

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

Η μεταβολή της εντροπίας ενός ιδανικού αερίου μπορεί να υπολογισθεί από τις εξισώσεις:

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P \cdot dv}{T} \quad \text{ή} \quad ds = \frac{dh}{T} - \frac{v \cdot dP}{T}$$

χρησιμοποιώντας τις σχέσεις ιδιοτήτων για τα ιδανικά αέρια:

$$du = c_v \cdot dT, \quad dh = c_p \cdot dT \quad \text{και} \quad P = R \cdot T/v$$

$$ds = c_v \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \frac{dv}{v} \quad \text{και ολοκληρώνοντας:} \quad \Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$ds = \frac{c_p \cdot dT}{T} - \frac{R \cdot dP}{P} \quad \text{και ολοκληρώνοντας:} \quad \Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Απαιτείται να γνωρίζουμε τις σχέσεις των  $c_p$ ,  $c_v$  με τη θερμοκρασία  $T$ .



ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων δεν είναι πρακτικός



Υπάρχουν δύο επιλογές:

**Προσεγγιστική ανάλυση** ← (α) είτε υπολογίζουμε αυτά τα ολοκληρώματα υποθέτοντας απλά σταθερές ειδικές θερμότητες ή

**Ακριβής ανάλυση** ← (β) αποτιμούμε αυτά τα ολοκληρώματα και καταχωρούμε τα αποτελέσματα σε Πίνακες.

## Εντροπία

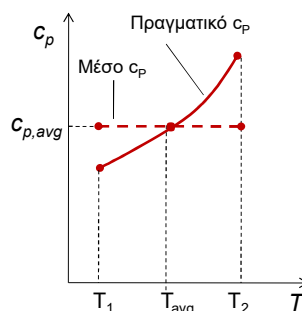
### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

#### Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

Υπό την παραδοχή σταθερών ειδικών θερμότητων, η ειδική θερμότητα υποτίθεται ότι είναι σταθερή σε κάποια μέση τιμή.

Το μέγεθος του σφάλματος είναι μικρό στις εξής περιπτώσεις:

- Για μονοατομικά ιδανικά αέρια (π.χ. He) - Οι ειδικές θερμότητες είναι ανεξάρτητες της θερμοκρασίας.
- Για ιδανικά αέρια, οι ειδικές θερμότητες των οποίων μεταβάλλονται σχεδόν γραμμικά εντός της θερμοκρασιακής περιοχής ενδιαφέροντος.
- Όταν το εύρος θερμοκρασιών δεν είναι μεγάλο.



$$s_2 - s_1 = c_{v,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [kJ / kg \cdot K]$$

$$s_2 - s_1 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kg \cdot K]$$

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

#### Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

ή ανά γραμμομόριο, πολλαπλασιάζοντας με τη γραμμομοριακή μάζα:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{v,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [kJ / kmol \cdot K]$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kmol \cdot K]$$

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \cdot \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Αντί να υπολογίζουμε τα πολύπλοκα ολοκληρώματα για κάθε νέα διεργασία, είναι πιο βολικό να υπολογίσουμε τα ολοκληρώματα μία φορά και να καταχωρήσουμε τα αποτελέσματα σε πίνακες.

Επιλέγουμε ως θερμοκρασία αναφοράς το απόλυτο μηδέν και ορίζουμε μία συνάρτηση  $s^o$ :

$$s^o = \int_0^T c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} \quad \text{Όπου } s^o = s^o(T) \text{ και για } T=0 \Rightarrow s^o = 0$$

$$\int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} = \int_{T_1}^0 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} + \int_0^{T_2} c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} = -s_1^o + s_2^o \Rightarrow$$

Όπου  $s_2^o$  και  $s_1^o$  οι τιμές της  $s^o$  στις θερμοκρασίες  $T_2$  και  $T_1$ , αντίστοιχα.

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

Αντικαθιστώντας στην σχέση μεταβολής της εντροπίας:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{όπου: } \int_1^2 c_p(T) \cdot \frac{dT}{T} = s_2^o - s_1^o$$



$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ/kg \cdot K]$$

Όπου  $s_2^o$  και  $s_1^o$  οι τιμές της  $s^o$  στις θερμοκρασίες  $T_2$  και  $T_1$ , αντίστοιχα, οι οποίες λαμβάνονται από Πίνακες (π.χ. Πίνακας A-17 για τον αέρα).

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

ή ανά γραμμομόριο:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kmol \cdot K]$$

**Σημείωση:** Σε αντίθεση με την ενθαλπία και την εσωτερική ενέργεια, η εντροπία ενός ιδανικού αερίου δεν μεταβάλλεται μόνο με την θερμοκρασία αλλά και με την πίεση.



