισχύος είναι το μεγαλύτερο θέλγητρο της τεχνικής τους. Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα βασικά στοιχεία, που πρέπει να έχει ένας αλγόριθμος, ώστε να θεωρείται γενετικός και δίνεται ένα Παράδειγμα που κάνει αντιληπτή την εφαρμογή της θεωρίας.

Αρχικά σε έναν ΓΑ πρέπει να υπάρχουν στοιχεία που θα τον συνδέουν με το πρόβλημα που επιλύει. Η κωδικοποίηση και η αντικειμενική συνάρτηση επιτελούν αυτό το σκοπό και είναι απαραίτητα συστατικά για έναν ΓΑ

Η ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η κωδικοποίηση αφορά ένα σύνολο πιθανών λύσεων του προβλήματος. Η αναπαράσταση των λύσεων πρέπει να γίνει με ένα μαθηματικό, φορμαλιστικό τρόπο, ώστε να είναι δυνατή η επεξεργασία από τον υπολογιστή. Εξάλλου, κωδικοποίηση υπάρχει και στο φυσικό μοντέλο (χρωμοσώματα) και μάλιστα όλες οι αλλαγές που παρατηρούνται στους οργανισμούς γίνονται πάνω στα κωδικοποιημένα χαρακτηριστικά των χρωμοσωμάτων. Κύριος στόχος της κωδικοποίησης είναι να αναπαριστά με ικανοποιητικό τρόπο τα επιμέρους χαρακτηριστικά των λύσεων, ώστε να διευκολύνει τις επόμενες λειτουργίες του αλγορίθμου (κυρίως την επιλογή). Αποτέλεσμα της κωδικοποίησης πρέπει να είναι η ύπαρξη ομοιοτήτων ανάμεσα στα άτομα με σκοπό την κατάλληλη εκμετάλλευσή τους, διότι οι ομοιότητες βοηθούν την κατεύθυνση του ψαξίματος.

Διάφορα είναι τα είδη της κωδικοποίησης που μπορούν να γίνουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Η πιο απλή είναι η κωδικοποίηση με δυαδικά ψηφία (bits): κάθε λύση αναπαρίσταται από μια δυαδική συμβολοσειρά (binary string) καθορισμένου μήκους. Πάντως, έχουν αναφερθεί ποικίλες μορφές κωδικοποιήσεων, που καθεμία εξαρτάται από το υπό εξέταση πρόβλημα. Καμιά δεν είναι αποτελεσματική για όλα τα προβλήματα, ενώ είναι πιθανό ένα πρόβλημα να επιδέ-

χεται περισσότερες από μια κωδικοποιήσεις. Το σίγουρο είναι ότι η κωδικοποίηση είναι ένα κρίσιμο βήμα στην εφαρμογή του ΓΑ και, αν δεν είναι προσεκτική, πιθανότατα θα αποβεί μοιραία για την επιτυχία του. Η καταλληλότητα της κωδικοποίησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη διαίσθηση και την πείρα του σχεδιαστή. Συμβαίνει μερικές φορές, μάλιστα, προφανείς τρόποι κωδικοποίησης να μην είναι αρκετά (ή και καθόλου) αποτελεσματικοί.

Κατά συνέπεια προκύπτει το κρίσιμο ερώτημα: ποιοι είναι οι παράγοντες οι οποίοι καθορίζουν το είδος της κωδικοποίησης που πρέπει να επιλεγεί για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα; Δεν υπάρχει ξεκάθαρη απάντηση που να καλύπτει όλες τις περιπτώσεις. Μερικές γενικού τύπου συμβουλές θα φανούν στην παραπέρα ανάπτυξη του θέματος, με τη βοήθεια παραδειγμάτων.

Παράδειγμα 2.1

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$, $x \in [0, 31]$ και x : ακέραιος. Ζητείται το μέγιστο της συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της.

Για να λυθεί το πρόβλημα από ένα ΓΑ πρέπει να επινοηθεί ένας τρόπος κωδικοποίησης των πιθανών λύσεων. Ο πιο προφανής και τελικά, όπως θα αποδειχθεί, πιο αποτελεσματικός τρόπος κωδικοποίησης είναι να αναπαρασταθεί η κάθε λύση με μια δυαδική συμβολοσειρά μήκους 5, που αριθμητικά θα ισοδυναμεί με την αντίστοιχη δεκαδική τιμή της λύσης. Έτσι καλύπτεται όλο το πεδίο ορισμού $[0, 31]$ από τις 32 δυνατές συμβολοσειρές αυτού του είδους. Π.χ. η συμβολοσειρά 10010 αντιστοιχεί, κατά τα γνωστά, στην τιμή 18 του δεκαδικού συστήματος. Συνήθως, σε προβλήματα βελτιστοποίησης μαθηματικών συναρτήσεων, η δυαδική είναι η πιο βολική και αποδοτική κωδικοποίηση.

Η ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Το δεύτερο βασικό στοιχείο σύνδεσης ενός ΓΑ με το πρόβλημα που λύνει είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Αυτή παίρνει ως είσοδο μια αποκωδικοποιημένη συμβολοσειρά και επιστρέφει μια τιμή (συνήθως πραγματική), που είναι ανάλογη του πόσο καλά λύνει το πρόβλημα η συγκεκριμένη συμβολοσειρά. Η τιμή αυτή αποτελεί και τον καθοριστικό παράγοντα επιβίωσης και πολλαπλασιασμού ή όχι του ατόμου.

Η αντικειμενική συνάρτηση παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος στο τεχνικό μοντέλο. Ουσιαστικά, είναι η μόνη πληροφορία που δέχεται ο αλγόριθμος για το πρόβλημα που λύνει. Είναι σημαντικό αυτή η συνάρτηση να είναι εύκολα υπολογίσιμη, ώστε να μην επιβραδύνει τους ρυθμούς της διαδικασίας.

Επιστρέφοντας στο παράδειγμα 2.1, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος μεγιστοποίησης είναι φανερό ότι πρέπει να είναι η ίδια η f , γιατί ουσιαστικά το ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση αυτής της συνάρτησης. Έτσι, σε κάθε λύση, δηλαδή σε κάθε πιθανή τιμή της μεταβλητής x , αντιστοιχεί μια *τιμή ικανότητας ή απόδοσης (fitness ή score)*, μια τιμή που αξιολογεί το πόσο καλή είναι η λύση για τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης και που, για αυτή την περίπτωση είναι η ίδια η εικόνα της από τη συνάρτηση f .

Με τον καθορισμό της κωδικοποίησης και της αντικειμενικής συνάρτησης, πλέον, ορίζεται το πρόβλημα και ολοκληρώνεται το πρώτο στάδιο εφαρμογής ενός ΓΑ. Αξίζει να σημειωθεί η αυτονομία και ανεξαρτησία αυτού του σταδίου από τα επόμενα μέρη. Οι λειτουργίες που ακολουθούν από εδώ και πέρα δεν εξαρτώνται από το πώς γίνεται η αναπαράσταση των ατόμων στο τεχνητό περιβάλλον και με ποιο τρόπο αξιολογούνται οι ικανότητές τους. Αυτό είναι σπουδαίο χαρακτηριστικό, διότι επιτρέπει την διαπραγμάτευση πολλών προβλημάτων με μια απλή αλλαγή στην αντικειμενική συνάρτηση, ίσως και στην κωδικοποίηση. Η φάση ορισμού της κωδικοποίησης και της αντικειμενικής συνάρτησης υπάρχουν πάντα σε κάθε ΓΑ, ανεξαρτήτως του προβλήματος.

