

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

1. Η μέση τιμή της ζήτησης είναι $r = 18,17 \approx 18$. Η εκτίμηση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί γιατί τα στοιχεία δεν έχουν μεγάλες διακυμάνσεις. Ένα στατιστικό μέτρο των διακυμάνσεων είναι η τυπική απόκλιση σ , η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:

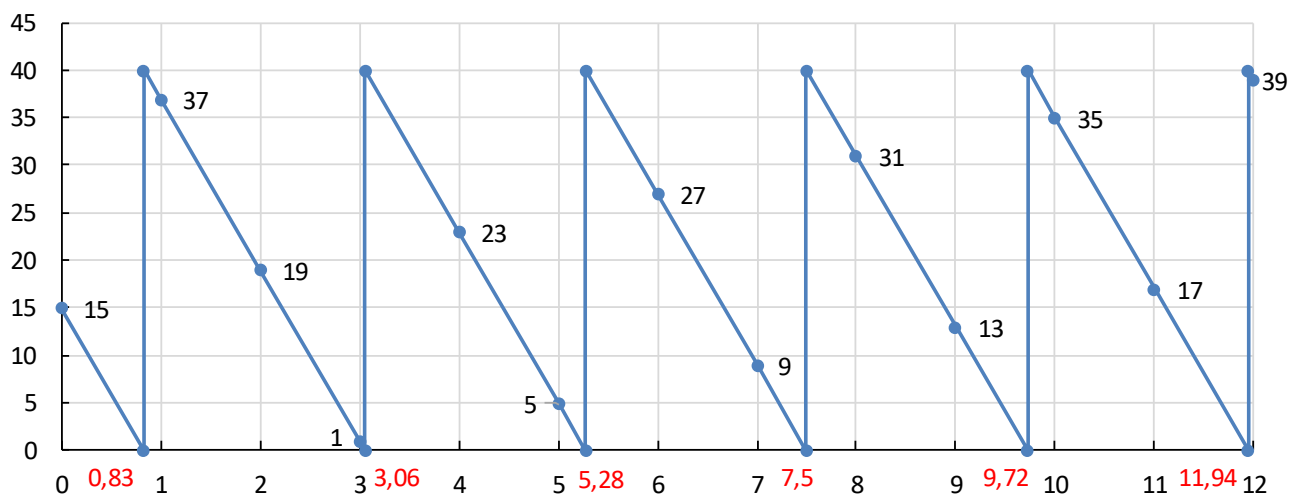
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - r)^2}$$

όπου T είναι το πλήθος των ιστορικών δεδομένων ($T=12$ στη συγκεκριμένη περίπτωση) και r_t είναι η ζήτηση την περίοδο t :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{11} [(19-18,17)^2 + (18-18,17)^2 + (22-18,17)^2 + \dots + (17-18,17)^2 + (14-18,17)^2]} = 2,37$$

Διαιρώντας την τυπική απόκλιση με τη μέση τιμή προκύπτει ο συντελεστής μεταβλητότητας = $2,37 / 18,17 = 0,13$. Σε προβλήματα διαχείρισης αποθεμάτων, τιμές για το συντελεστή μεταβλητότητας της ζήτησης που δεν υπερβαίνουν (περίπου) το 0,2 θεωρούνται ως ένδειξη ότι η ζήτηση δεν παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις διαχρονικά και επομένως μπορεί να θεωρηθεί σταθερή (ώστε να εφαρμοστεί το μοντέλο του Wilson).

2. Η εξέλιξη του αποθέματος είναι:



Το μηνιαίο κόστος για $q = 40$ είναι

$$C(q = 40) = ur + \frac{Kr}{q} + \frac{hq}{2} = 427\text{€} / \text{μήνα}$$

Δηλαδή 5124€/έτος

3. Η βέλτιστη οικονομική ποσότητα είναι:

$$q^* = \sqrt{\frac{2rK}{h}} = 57,21 \text{ κούτες}$$

Επειδή όμως η ποσότητα πρέπει να είναι πολλαπλάσια του 5 θα πρέπει να εξεταστεί το κόστος στην περίπτωση όπου $q = 55$ και $q = 60$:

$$C(q = 55) = ur + \frac{Kr}{q} + \frac{hq}{2} = 422,98$$

$$C(q = 60) = ur + \frac{Kr}{q} + \frac{hq}{2} = 423$$

Άρα επιλέγεται η περίπτωση $q = 55$ με κόστος 422,98€/μήνα, δηλαδή 5076€/έτος.