- Η μεταβολή της εντροπίας από τη θερμοκρασία λαμβάνεται υπόψη στις τιμές της  $s^o$  στους πίνακες (π.χ. Πίνακας A-17 για τον αέρα).
- Η μεταβολή της εντροπίας από τη πίεση υπολογίζεται από το τελευταίο όρο της εξίσωσης μεταβολής της εντροπίας.

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων – Ανακεφαλαίωση

#### Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = c_{v,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [kJ / kg \cdot K]$$

$$s_2 - s_1 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kg \cdot K]$$

Όπου οι τιμές των  $C_{v,avg}$  και  $C_{p,avg}$  είναι οι μέσες τιμές των ειδικών θερμοτήτων στις θερμοκρασίες  $T_1$  και  $T_2$ , οι οποίες λαμβάνονται από τον Πίνακα A2β.

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [kJ / kg \cdot K]$$

Όπου  $s_2^o$  και  $s_1^o$  οι τιμές της  $s^o$  στις θερμοκρασίες  $T_2$  και  $T_1$ , αντίστοιχα, οι οποίες λαμβάνονται από Πίνακες (π.χ. Πίνακας A-17 για τον αέρα).

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = c_{v,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow c_{v,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \Rightarrow$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_{v,avg}} \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_{v,avg}}$$

Δεδομένου ότι  $R=c_p-c_v$  και  $k=c_p/c_v$ , οπότε  $R/c_v=k-1$

$$\Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{(c_{p,avg}-c_{v,avg})/c_{v,avg}} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{(k-1)}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\sigma\tau\alpha\theta.} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

1<sup>η</sup> ισεντροπική σχέση  
ιδανικών αερίων

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow 0 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_{p,avg}} \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{R/c_{p,avg}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(c_{p,avg}-c_{v,avg})/c_{p,avg}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(1-\frac{1}{k})} \Rightarrow \left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\sigma\tau\alpha\theta.} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

2<sup>η</sup> ισεντροπική σχέση  
ιδανικών αερίων

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} &= \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \\ \left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} &= \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{(k-1)}$$

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{(k-1)} \Rightarrow \frac{(k-1)}{k} \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = (k-1) \cdot \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right) \Rightarrow \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

**3η ισεντροπική σχέση ιδανικών αερίων**

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Σταθερές ειδικές θερμότητες (Προσεγγιστική ανάλυση)

|                                                                                              |                                             |                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$     | <b>1η ισεντροπική σχέση ιδανικών αερίων</b> | ή συνοπτικά:<br>$T \cdot v^{k-1} = \text{σταθερό}$ |
| $\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$ | <b>2η ισεντροπική σχέση ιδανικών αερίων</b> | $T \cdot P^{(1-k)/k} = \text{σταθερό}$             |
| $\left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k$         | <b>3η ισεντροπική σχέση ιδανικών αερίων</b> | $P \cdot v^k = \text{σταθερό}$                     |

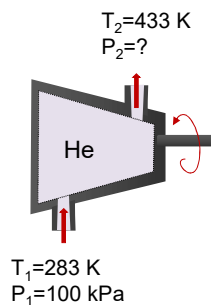
**Σημείωση:** Ο λόγος των ειδικών θερμότητων  $k$  μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία και επομένως θα πρέπει να χρησιμοποιείται μια μέση τιμή του  $k$  για κάθε θερμοκρασιακή περιοχή.

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Παράδειγμα:

9.1 Άεριο He συμπιέζεται αντιστρεπτά εντός αδιαβατικού συμπιεστή, από μια αρχική κατάσταση 100 kPa και 10°C σε μια τελική κατάσταση, θερμοκρασίας 160 °C. (α) Να προσδιορίσετε τη πίεση εξόδου του ηλίου και (β) να σχεδιάσετε το διάγραμμα T-s της διεργασίας. Να θεωρήσετε ότι το He συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο.



## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Λύση:

(α) Από ΠΑ1 και ΠΑ2α για το He:  $R=2.0771 \text{ kJ/kgK}$ ,  $T_{cr}=5.3 \text{ K}$ ,  $P_{cr}=0.23 \text{ MPa}$ ,  $k=1.667$

$T_1 = 283 \text{ K} > T_{cr} = 5.3 \text{ K}$  και  $T_2 = 433 \text{ K} > T_{cr} = 5.3 \text{ K}$

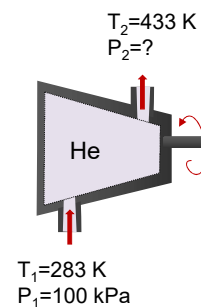


Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το He συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο

Το He συμπιέζεται αδιαβατικά και αντιστρεπτά  $\Rightarrow$  ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΑ

Η τελική πίεση του He θα υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την 2η ισεντροπική σχέση των ιδανικών αερίων:

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \Rightarrow \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{k-1}{k} \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

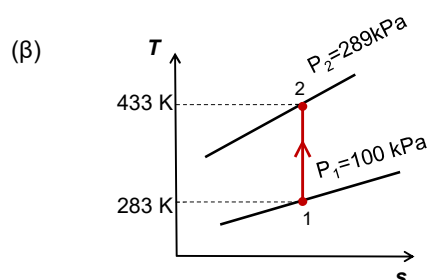


## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

$$\Rightarrow \frac{k}{k-1} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \Rightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \Rightarrow P_2 = (100 \text{ kPa}) \cdot \left(\frac{433 \text{ K}}{283 \text{ K}}\right)^{\frac{1.667}{1.667-1}} \Rightarrow P_2 = 289 \text{ kPa}$$



## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow s_2^o - s_1^o - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \Rightarrow$$

$$s_2^o = s_1^o + R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Όπου  $s_2^o$  είναι η τιμή της  $s^o$  στο τέλος της ισεντροπικής διεργασίας.

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

##### Σχετική πίεση και σχετικός ειδικός όγκος

$$s_2^o = s_1^o + R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{s_2^o - s_1^o}{R} = \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \exp\left(\frac{s_2^o - s_1^o}{R}\right)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\exp(s_2^o / R)}{\exp(s_1^o / R)}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\sigma\tau\alpha\theta.} = \frac{P_{r,2}}{P_{r,1}}$$

Όπου:  $\exp(s^o / R) = P_r$  η **σχετική πίεση**

- αδιάστατη ποσότητα
- εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία (εφόσον  $s^o = s^o(T)$ )



Οι τιμές της  $P_r$  καταχωρούνται σε πίνακες (π.χ. για τον αέρα Πίνακας Α-17).

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

##### Σχετική πίεση και σχετικός ειδικός όγκος

| Ideal-gas properties of air (A-17) |         |                |         |                |                |
|------------------------------------|---------|----------------|---------|----------------|----------------|
| T                                  | h       | p <sub>r</sub> | u       | v <sub>r</sub> | s <sup>o</sup> |
| (K)                                | (kJ/kg) |                | (kJ/kg) |                | (kJ/kg·K)      |
| 200                                | 199,97  | 0,3363         | 142,56  | 1707           | 1,29559        |
| 210                                | 209,97  | 0,3987         | 149,69  | 1512           | 1,34444        |
| 220                                | 219,97  | 0,4690         | 156,82  | 1346           | 1,39105        |
| 230                                | 230,02  | 0,5477         | 164,00  | 1205           | 1,43557        |
| 240                                | 240,02  | 0,6355         | 171,13  | 1084           | 1,47824        |
| 250                                | 250,05  | 0,7329         | 178,28  | 979,0          | 1,51917        |
| 260                                | 260,09  | 0,8405         | 185,45  | 887,8          | 1,55848        |
| 270                                | 270,11  | 0,9590         | 192,60  | 808,0          | 1,59634        |
| 280                                | 280,13  | 1,0889         | 199,75  | 738,0          | 1,63279        |
| 285                                | 285,14  | 1,1584         | 203,33  | 706,1          | 1,65055        |
| 290                                | 290,16  | 1,2311         | 206,91  | 676,1          | 1,66802        |
| 295                                | 295,17  | 1,3068         | 210,49  | 647,9          | 1,68515        |
| 300                                | 300,19  | 1,3860         | 214,07  | 621,2          | 1,70203        |
| 305                                | 305,22  | 1,4686         | 217,67  | 596,0          | 1,71865        |
| 310                                | 310,24  | 1,5546         | 221,25  | 572,3          | 1,73498        |
| 315                                | 315,27  | 1,6442         | 224,85  | 549,8          | 1,75106        |
| 320                                | 320,29  | 1,7375         | 228,42  | 528,6          | 1,76690        |