ΟΙ ΓΕΝΕΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Στο επόμενο στάδιο περιλαμβάνονται λειτουργίες που ανήκουν στη φάση τρεξίματος του ΓΑ. Εδώ γίνεται ο κύριος όγκος της εργασίας και παράγεται το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης. Η δομή ενός ΓΑ αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

1. Αρχικοποίηση (Initialization)
2. Αποκωδικοποίηση (Decoding)
3. Υπολογισμός ικανότητας ή αξιολόγηση (Fitness calculation ή evaluation)
4. Αναπαραγωγή (Reproduction)
 - I. Επιλογή (Selection)
 - II. Διασταύρωση (Crossover ή mating)
 - III. Μετάλλαξη (Mutation)
5. Επανάληψη από το βήμα (2) μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού του ΓΑ

Η αρχικοποίηση είναι το βήμα στο οποίο ορίζεται ο αρχικός πληθυσμός, πάνω στον οποίο θα λάβουν χώρα οι λειτουργίες του ΓΑ. Ο πληθυσμός αυτός διαλέγεται με τυχαίο τρόπο ανάμεσα σε όλες τις δυνατές τιμές των μεταβλητών του προβλήματος, ενώ το μέγεθός του ορίζεται από το χρήστη (συνήθως, όμως, εξαρτάται από τους πόρους που αυτός έχει στη διάθεσή του). Σε μερικές υλοποιήσεις, η επιλογή των αρχικών σημείων γίνεται με ευρετικές μεθόδους, δίνοντας εξ αρχής ένα πλεονέκτημα στην αναζήτηση. Έστω ότι στο Παράδειγμα 2.1, το μέγεθος του πληθυσμού είναι 4. Μένει να επιλεχθούν τυχαία τέσσερις συμβολοσειρές από τις 32 πιθανές. Αυτό μπορεί να γίνει με 20 διαδοχικές ρίψεις ενός τίμιου νομίσματος, ώστε να προκύψουν 4 συμβολοσειρές μήκους 5 η καθεμία. Ένα πιθανό σενάριο θα μπορούσε να βγάλει τις συμβολοσειρές 01101, 11000, 01000 και 10011.

Αφού προκύψει η πρώτη γενιά, ο ΓΑ εισέρχεται στο επαναληπτικό μέρος του. Ο πληθυσμός πρέπει να αξιολογηθεί, δηλαδή να μετρηθεί η ικανότητα επιβίωσης του κάθε ατόμου χωριστά. Για να συμβεί αυτό πρέπει να γίνει αποκωδικοποίηση χαρακτηριστικών και έπειτα υπολογισμός της απόδοσης των ατόμων. Ο παραλληλισμός με το φυσικό μοντέλο, ίσως βοηθά στην κατανόηση αυτής της διαδικασίας: Στη φύση τα χρωμοσώματα ενός οργανισμού έχουν στα γονίδιά τους κωδικοποιημένα τα χαρακτηριστικά τους. Το σύνολο αυτής της κωδικοποιημένης γενετικής πληροφορίας ονομάζεται, όπως είπαμε, γονότυπος. Ο γονότυπος δεν είναι αντιληπτός με τις φυσικές αισθήσεις των έμβιων όντων. Αντίθετα, αντιληπτή γίνεται η αλληλεπίδραση του με το περιβάλλον, που έχει ως αποτέλεσμα την ορατή εμφάνιση των χαρακτηριστικών αυτών.

Ανάλογος είναι ο ρόλος της αποκωδικοποίησης στο τεχνητό μοντέλο. Εδώ το ρόλο του γονότυπου παίζει η δομή της συμβολοσειράς με τα δυαδικά ψηφία ως αντίστοιχα των γονιδίων. Ο φαινότυπος αναφέρεται στην παρατηρήσιμη εμφάνιση μιας συμβολοσειράς, στο πώς φαίνεται στο περιβάλλον της. Περιβάλλον, όμως, θεωρείται η αντικειμενική συνάρτηση, άρα ο φαινότυπος μιας συμβολοσειράς αντιστοιχεί στην αποκωδικοποιημένη τιμή της, που ανήκει στο σύνολο ορισμού της αντικειμενικής συνάρτησης.

Σκοπός της λειτουργίας αξιολόγησης είναι να υπολογιστεί για κάθε άτομο του πληθυσμού η ικανότητα του για επιβίωση. Στη φύση οι ικανότητες των ατόμων δεν είναι προσδιορίσιμες με αυστηρό τρόπο. Είναι, όμως, καθορισμένες από το γενετικό υλικό των χρωμοσωμάτων τους. Εύκολα, πάντως, θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί, π.χ. για τα ζώα ότι μεγαλύτερη τύχη για επι-

βίωση έχουν όσα μπορούν να ξεφεύγουν από άρπαγες, να αντέχουν σε αρρώστιες και γενικά να αντιπαρέρχονται τις όποιες αντιξοότητες παρουσιάζονται κατά τη διάρκεια της ζωής τους. Συνεπώς, ο υπολογισμός της ικανότητας είναι θεμελιώδης λειτουργία για το ΓΑ. Η εφαρμογή της είναι πολύ απλή (τουλάχιστον για απλά προβλήματα): για κάθε συμβολοσειρά του τρέχοντος πληθυσμού υπολογίζεται η απόδοσή της από την ήδη γνωστή αντικειμενική συνάρτηση. Σε πιο σύνθετα προβλήματα, ο υπολογισμός ικανότητας μπορεί να ισοδυναμεί με την εκτέλεση μιας εργαστηριακής προσομοίωσης.

Η ΑΝΑΠΑΡΑΓΩΓΗ

Τη σκυτάλη στη συνέχεια παίρνει η σημαντικότερη λειτουργία του ΓΑ, η αναπαραγωγή. Εδώ λαμβάνει χώρα ο κύριος όγκος της εργασίας του αλγορίθμου. Η δομή της αναπαραγωγικής διαδικασίας είναι σύνθετη. Περιλαμβάνει τα εξής μέρη: διασταύρωση και μετάλλαξη. Πριν την αναπαραγωγή, εκτελείται η διαδικασία της επιλογής.

Με την επιλογή, βρίσκει εφαρμογή στα πλαίσια του αλγορίθμου, ο νόμος της επιβίωσης του ικανότερου. Μέσω αυτής της διαδικασίας, καθορίζεται ποια άτομα από τον υπάρχοντα πληθυσμό θα έχουν την ευκαιρία να λάβουν μέρος στην αναπαραγωγή και να κληροδοτήσουν στην επόμενη γενιά μέρος ή το σύνολο των χαρακτηριστικών τους. Στόχος της λειτουργίας της επιλογής είναι να επιτρέπει εκθετική αύξηση των ικανοτέρων ατόμων και τελικά, μετά από αναπαραγωγή αρκετών γενεών, την επικράτησή τους. ΓΑ χωρίς επιλογή στην αναπαραγωγική του διαδικασία ισοδυναμεί με τυχαίο ψάξιμο.