Με δεδομένο ότι απαιτούνται 2 ημέρες μέχρι την παράδοση και αν θεωρηθεί ότι κάθε μήνας έχει 30 ημέρες, αυτό σημαίνει ότι η παραγγελία θα πρέπει να δοθεί όταν το απόθεμα γίνει $s = r\Delta = 18 \times 2 / 30 = 1.2$ κούτες

Η παραγγελία 40 μονάδων κάθε φορά έχει κόστος 427€/μήνα, οπότε σε ετήσια βάση η παραπάνω πρακτική επιφέρει εξοικονόμηση 48€. Τα μηνιαία κόστη αποθεματοποίησης και παραγγελίας για κάθε στρατηγική είναι:

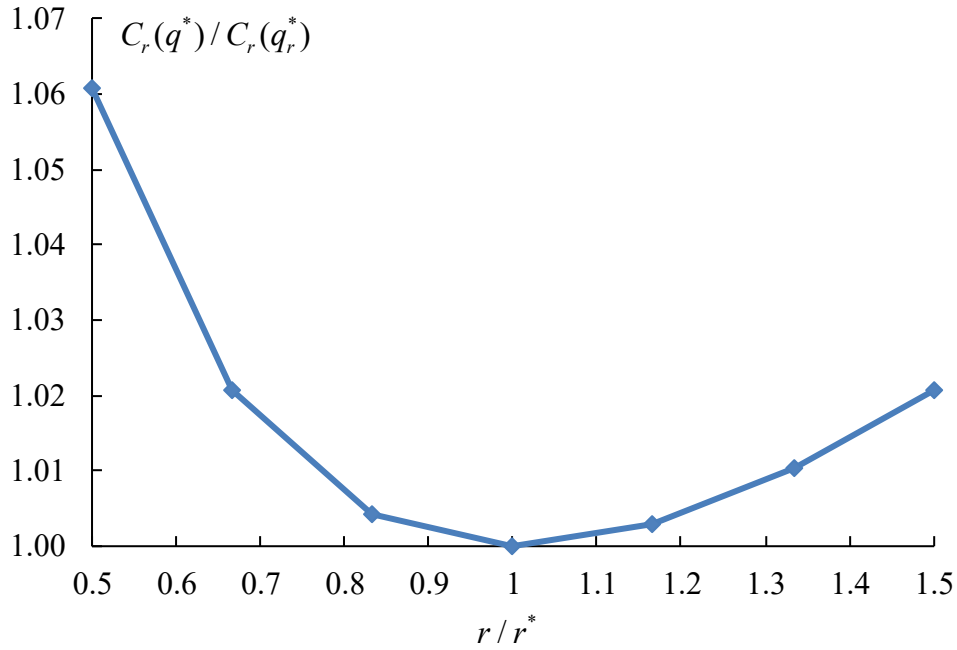
	$q = 40$	$q = 55$
Αποθεματοποίηση	22	30.25
Παραγγελία (σταθερό)	45	32.73
Παραγγελία (μεταβλητό)	360	360

Οπότε η εξοικονόμηση οφείλεται στη μείωση του σταθερού κόστους των παραγγελιών ανά μονάδα χρόνου

4. Τα στοιχεία του πίνακα είναι:

r	9	12	15	18	21	24	27
q_r^*	40.5	46.7	52.2	57.2	61.8	66.1	70.1
$C_r(q_r^*)$	44.5	51.4	57.4	62.9	68.0	72.7	77.1
$C_r(q^*)$	47.2	52.4	57.7	62.9	68.2	73.4	78.7

Γραφικά η σχέση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Όπως φαίνεται, οι διαφορές στο κόστος σε περίπτωση που η ζήτηση είναι διαφορετική από αυτή που χρησιμοποιήθηκε στο μοντέλο είναι μικρές (έως +6%) περίπου. Εάν $r / r^* < 1$, δηλαδή όταν η ζήτηση είναι μικρότερη από αυτή που είχε εκτιμηθεί (άρα η ζήτηση είχε υπερεκτιμηθεί), τότε οι αποκλίσεις είναι μεγαλύτερες