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

#### Σχετική πίεση και σχετικός ειδικός όγκος

#### Μεθοδολογία χρήσης των δεδομένων της $P_r$ από πίνακες:

Ισεντροπική διεργασία

Δεδομένα:  $P_1, T_1$  και  $P_2$

Ζητούμενο:  $T_2$

Πίνακας

| $T$   |   | $P_r$                             |
|-------|---|-----------------------------------|
| ·     |   | ·                                 |
| ·     |   | ·                                 |
| ·     |   | ·                                 |
| $T_1$ | → | $P_{r1}$                          |
| ·     |   | ·                                 |
| ·     |   | ·                                 |
| $T_2$ | ← | $P_{r2} = (P_2/P_1) \cdot P_{r1}$ |

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

#### Σχετική πίεση και σχετικός ειδικός όγκος

Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1 \cdot v_1}{T_1} &= \frac{P_2 \cdot v_2}{T_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{P_1}{P_2} \\ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} &= \frac{P_{r,2}}{P_{r,1}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{P_{r1}}{P_{r2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 / P_{r2}}{T_1 / P_{r1}}$$

$$\left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \frac{v_{r,2}}{v_{r,1}}$$

Όπου  $T/P_r$ : ο **σχετικός ειδικός όγκος**

- αδιάστατη ποσότητα
- εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία

Οι τιμές του  $v_r$  καταχωρούνται σε πίνακες (π.χ. για τον αέρα Πίνακας Α-17).

## Εντροπία

### ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ – Ανακεφαλαίωση

Σταθερές ειδικές θερμότητες  
(Προσεγγιστική ανάλυση)

1<sup>η</sup> ισηντροπική σχέση  
ιδανικών αερίων

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

2<sup>η</sup> ισηντροπική σχέση  
ιδανικών αερίων

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k}$$

3<sup>η</sup> ισηντροπική σχέση  
ιδανικών αερίων

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k$$

Μεταβλητές ειδικές θερμότητες  
(Ακριβής ανάλυση)

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \frac{P_{r,2}}{P_{r,1}}$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \frac{v_{r,2}}{v_{r,1}}$$

Οι τιμές των  $P_r$  και  $v_r$  λαμβάνονται  
πίνακες (π.χ. για τον αέρα Πίνακας Α-17).

Πίνακας

| T              | $P_r$                                                       | $v_r$                                                       |
|----------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| ⋮              | ⋮                                                           | ⋮                                                           |
| T <sub>1</sub> | P <sub>r1</sub>                                             | v <sub>r1</sub>                                             |
| ⋮              | ⋮                                                           | ⋮                                                           |
| T <sub>2</sub> | P <sub>r,2</sub> = P <sub>r,1</sub> ⋅ ⎛⎜⎝ $\frac{P_2}{P_1}$ | v <sub>r,2</sub> = v <sub>r,1</sub> ⋅ ⎛⎜⎝ $\frac{v_2}{v_1}$ |

## Εντροπία

### ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

Παράδειγμα:

9.2 Αέρας συμπιέζεται σε μια διάταξη εμβόλου κυλίνδρου από τους 22 °C και πίεση 95 kPa με αντιστρεπτό και αδιαβατικό τρόπο. Αν ο λόγος συμπίεσης  $V_1/V_2$  είναι ίσος με 8, να υπολογίσετε τη τελική θερμοκρασία του αέρα. Να θεωρήσετε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο με μεταβλητές ειδικές θερμότητες.

Λύση:

Ο αέρας συμπιέζεται  
αδιαβατικά και αντιστρεπτά ➡ **ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΑ**

Εφόσον οι ειδικές θερμότητες είναι μεταβλητές θα χρησιμοποιήσουμε την ακριβή ανάλυση

$$\text{Ο λόγος συμπίεσης: } \frac{V_1}{V_2} = 8 \Rightarrow \frac{V_1/m}{V_2/m} = 8 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 8$$

## Εντροπία

### Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

#### Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (Ακριβής ανάλυση)

Κατάσταση 1:  $T_1 = (22 + 273) \text{ K} = 295 \text{ K}$   
 $P_1 = 95 \text{ kPa}$  } Πίνακας A17  $\rightarrow v_{r,1} = 647.9$

$$\frac{v_{r,2}}{v_{r,1}} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_{r,2} = v_{r,1} \cdot \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_{r,2} = 647.9 / 8 \Rightarrow v_{r,2} = 80.98$$