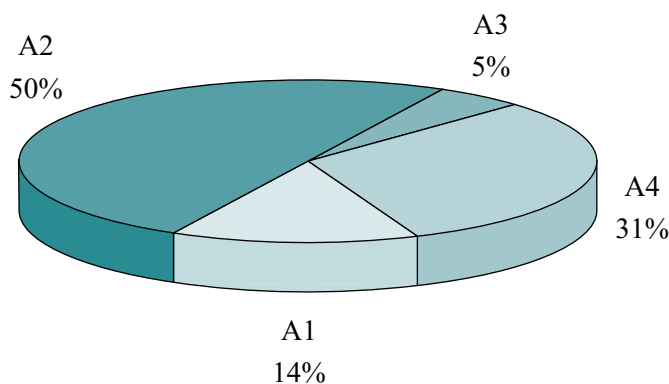
Υπάρχουν διάφοροι τρόποι υλοποίησης της επιλογής στα πλαίσια ενός ΓΑ. Δεδομένου, όμως, ότι στη βασική μορφή του αλγορίθμου το μέγεθος του πληθυσμού από γενιά σε γενιά δεν αλλάζει, κάθε τεχνική επιλογής, για να δικαιώνει τον τίτλο της, οφείλει να δίνει με κάποιο τρόπο, μεγαλύτερες πιθανότητες αναπαραγωγής σε άτομα που αξιολογούνται μέσα στο τεχνητό περιβάλλον ως τα πιο ικανά. Ο τελεστής αναπαραγωγής μπορεί να εκφραστεί σε αλγοριθμική βάση, με πολλούς τρόπους. Ίσως ο ευκολότερος από αυτούς είναι η έκφραση μέσω μιας εξαναγκασμένης ρουλέτας, στην οποία κάθε συμβολοσειρά ενός πληθυσμού αντιπροσωπεύεται σε ένα μέρος της ρουλέτας, σε αναλογία με την απόδοσή της, όπως εισάγεται για πρώτη φορά στο κεφάλαιο 1 της αναφοράς [1]. Για να εξηγήσουμε τη χρήση της εξαναγκασμένης ρουλέτας, θεωρούμε τον πληθυσμό των τεσσάρων συμβολοσειρών, που έχουμε δημιουργήσει με τη ρίψη ενός νομίσματος 20 φορές. Έστω, ότι έχου-

με μετρήσει την απόδοση (δηλαδή την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης), για κάθε συμβολοσειρά, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2.1:

Πίνακας 2.1

αριθμός συμβολοσειράς	συμβολοσειρά	απόδοση	απόδοση %
1.	0 1 1 0 1	169	14.4
2.	1 1 0 0 0	576	49.2
3.	0 1 0 0 0	64	5.5
4.	1 0 0 1 1	361	30.9
σύνολο		1170	100.0

Αθροίζοντας την απόδοση των τεσσάρων συμβολοσειρών παίρνουμε άθροισμα 1170. Το ποσοστό κάθε συμβολοσειράς στην συνολική απόδοση του πληθυσμού φαίνεται στην τελευταία στήλη του πίνακα. Αυτή η αντιστοιχία στην εξαναγκασμένη ρουλέτα γι' αυτή τη γενιά αναπαραγωγής φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1

Σχηματική αναπαράσταση της εξαναγκασμένης ρουλέτας.

Για να γίνει τώρα η αναπαραγωγή, στρίβουμε τη ρουλέτα τέσσερις φορές. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, η συμβολοσειρά No 1 έχει απόδοση 169, η οποία αντιπροσωπεύει το 14.4% της συνολικής απόδοσης. Σαν αποτέλεσμα η συμβολοσειρά No 1 αντιστοιχεί στο 14,4% της επιφάνειας της ρουλέτας και σε κάθε στρίψιμο της ρουλέτας θα δώσει σαν αποτέλεσμα αυτή τη συμβολοσειρά, με πιθανότητα 0,144. Με αυτό τον τρόπο οι συμβολοσειρές που έχουν τη μεγαλύτερη απόδοση, θα έχουν μεγαλύτερο πλήθος αντιγράφων (απογόνων) στην επόμενη γενιά, ενώ αυτές που έχουν χαμηλή απόδοση δεν θα υπάρχουν. Όταν μία συμβολοσειρά επιλεγεί, δημιουργείται ένα ακριβές

αντίγραφό της και μαζί με τα αντίγραφα άλλων συμβολοσειρών, που παράγονται με τον ίδιο τρόπο, δημιουργείται ένας νέος δοκιμαστικός πληθυσμός, ο οποίος θα υποστεί περισσότερες γενετικές διαδικασίες. Αυτός ο νέος πληθυσμός αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία [1] και σαν *δεξαμενή ζευγαρώματος (mating pool)*.

Η ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ

Ο προσωρινός πληθυσμός που προέκυψε από τη διαδικασία της επιλογής πρέπει να περάσει από τη διαδικασία ζευγαρώματος για να πραγματοποιηθεί ένα είδος γονιμοποίησης, όπως συμβαίνει και στη φύση. Η νέα, λοιπόν, ομάδα ατόμων που προέκυψε από την επιλογή σχηματίζει με τυχαίο τρόπο ομάδες των δύο. Το ποιος θα ζευγαρώσει με ποιον, από τα άτομα του προσωρινού πληθυσμού, ίσως να επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου. Προς το παρόν όμως αυτό αποτελεί αντικείμενο μελέτης και στη βιβλιογραφία σε όλες τις εφαρμογές το ζευγάρωμα γίνεται με τυχαίο τρόπο. Σε κάθε ομάδα, τα δύο μέλη παίρνουν μέρος σε μια απλή λειτουργία ανταλλαγής γενετικού υλικού που ονομάζεται διασταύρωση. Η διασταύρωση είναι μια απαραίτητη λειτουργία που συμβάλει αποφασιστικά στην επίδοση ενός ΓΑ. Εξ αιτίας αυτής της σπουδαιότητας, έχει γίνει αρκετή έρευνα και έχουν επινοηθεί πολλοί τρόποι υλοποίησης του. Μερικοί μπορούν να εφαρμοστούν σε κάθε τύπο προβλήματος, ενώ άλλοι είναι πιο κατάλληλοι και εξειδικευμένοι για ειδικές περιπτώσεις. Στόχος της διασταύρωσης είναι η νέα γενιά που θα προκύψει μετά την εφαρμογή της να περιλαμβάνει άτομα που θα διαφέρουν από τους γονείς τους και θα φέρουν συνδυασμό των καλύτερων χαρακτηριστικών τους. Ερευνητές που ασχολούνται χρόνια με τους ΓΑ υποστηρίζουν ότι, αν αφαιρεθεί η διασταύρωση από έναν ΓΑ, τότε μειώνεται σημαντικά η απόδοσή του, αλλά αυτή δεν είναι μια άποψη με καθολική αποδοχή [3].