5. Δεδομένου ότι στη συνάρτηση δεν λαμβάνεται υπόψη το u :

$$\frac{C_r(q^*)}{C_r(q_r^*)} = \frac{\frac{Kr}{q^*} + \frac{hq^*}{2}}{\frac{Kr}{q_r^*} + \frac{hq_r^*}{2}}$$

Αντικαθίστανται τα $q^* = \sqrt{2Kr^*/h}$ και $q_r^* = \sqrt{2Kr/h}$:

$$\begin{aligned} \frac{C_r(q^*)}{C_r(q_r^*)} &= \frac{\frac{Kr}{\sqrt{\frac{2r^*K}{h}}} + \frac{h\sqrt{\frac{2r^*K}{h}}}{2}}{\frac{Kr}{\sqrt{\frac{2rK}{h}}} + \frac{h\sqrt{\frac{2rK}{h}}}{2}} = \frac{\sqrt{\frac{K^2r^2}{2r^*K}} + \sqrt{\frac{h^2 \frac{2r^*K}{h}}{4}}}{\sqrt{\frac{K^2r^2}{2rK}} + \sqrt{\frac{h^2 \frac{2rK}{h}}{4}}} = \frac{\sqrt{\frac{hKr^2}{2r^*}} + \sqrt{\frac{hr^*K}{2}}}{\sqrt{\frac{Kr^2}{2}} + \sqrt{\frac{hrK}{2}}} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{hKr^2}{2r^*}} + \sqrt{\frac{hr^*K}{2}}}{\sqrt{2Kr^*h}} = \frac{\sqrt{\frac{hKr^2}{2r^*}}}{\sqrt{2Kr^*h}} + \frac{\sqrt{\frac{hr^*K}{2}}}{\sqrt{2Kr^*h}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r}{r^*}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^*}{r}} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{r}{r^*}} + \sqrt{\frac{r^*}{r}}\right) \end{aligned}$$

6. Το κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$HC = \frac{hS^{*2}}{2q^*} = \frac{h \frac{p^2 q^{*2}}{(h+p)^2}}{2q^*} = \frac{hp^2 q^*}{2(h+p)^2}$$

Το κόστος έλλειψης ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$SC = \frac{p(q^* - S^*)^2}{2q^*} = \frac{p\left(q^* - \frac{pq^*}{h+p}\right)^2}{2q^*} = \frac{p\left(\frac{hq^*}{h+p}\right)^2}{2q^*} = \frac{ph^2q^*}{2(h+p)^2}$$

Άρα το άθροισμα του κόστους αποθεματοποίησης και έλλειψης είναι:

$$\begin{aligned} HC + SC &= \frac{hp^2q^*}{2(h+p)^2} + \frac{ph^2q^*}{2(h+p)^2} = \frac{hpq^*(p+h)}{2(h+p)^2} = \frac{hpq^*}{2(h+p)} \\ &= \frac{hp\sqrt{\frac{2rK(h+p)}{hp}}}{2(h+p)} = \sqrt{\frac{h^2p^2 \frac{2rK(h+p)}{hp}}{4(h+p)^2}} = \sqrt{\frac{hprK}{2(h+p)}} \end{aligned}$$

Το κόστος παραγγελιών ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$OC = \frac{Kr}{q^*} = \frac{Kr}{\sqrt{\frac{2rK(h+p)}{hp}}} = \sqrt{\frac{K^2r^2}{2rK(h+p)}} = \sqrt{\frac{hpKr}{2(h+p)}}$$

Επομένως $OC = HC + SC$

Με αυτό το δεδομένο, η συνάρτηση κόστους γίνεται:

$$C(q^*, S^*) = OC + HC + SC = 2OC = 2\sqrt{\frac{hpKr}{2(h+p)}} = \sqrt{\frac{4hpKr}{2(h+p)}} = \sqrt{\frac{2hpKr}{h+p}}$$

Με βάση το κόστος έλλειψης, η βέλτιστη οικονομική ποσότητα και το επίπεδο αναπλήρωσης είναι:

$$q^* = \sqrt{\frac{2rK(h+p)}{hp}} = 60,27 \approx 60$$

$$S^* = \frac{pq^*}{h+p} = 54,05$$

Η μέγιστη έλλειψη τη στιγμή της παραλαβής είναι: $q^* - S^* = 5,95$.

Το μηνιαίο κόστος στην περίπτωση αυτή είναι 419,73€/μήνα, δηλαδή 5036,76€/έτος (εξοικονόμηση 40€/έτος σε σχέση με το ερώτημα 3).