Ένα ενδεικτικό της χρησιμότητας της διασταύρωσης είναι η ανακατεύθυνση του ψαξίματος σε νέες «απάτητες» περιοχές του χώρου αναζήτησης. Έτσι διευρύνεται το πεδίο δράσης του αλγορίθμου και αυξάνουν οι πιθανότητες επιτυχίας του. Επίσης, τα νέα άτομα περιλαμβάνουν συνδυασμούς χαρακτηριστικών των γονέων τους και με αυτό τον τρόπο μπορούν να προκύψουν επιτυχημένοι συνδυασμοί υψηλής ικανότητας. Υπάρχει, βέβαια, το ενδεχόμενο η διασταύρωση να δώσει χειρότερα παιδιά από τους γονείς, αλλά αυτά δεν θα έχουν μεγάλη πιθανότητα πολλαπλασιασμού στον επόμενο αναπαραγωγικό κύκλο, λόγω μικρής απόδοσης. Στην πράξη, η διασταύρωση χρη-

σιμοποιείται με παραμετροποιημένη μορφή, δηλαδή λαμβάνει χώρα με πιθανότητα, την λεγόμενη *πιθανότητα διασταύρωσης (crossover probability)* p_c , που καθορίζεται από το σχεδιαστή του ΓΑ Συνήθως, αυτή η πιθανότητα ποικίλει από πρόβλημα σε πρόβλημα, ενώ είναι δυνατό και να αλλάζει κατά τον χρόνο τρεξίματος. Επίσης, πρέπει να αναφέρουμε ότι η τιμή αυτής της πιθανότητας επηρεάζει το χρόνο τρεξίματος του αλγορίθμου, δηλαδή τη σύγκλισή του. Η τιμή $p_c=1$, σημαίνει συνεχή εφαρμογή του τελεστή διασταύρωσης, άρα το ψάξιμο γίνεται με μικρό βήμα. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα η αναζήτηση να γίνει σε όλο το χώρο, άρα ο αλγόριθμος θα συγκλίνει στο βέλτιστο, αλλά πολύ αργά. Αντίθετα, χρησιμοποιώντας μικρές τιμές της p_c έχει σαν αποτέλεσμα το ψάξιμο να κάνει άλματα, άρα ο αλγόριθμος είναι πιθανόν να συγκλίνει πιο γρήγορα. Χρησιμοποιώντας μεγάλο βήμα, υπάρχει ο κίνδυνος, ο αλγόριθμος να ξεπεράσει το βέλτιστο και έτσι να αποκλίνει. Έτσι, επιλέγουμε συνήθως μεγάλο βήμα στην αρχή του ψαξίματος, και στη συνέχεια, όταν ο αλγόριθμος προσεγγίσει την τιμή του βέλτιστου, χρησιμοποιούμε μικρό βήμα αναζήτησης. Με αυτό τον τρόπο, μπορούμε να αυξήσουμε την ταχύτητα αναζήτησης, χωρίς να κινδυνεύουμε να αποκλίνει ο αλγόριθμος.

Η ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ

Τελευταία στον κύκλο αναπαραγωγικής διαδικασίας και, ίσως, λιγότερο σημαντική, αλλά πάντως χρήσιμη, είναι η μετάλλαξη. Είναι μια λειτουργία που όταν συμβαίνει αραιά στη φύση δρα βελτιωτικά για τους οργανισμούς και γενικά για την εξέλιξη της ζωής. Ανάλογος είναι ο ρόλος της και στα τεχνικά περιβάλλοντα. Η λειτουργία της είναι απλή: Ενεργεί σε ένα μόνο οργανισμό κάθε φορά. Καθώς αντιγράφονται δυαδικά ψηφία από τον γονέα στον απόγονο, επιλέγεται τυχαία με μικρή πιθανότητα, τη λεγόμενη *πιθανότητα μετάλλαξης (mutation probability)* p_m , ένα ψηφίο και αντιστρέφεται (από 0 σε 1 ή το αντίστροφο). Είναι πολύ σημαντικό η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η μετάλλαξη να είναι αρκετά μικρή (περίπου μία μετάλλαξη σε κάθε χίλια ψηφία που αντιγράφονται), γιατί σε αντίθετη περίπτωση ο ΓΑ εκφυλίζεται σε τυχαίο ψάξιμο.

Αν και υπάρχει κάποια σύγχυση για το ρόλο της μετάλλαξης, τόσο φυσικής όσο και τεχνητής, το σίγουρο είναι πως είναι απαραίτητη. Η μετάλλαξη λειτουργεί ως ασφαλιστική δικλείδα για τις περιπτώσεις, κατά τις οποίες η επιλογή και η διασταύρωση, ενδεχομένως, χάσουν κάποιες πολύτιμες γενετικές πληροφορίες. Όταν συμβαίνει, επιφέρει ποικιλία στον πληθυσμό, ανακα-

τευθύνει την αναζήτηση και εξασφαλίζει ότι κανένα σημείο του χώρου αναζήτησης δεν αποκλείεται από τη διαδικασία του ψαξίματος.

Συνοψίζοντας αυτή την ενότητα, μπορούμε να δώσουμε την δομή ενός Γενετικού Αλγορίθμου σαν μία ρουτίνα με τη μορφή ψευδοκώδικα, όπου $P(t)$ είναι ο πληθυσμός στην επανάληψη t , όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 2.2.

Procedure Genetic Algorithm

begin

$t \leftarrow 0$

Αρχικοποίησε το $P(t)$

Αξιολόγησε το $P(t)$

while (**not** συνθήκη τερματισμού) **do**

begin

$t \leftarrow t+1$

Επιλογή του $P(t)$ από το $P(t-1)$

Τροποποίηση του $P(t)$

Αξιολόγηση του $P(t)$

end

end

Σχήμα 2.2

Η δομή ενός Γενετικού Αλγορίθμου.

Στο επόμενο κεφάλαιο, θα δοθεί αλγοριθμικά η υλοποίηση των παραπάνω διαδικασιών επιλογής, τροποποίησης και αξιολόγησης.

Για το πρόβλημα βελτιστοποίησης της $f(x) = x^2$ στο διάστημα $[1, 31]$, θεωρήστε τον αρχικό πληθυσμό που δίνεται στον παρακάτω Πίνακα 2.2, που παράγεται τυχαία με το στρίψιμο ενός νομίσματος (K -εφαλή = 1 και Γ -ράμμα = 0). Στην τελευταία στήλη δίνεται ο αριθμός αντιγράφων κάθε χρωμοσώματος, που θα περάσει στην επόμενη γενιά, όπως έχει προκύψει από την εξαναγκασμένη ρουλέτα.

(βλ. Πίνακα 2.2 στην επόμενη σελίδα)

Να συμπληρωθούν οι υπόλοιπες στήλες του πίνακα.

Αν $p_m = 0.002$, πόσα από τα 20 ($4 * 5$) bits θα υποστούν μετάλλαξη;

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.2

Πίνακας 2.2

Συμβολο- σειρά No	Αρχικός πληθυσμός τυχαία πα-ραγόμε- νος	Τιμή του x (μη προση- μασμένος ακέραιος)	$f(x) = x^2$	Πιθανότητα επιλογής $p_{select_i} =$ $\frac{f_i}{\sum f}$	Αναμεν/νος αριθμός αντιγράφων $\frac{f_i}{f}$	Αριθμός αντιγράφων από τη ρουλέτα
1	0 1 1 0 1					1
2	1 1 0 0 0					2
3	0 1 0 0 0					0
4	1 0 0 1 1					1
$\sum f$	—	—				
$\sum f / 4$	—	—				
Maximum	—	—				

**Δραστηριότητα
2.2**

Αφού συμπληρώσετε τον πίνακα 2.2, να γράψετε σε δέκα γραμμές, τι συμπεράσματα προκύπτουν συγκρίνοντας τις τρεις τελευταίες στήλες ανά δύο;

**Άσκηση
Αυτοαξιολόγησης
2.3**

Το σημείο διασταύρωσης ενός string υπολογίζεται ως εξής: μια ακέραια θέση k επιλέγεται ομοιόμορφα τυχαία μεταξύ του 1 και του μήκους l του string μείον ένα $[1, l-1]$. Τα δύο νέα strings δημιουργούνται ανταλλάσσοντας όλους τους χαρακτήρες μεταξύ των θέσεων $k+1$ και l αντίστοιχα. Εάν η ρίψη δύο νομισμάτων δώσει σαν αποτελέσματα $\Gamma\Gamma=11_2=3$ και $\text{KK}=01_2=1$, ποια θα είναι τα σημεία διασταύρωσης και ποιο θα είναι το αποτέλεσμα της διασταύρωσης των παρακάτω strings;

- α) Γονέας 1: 0 1 1 0 1 β) Γονέας 1: 1 1 0 0 0
Γονέας 2: 1 1 0 0 0 Γονέας 2: 1 0 0 1 1

**Άσκηση
Αυτοαξιολόγησης
2.4**

Για τη βελτιστοποίηση που περιγράφεται στην Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.2, θεωρήστε $p_c = 1$ και $p_m = 0,001$. Σαν σημεία διασταύρωσης να χρησιμοποιηθούν αυτά που υπολογίστηκαν στην προηγούμενη Άσκηση (2.3). Να συμπληρωθεί ο παρακάτω Πίνακας 2.3

Πίνακας 2.3

Συμβολο- σειρά No	Πληθυσμός μετά την επιλογή	Ζευγάριωμα (τυχαία επι- λεγόμενο)	Θέση δια- σταύρωσης (τυχαία επι- λεγόμενη)	Νέος πληθυσμός	Τιμή του x (μη προση- μασμένος ακέραιος)	$f(x) = x^2$
1	0 1 1 0 1	2				
2	1 1 0 0 0	1				
3	1 1 0 0 0	4				
4	1 0 0 1 1	3				
$\sum f$	—	—	—	—	—	
$\sum f / 4$	—	—	—	—	—	
Maximum	—	—	—	—	—	

Στην προηγούμενη άσκηση έγινε η επανάληψη ενός ΓΑ κατά ένα βήμα. Να περιγράψετε σε πέντε σειρές τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν.

Δραστηριότητα 2.3

Να υλοποιήσετε μια ρουτίνα, η οποία υλοποιεί τον τελεστή αναπαραγωγής, σε αλγοριθμική βάση. Μια τέτοια μέθοδος είναι η έκφραση μέσω μιας εξαναγκασμένης ρουλέτας, στην οποία κάθε συμβολοσειρά ενός πληθυσμού αντιπροσωπεύεται σε ένα μέρος της ρουλέτας, σε αναλογία με την απόδοσή της.

Δραστηριότητα 2.4

Έξι συμβολοσειρές έχουν τις ακόλουθες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης: 5, 10, 15, 25, 50, 100. Κάνοντας χρήση της εξαναγκασμένης ρουλέτας, να υπολογίσετε τον αναμενόμενο αριθμό αντιγράφων κάθε συμβολοσειράς στο νέο πληθυσμό, εάν διατηρείται ένας σταθερός πληθυσμός μεγέθους $n = 6$.

Δραστηριότητα 2.5

Δραστηριότητα 2.6

Αντί να χρησιμοποιήσουμε επιλογή εξαναγκασμένης ρουλέτας κατά την αναπαραγωγή, υποθέστε ότι ορίζουμε ένα μετρητή αντιγράφων για κάθε συμβολοσειρά, $ncount_i$ ως εξής: $ncount_i = f_i / \bar{f}$, όπου f_i είναι η καταλληλότητα (δηλαδή η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης) της i -στής συμβολοσειράς και \bar{f} είναι η μέση καταλληλότητα του πληθυσμού. Ο μετρητής αντιγράφων χρησιμοποιείται τότε για να παράγει τον αριθμό των μελών της δεξαμενής ζευγαρώματος, δίνοντας στο i -οστό string τόσα αντίγραφα, όσο το ακέραιο μέρος του και ένα επιπλέον αντίγραφο με πιθανότητα ίση με το κλασματικό μέρος του. Για παράδειγμα, αν ο $ncount_i$ είναι 1,25, τότε η συμβολοσειρά i θα έπαιρνε ένα αντίγραφο με πιθανότητα 1,0 και ένα άλλο αντίγραφο με πιθανότητα 0,25. Χρησιμοποιώντας για τη συμβολοσειρά τις τιμές καταλληλότητας της προηγούμενης άσκησης, να υπολογίσετε τον αναμενόμενο αριθμό αντιγράφων για καθεμία από τις 6 συμβολοσειρές. Να υπολογίσετε το συνολικό αριθμό συμβολοσειρών που αναμένεται στο νέο πληθυσμό, αν εφαρμοστεί αυτός ο τύπος διασταύρωσης.

2.3 Βελτιστοποίηση μιας απλής συνάρτησης

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα βασικά χαρακτηριστικά ενός ΓΑ σε σχέση με τη βελτιστοποίηση μιας συνάρτησης μιας μεταβλητής, με τη βοήθεια ενός Παραδείγματος.

Παράδειγμα 2.2

Έστω η συνάρτηση που ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = x \sin(10\pi x) + 1.0$$

Ζητείται να βρεθεί η τιμή του x μέσα από το διάστημα $[-1, 2]$ που μεγιστοποιεί την τιμή της συνάρτησης f , δηλαδή να βρεθεί ένα x_0 τέτοιο ώστε $f(x_0) \geq f(x)$, για κάθε $x \in [-1, 2]$.

Η ανάλυση της συνάρτησης f είναι σχετικά εύκολη. Οι ρίζες της πρώτης παραγώγου της f βρίσκονται από την

$$f'(x) = \sin(10\pi x) + 10\pi x \cos(10\pi x) = 0,$$

που δίνει $\tan(10\pi x) = -10\pi x$

Όπως αποδεικνύεται στην αναφορά [3] της προαιρετικής βιβλιογραφίας, η παραπάνω εξίσωση έχει άπειρες λύσεις της μορφής

$$x_i = \frac{2i-1}{20} + e_i, \text{ για } i = 1, 2, \dots,$$

$$x_0 = 0,$$

$$x_i = \frac{2i+1}{20} - e_i, \text{ για } i = -1, -2, \dots,$$

όπου τα e_i αντιπροσωπεύουν φθίνουσες ακολουθίες πραγματικών αριθμών που τείνουν στο μηδέν για $i = 1, 2, \dots$ και $i = -1, -2, \dots$ αντίστοιχα.

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση f παίρνει τις τοπικά μέγιστες τιμές της, για τιμές x_i όπου το i είναι περιττός ακέραιος και τις τοπικά ελάχιστες για τιμές x_i όπου i είναι άρτιος ακέραιος.

Αφού το πεδίο ορισμού του προβλήματος είναι το $[-1, 2]$, η συνάρτηση παίρνει τη μέγιστη τιμή της για $x_{19} = 37/20 + e_{19} = 1.85 + e_{19}$, όπου το $f(x_{19})$ είναι λίγο μεγαλύτερο από το

$$f(1.85) = 1.85 \sin(18\pi + \frac{\pi}{2}) + 1.0 = 2.85.$$

Όπως θα δούμε παρακάτω, η χρήση ΓΑ δεν απαιτεί τη λύση της εξίσωσης. Στη συνέχεια, θα κατασκευαστεί ένας ΓΑ που να επιλύει το παραπάνω πρόβλημα του Παραδείγματος 2.2, δηλαδή να μεγιστοποιεί τη συνάρτηση f . Στις παρακάτω παραγράφους, θα γίνει μια εκτενής αναφορά στα βασικότερα συστατικά μέρη ενός τέτοιου αλγορίθμου.

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Θα χρησιμοποιήσουμε ένα δυαδικό διάνυσμα ως το χρωμόσωμα που θα αναπαραστήσει τις πραγματικές τιμές της μεταβλητής x . Το μήκος του διανύσματος εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια, που στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται ότι είναι έξι δεκαδικά ψηφία. Το πεδίο ορισμού της μεταβλητής x έχει μήκος 3. Αυτό σε συνδυασμό με την επιθυμητή ακρίβεια υπογορεύει το χωρισμό του διαστήματος $[-1, 2]$ σε τουλάχιστον $3 \cdot 1000000$ ισόμεγθη υποδιαστήματα. Έτσι, προκύπτει ότι απαιτούνται 22 δυαδικά ψηφία για το δυαδικό διάνυσμα της αναπαράστασης, αφού

$$2097152 = 2^{21} < 3000000 \leq 2^{22} = 4194304$$

Η αντιστοίχιση μιας δυαδικής συμβολοσειράς $\langle b_{21}b_{20} \dots b_0 \rangle$ στον αντίστοιχο πραγματικό αριθμό x μέσα από το διάστημα $[-1, 2]$ γίνεται άμεσα και πραγματοποιείται σε δύο βήματα:

- Μετατροπή της δυαδικής συμβολοσειράς από δυαδικό σε δεκαδικό αριθμό:

$$(< b_{21}b_{20}\dots b_0 >)_2 = (\sum_{i=0}^{21} b_i \cdot 2^i)_{10} = x'$$

- Εύρεση ενός αντίστοιχου πραγματικού αριθμού x τέτοιου ώστε

$$x = -1.0 + x' \cdot \frac{3}{2^{22} - 1},$$

όπου -1.0 είναι το αριστερό όριο του πεδίου ορισμού και 3 είναι το μήκος του πεδίου αυτού. Για παράδειγμα, το χρωμόσωμα

(1000101110110101000111)

αντιπροσωπεύει τον αριθμό 0.637107 , αφού

$$x' = (1000101110110101000111)_2 = 2288967$$

και

$$x = -1.0 + 2288967 \cdot \frac{3}{4194303} = 0.637197$$

Όπως είναι φυσικό, τα χρωμοσώματα

(00000000000000000000) και (11111111111111111111)

αντιπροσωπεύουν τα όρια του πεδίου ορισμού, -1 και 2 αντίστοιχα.

ΑΡΧΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ

Η διαδικασία αρχικοποίησης είναι πολύ απλή. Δημιουργείται ένας πληθυσμός από χρωμοσώματα, όπου κάθε χρωμόσωμα είναι ένα δυαδικό διάνυσμα των 22 δυαδικών ψηφίων. Και τα 22 δυαδικά ψηφία κάθε χρωμοσώματος αρχικοποιούνται ομοιόμορφα.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Η συνάρτηση αξιολόγησης *eval* για τα δυαδικά διανύσματα v ισούται με τη συνάρτηση f :

$$eval(v) = f(x),$$

όπου το χρωμόσωμα v αντιπροσωπεύει την πραγματική τιμή x .

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η αντικειμενική συνάρτηση παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος, αξιολογώντας τις διάφορες πιθανές λύσεις σε σχέση με την καταλληλότητά τους. Για παράδειγμα, τα χρωμοσώματα

$$v_1 = (1000101110110101000111),$$

$$v_2 = (0000001110000000010000),$$

$$v_3 = (1110000000111111000101),$$

αντιπροσωπεύουν τις τιμές $x_1 = 0.637197$, $x_2 = -0.958973$ και $x_3 = 1.627888$, αντίστοιχα. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση θα τα αξιολογήσει ως εξής:

$$\begin{aligned} eval(v_1) &= f(x_1) = 1.586345, \\ eval(v_2) &= f(x_2) = 0.078878, \\ eval(v_3) &= f(x_3) = 2.250650. \end{aligned}$$

Προφανώς, το χρωμόσωμα v_3 είναι το καλύτερο από τα τρία χρωμοσώματα, αφού η απόδοσή του έχει την μεγαλύτερη τιμή.

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ

Κατά τη διάρκεια της φάσης εναλλαγών του ΓΑ θα χρησιμοποιηθούν οι δύο κλασικοί γενετικοί τελεστές. Ο τελεστής διασταύρωσης και ο τελεστής μετάλλαξης.

Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, η μετάλλαξη έχει ως αποτέλεσμα την μετατροπή ενός ή περισσότερων γονιδίων με πιθανότητα ίση με το ρυθμό μετάλλαξης. Έστω ότι το πέμπτο γονίδιο από το χρωμόσωμα v_3 έχει επιλεγεί για μετάλλαξη. Αφού η τωρινή τιμή του είναι 0 θα αλλάξει σε 1 και το χρωμόσωμα v_3 μετά την μετάλλαξη θα γίνει

$$v_3' = (1110100000111111000101).$$

Το χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει την τιμή

$$x_3' = 1.721638 \text{ και } f(x_3') = -0.082257.$$

Αυτό σημαίνει ότι αυτή η συγκεκριμένη μετάλλαξη κατέληξε σε σημαντική μείωση της απόδοσης του χρωμοσώματος v_3 . Από την άλλη πλευρά, εάν είχε επιλεγεί το δέκατο γονίδιο του v_3 για μετάλλαξη, τότε

$$v_3'' = (1110000001111111000101).$$

Το χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει την τιμή

$$x_3'' = 1.630818 \text{ και } f(x_3'') = 2.343555.$$

Αυτό σημαίνει ότι αυτή η συγκεκριμένη μετάλλαξη κατέληξε σε αύξηση της απόδοσης του χρωμοσώματος v_3 , που είχε αρχική απόδοση

$$f(x_3) = 2.250650.$$

Θα παρουσιαστεί τώρα η επίδραση του τελεστή διασταύρωσης πάνω στα χρωμοσώματα v_2 και v_3 . Έστω ότι είχε επιλεχθεί, με τυχαίο πάντα τρόπο, το πέμπτο γονίδιο ως το γονίδιο της διασταύρωσης. Τότε από τα

$$v_2 = (00000 | 01110000000010000),$$

$$v_3 = (11100 | 0000011111000101)$$

τα δύο νέα χρωμοσώματα παιδιά που προκύπτουν είναι τα εξής:

$$v_2' = (00000 | 0000011111000101),$$

$$v_3' = (11100 | 01110000000010000).$$

Οι απόγονοι αυτοί εμφανίζουν αποδόσεις

$$f(v_2') = f(-0.998113) = 0.940865,$$

$$f(v_3') = f(1.666028) = 2.459245.$$

Προκύπτει ότι ο δεύτερος απόγονος παρουσιάζει μεγαλύτερη απόδοση και από τους δύο γονείς του.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα του Παραδείγματος 2.2, θα χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω τιμές για τις βασικότερες παραμέτρους του ΓΑ:

- Μέγεθος πληθυσμού $pop_size = 50$
- Πιθανότητα διασταύρωσης $p_c = 0.25$
- Πιθανότητα μετάλλαξης $p_m = 0.01$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στον παρακάτω Πίνακα 2.4, φαίνονται τα αποτελέσματα που πήραμε από την εφαρμογή του παραπάνω ΓΑ με τις συγκεκριμένες τιμές για τις παραμέτρους του.

Πίνακας 2.4

Αριθμός Γενεών	Μέγιστη Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης
1	1.441942
6	2.250003
8	2.250283
9	2.250284
10	2.250363
12	2.328077

39	2.344251
40	2.345087
51	2.738930
99	2.849246
137	2.850217
145	2.850227

Στην πρώτη στήλη αναφέρονται οι αριθμοί των γενεών του ΓΑ, στις οποίες παρατηρήθηκε βελτίωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ στη δεύτερη στήλη η αντίστοιχη τιμή που πήρε η συνάρτηση. Το καλύτερο χρωμόσωμα μετά από 150 γενεές ήταν το εξής:

$$v_{\max} = (1111001101000100000101),$$

που αντιστοιχεί στην πραγματική τιμή $x_{\max} = 1.850773$.

Όπως ήταν αναμενόμενο $x_{\max} = 1.85 + e_{19}$ και το $f(x_{\max})$ είναι ελαφρώς μεγαλύτερο από 2.85.

Στην άσκηση 2.4 η πιθανότητα διασταύρωσης p_c ήταν ίση με 1, ενώ στην εφαρμογή του παραδείγματος 2.2 χρησιμοποιήθηκε η τιμή $p_c = 0.25$. Πιστεύετε ότι η διαφορετική τιμή αυτής της πιθανότητας επηρεάζει (και πώς) την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου; Να διατυπώσετε την απάντησή σας σε περίπου μισή σελίδα.

Δραστηριότητα 2.7

1. Ο τελεστής διασταύρωσης που είδαμε μέχρι τώρα, λέγεται «ενός σημείου». Στο παρακάτω παράδειγμα ορίζεται ο τελεστής διασταύρωσης δύο σημείων, όπου η ανταλλαγή γίνεται μεταξύ των μεσαίων τμημάτων της συμβολοσειράς. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα, αν εφαρμοστεί αυτός ο τελεστής;

Γονέας 1: 1 1 0 1 | 1 0 0 1 0 1 | 1 0 1 1

Γονέας 2: 0 0 0 1 | 0 1 1 0 1 1 | 1 1 0 0

2. Επίσης μπορούμε να ορίσουμε ομοιόμορφη διασταύρωση, η οποία δουλεύει ως εξής: Επιλέγονται δύο γονείς και παράγονται δύο παιδιά. Για κάθε θέση ψηφίου των παιδιών, αποφασίζουμε τυχαία ποιος από τους γονείς συνεισφέρει την τιμή του ψηφίου του, σε ποιο από τα παιδιά. Για να το

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.5

εφαρμόσουμε, χρησιμοποιούμε ένα καλούπι, στο οποίο οι άσσοι ευνοούν τον πρώτο γονέα, ο οποίος δίνει την τιμή του ψηφίου του σε εκείνη τη θέση στο πρώτο παιδί και τα μηδενικά το δεύτερο. Το άλλο παιδί παίρνει την τιμή του ψηφίου του άλλου γονέα σε εκείνη τη θέση. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα αν εφαρμόσουμε αυτόν τον τελεστή στις παρακάτω συμβολοσειρές;

Γονέας 1: 1 0 0 1 0 1 1

Γονέας 2: 0 1 0 1 1 0 1

Καλούπι: 1 1 0 1 0 0 1

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.6

Έστω ότι θέλουμε να υλοποιήσουμε ένα Γενετικό Αλγόριθμο, ο οποίος θα υπολογίζει από ένα πληθυσμό 100 ατόμων εκείνο το χρωμόσωμα (μήκους 100), το οποίο έχει τους περισσότερους άσσους (1). Ποια αντικειμενική συνάρτηση θα χρησιμοποιήσουμε;

Δραστηριότητα 2.8

Μια από τις αρχικές συναρτήσεις που θα χρειαστείτε για να υλοποιήσετε τους Γενετικούς Αλγόριθμους σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, είναι η δυνατότητα παραγωγής ψευδοτυχαίων αριθμών. Χρησιμοποιήστε τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, που έχει το σύστημά σας, και φτιάξτε ένα πρόγραμμα, το οποίο να παράγει 1000 τυχαίους αριθμούς μεταξύ 0 και 1. Προσδιορίστε πόσοι αριθμοί παράγονται σε καθένα από τα τέσσερα παρακάτω διαστήματα: 0.00 – 0.25, 0.25 – 0.50, 0.50 – 0.75, 0.75 – 1.00 και συγκρίνετε τα πραγματικά νούμερα με τα αναμενόμενα. Είναι η διαφορά μέσα σε λογικά όρια; Πώς μπορείτε να ποσοτικοποιήσετε εάν η διαφορά είναι λογική;

Δραστηριότητα 2.9

Υποθέστε ότι έχετε 10 συμβολοσειρές με τις ακόλουθες πιθανότητες επιλογής στην επόμενη γενιά: 0.1, 0.2, 0.05, 0.15, 0.11, 0.07, 0.04, 0.12, 0.16. Δεδομένου ότι αυτές είναι οι μόνες δυνατές επιλογές, να υπολογίσετε αν οι πιθανότητες είναι συνεπείς. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο προσομοιώνει την επιλογή εξαναγκασμένης ρουλέτας, για αυτές τις 10 συμβολοσειρές. Περιστρέψτε τη ρουλέτα 1000 φορές και καταχωρίστε τον αριθμό επιλογών για κάθε συμβολοσειρά, συγκρίνοντας αυτό τον αριθμό με τον αναμενόμενο αριθμό επιλογών.

Να φτιάξετε μια ρουτίνα η οποία δέχεται δύο δυαδικές συμβολοσειρές και την τιμή της θέσης διασταύρωσης, κάνει απλή διασταύρωση και επιστρέφει τις συμβολοσειρές των δύο απογόνων. Να δοκιμάσετε το πρόγραμμα διασταυρώνοντας τα ακόλουθα strings, μήκους 10: 1011101011, 0000110100. Να θεωρήσετε τις εξής τιμές θέσης διασταύρωσης: 3, 1, 6 και 20.

Δραστηριότητα 2.10

Να φτιάξετε μια συνάρτηση μετάλλαξης, η οποία να συμπληρώνει την τιμή ενός συγκεκριμένου ψηφίου με καθορισμένη πιθανότητα μετάλλαξης p_m . Να δοκιμάσετε τη συνάρτηση εκτελώντας 1000 κλήσεις για μετάλλαξη, χρησιμοποιώντας πιθανότητες μετάλλαξης $p_m = 0.001, 0.01, 0.1$. Να συγκρίνετε τον αριθμό μεταλλάξεων που πραγματοποιήθηκαν με τον αναμενόμενο αριθμό.

Δραστηριότητα 2.11

Σύνοψη

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκαν οι τέσσερις διαφορές που διαχωρίζουν τους Γενετικούς Αλγορίθμους από τις περισσότερες συμβατικές τεχνικές βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα αυτές οι διαφορές είναι οι παρακάτω:

1. Απευθείας χειρισμός μιας κωδικοποίησης.
2. Αναζήτηση από έναν πληθυσμό και όχι ένα απλό σημείο.
3. Αναζήτηση μέσω δειγματοληψίας, μια τυφλή αναζήτηση.
4. Αναζήτηση χρησιμοποιώντας στοχαστικούς τελεστές, όχι ντετερμινιστικούς κανόνες.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι χειρίζονται αναπαραστάσεις μεταβλητών απόφασης και ελέγχου, στο επίπεδο της συμβολοσειράς, για να εκμεταλλευτούν τις ομοιότητες μεταξύ συμβολοσειρών υψηλής επίδοσης. Οι άλλες μέθοδοι συνήθως ασχολούνται απευθείας με συναρτήσεις και τις μεταβλητές ελέγχου τους.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι δουλεύουν με έναν πληθυσμό, ενώ οι άλλες μέθοδοι δουλεύουν με ένα απλό σημείο. Συντηρώντας έναν πληθυσμό από καλά προσαρμοσμένα δείγματα, η πιθανότητα να πλησιάσουν μία λάθος κορυφή της συνάρτησης βελτιστοποίησης ελαττώνεται.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι επιτυγχάνουν την αξιοσημείωτη ποιότητά τους, αγνοώντας τις πληροφορίες, εκτός από αυτές που είναι αποφασιστικές. Οι άλλες

μέθοδοι βασίζονται σε τέτοιες πληροφορίες, άρα αυτές οι τεχνικές καταρρέουν μπροστά σε προβλήματα όπου η απαραίτητη πληροφορία δεν είναι διαθέσιμη ή είναι πολύ δύσκολο να την πάρουμε. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι επεξεργάζονται ομοιότητες στην υποκείμενη κωδικοποίηση μαζί με πληροφορίες που ταξινομούν τις δομές σύμφωνα με την ικανότητα επιβίωσης τους στο τρέχον περιβάλλον. Εκμεταλλευόμενοι τόσο ευρέως διαθέσιμες πληροφορίες, οι ΓΑ θεωρητικά μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε πρόβλημα.

Οι κανόνες μετάβασης των ΓΑ είναι στοχαστικοί, ενώ οι περισσότερες άλλες μέθοδοι χρησιμοποιούν ντετερμινιστικούς. Οποσδήποτε υπάρχει μία διάκριση μεταξύ των τυχαιοποιημένων τελεστών των ΓΑ και άλλων μεθόδων οι οποίες είναι απλώς τυχαίοι περίπατοι. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι χρησιμοποιούν τυχαία επιλογή, για να οδηγήσουν μια πολύ εκμεταλλεύσιμη αναζήτηση.

Στη συνέχεια παρουσιάσαμε και αναλύσαμε τα βασικά δομικά στοιχεία των Γενετικών Αλγορίθμων. Συνοψίζοντας, η δομή ενός ΓΑ αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

1. Αρχικοποίηση (Initialization)
2. Αποκωδικοποίηση (Decoding)
3. Υπολογισμός ικανότητας ή αξιολόγηση (Fitness calculation ή evaluation)
4. Αναπαραγωγή (Reproduction)
 - I. Επιλογή (Selection)
 - II. Διασταύρωση (Crossover ή mating)
 - III. Μετάλλαξη (Mutation)
5. Επανάληψη από το βήμα (2) μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού του ΓΑ

Επίσης, με τη βοήθεια Παραδειγμάτων, εξηγήθηκε η λειτουργία αυτών των χαρακτηριστικών και δόθηκε η αλγοριθμική βάση για την υλοποίηση της κωδικοποίησης / αποκωδικοποίησης, της αξιολόγησης και των γενετικών τελεστών.

Ο απλός Γενετικός Αλγόριθμος που μελετήθηκε σε αυτό το κεφάλαιο, σας έδωσε τη δυνατότητα να δείτε πώς εφαρμόζεται στην πράξη αυτή η αφαίρεση της Εξελικτικής Θεωρίας. Στα επόμενα κεφάλαια, θα αναλύσουμε τη λειτουργία του πολύ προσεκτικά. Μετά από αυτό, αφού υλοποιήσουμε έναν απλό ΓΑ με ένα εύκολο πρόγραμμα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, θα μελετήσουμε

τη θεωρητική τους θεμελίωση. Επίσης θα μελετήσουμε δομές δεδομένων, που είναι χρήσιμες στην κωδικοποίηση προβλημάτων για επίλυση με ΓΑ. Τέλος θα εξετάσουμε μερικές εφαρμογές τους σε τρία πρακτικά προβλήματα και ορισμένα θέματα του Εξελικτικού Προγραμματισμού.

Στη βιβλιογραφία που ακολουθεί, η πρώτη αναφορά χρησιμοποιείται σαν συμπληρωματική βιβλιογραφία. Ήδη ο αναγνώστης έχει παραπεμφθεί για να μελετήσει με λεπτομέρεια ορισμένα θέματα. Από τη συμπληρωματική βιβλιογραφία, η πρώτη αναφορά δίνεται για λόγους ιστορικούς, γιατί για πρώτη φορά εμφανίστηκαν σε αυτή οι ΓΑ. Η εφαρμογή που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο είναι από την δεύτερη αναφορά. Στο βιβλίο αυτό δίνεται έμφαση στην γενίκευση των ΓΑ, με χρήση άλλων τελεστών εκτός από αυτούς που ήδη αναφέραμε. Δηλαδή επικεντρώνεται στα Εξελικτικά Προγράμματα, τα οποία θα μας απασχολήσουν στο τελευταίο κεφάλαιο. Στην τρίτη αναφορά γίνεται μία σύντομη αναφορά στην τεχνολογία των ΓΑ και δίνεται έμφαση στην εφαρμογή τους σε μάθηση μηχανής, επιστημονικό μοντελάρισμα και «τεχνητή ζωή». Ο αναγνώστης παραπέμπεται σε αυτή, μόνο για να έχει μια εικόνα, της μεγάλης ποικιλίας προβλημάτων στα οποία μπορούν να εφαρμοστούν οι ΓΑ. Η τελευταία αναφορά είναι προσανατολισμένη σε εφαρμοσμένα προβλήματα, που ενδιαφέρουν κυρίως τους μηχανικούς.

Αφού ολοκληρώσετε την μελέτη του κεφαλαίου 2, στην οποία συμπεριλαμβάνεται και η Απάντηση των Ασκήσεων Αυτοαξιολόγησης και των Δραστηριοτήτων, παρακαλούμε να επιστρέψετε στα Προσδοκώμενα Αποτελέσματα. Μπορείτε τώρα να ελέγξετε κατά πόσο έχετε εξοικειωθεί με τη διαδικασία μετατροπής ενός μαθηματικού προβλήματος βελτιστοποίησης, σε Γενετικό Αλγόριθμο. Συγκεκριμένα θα πρέπει να μπορείτε να υλοποιήσετε τα παρακάτω βήματα:

- καθορισμός κωδικοποίησης,
- καθορισμός αντικειμενικής συνάρτησης,
- αξιολόγηση,
- αναπαραγωγή (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη).

Η μελέτη της εφαρμογής πρέπει να σας έχει δώσει τη δυνατότητα να μπορείτε να επιλύσετε εύκολα, γράφοντας και εκτελώντας απλά προγράμματα, ανάλογα προβλήματα.