Από Πίνακα A17 βρίσκουμε σε ποια T ο σχετικός ειδικός όγκος είναι ίσος με 80.98



Με γραμμική παρεμβολή:

$$T_2 = 662.8 \text{ K} = 389.8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ideal-gas properties of air (A-17)

| T<br>(K) | h<br>(kJ/kg) | p <sub>r</sub> | u<br>(kJ/kg) | v <sub>r</sub> | s°<br>(kJ/kg·K) |
|----------|--------------|----------------|--------------|----------------|-----------------|
| 280      | 280.13       | 1.0889         | 199.75       | 738.0          | 1.63279         |
| 285      | 285.14       | 1.1584         | 203.33       | 706.1          | 1.65055         |
| 290      | 290.16       | 1.2311         | 206.91       | 676.1          | 1.66802         |
| 295      | 295.17       | 1.3068         | 210.49       | 647.9          | 1.68515         |
| 300      | 300.19       | 1.3860         | 214.07       | 621.2          | 1.70203         |
| 305      | 305.22       | 1.4686         | 217.67       | 596.0          | 1.71865         |
| 660      | 670.47       | 23.13          | 481.01       | 81.89          | 2.50985         |
| 670      | 681.14       | 24.46          | 488.81       | 78.61          | 2.52589         |

Κατάσταση 1  $\rightarrow$

Κατάσταση 2  $\rightarrow$

## Εντροπία

### Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής

Το έργο που παράγεται κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί η διεργασία καθώς και από τις ιδιότητες της αρχικής και της τελικής κατάστασης.

Διαφορική εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας για μια διάταξη σταθεροποιημένης ροής που υφίσταται εσωτερικά αντιστρεπτή διεργασία:

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_{kiv} + de_{δuv}$$

$$\delta q_{rev} = T \cdot ds$$

$$\left. \begin{aligned} \delta q_{rev} &= T \cdot ds \\ \text{Όπου: } T \cdot ds &= dh - v \cdot dP \end{aligned} \right\} \delta q_{rev} = dh - v \cdot dP$$

$$-\delta w_{rev} = v \cdot dP + de_{kiv} + de_{δuv}$$

Ολοκληρώνοντας

$$w_{rev} = - \int_1^2 v \cdot dP$$

$$\begin{aligned} \text{Αν } \Delta E_{kiv} &\approx 0 \\ \Delta E_{δuv} &\approx 0 \end{aligned}$$

$$w_{rev} = - \int_1^2 v \cdot dP - \Delta e_{kiv} - \Delta e_{δuv} \text{ [kJ/kg]}$$

Το αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με τον ειδικό όγκο του ρευστού.

## Εντροπία

### Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής

Για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος χρειάζεται να γνωρίζουμε τη σχέση που συνδέει τον ειδικό όγκο  $v$  με την πίεση  $P$ .

- Για ασυμπίεστο ρευστό, ο ειδικός όγκος  $v$  παραμένει σταθερός κατά τη διεργασία:

$$w_{rev} = -v(P_2 - P_1) - \Delta e_{kin} - \Delta e_{pot} \text{ [kJ / kg]}$$

- Για σταθεροποιημένη ροή ενός υγρού διαμέσου μιας διάταξης, χωρίς αλληλεπιδράσεις έργου:  $\rightarrow w_{rev} = 0$

$$v(P_2 - P_1) + \Delta e_{kin} + \Delta e_{pot} = 0 \Rightarrow v(P_2 - P_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$

Εξίσωση **Bernoulli**

## Εντροπία

### Ελαχιστοποίηση του έργου ενός συμπιεστή

Το έργο εισόδου ενός συμπιεστή όταν η διεργασία συμπίεσης πραγματοποιείται με τρόπο εσωτερικά αντιστρεπτό:

$$w_{rev,in} = \int_1^2 v \cdot dP$$



Ελαχιστοποίηση του έργου μπορεί να επιτευχθεί:

- Με προσέγγιση μιας εσωτερικά αντιστρεπτής διεργασίας, ελαχιστοποιώντας τις μη αντιστρεπτότητες (π.χ. τριβή, τυρβώδης ροή, μη αντιστρεπτή συμπίεση).
- Με διατήρηση του ειδικού όγκου του αερίου σε όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή κατά τη διεργασία συμπίεσης.



Απαιτείται η ψύξη του αερίου καθώς αυτό συμπιέζεται.  
(αφού ο ειδικός όγκος ενός αερίου είναι ανάλογος της θερμοκρασίας)

## Εντροπία

### Ελαχιστοποίηση του έργου ενός συμπίεστή

Σύγκριση των απαιτήσεων έργου εισόδου για τρεις διαφορετικές διεργασίες:

(Α) Ισεντροπική διεργασία  $P \cdot v^k = \text{σταθερό}$  (δεν περιλαμβάνει ψύξη)

$$w_{comp,in} = \frac{k \cdot R \cdot (T_2 - T_1)}{k - 1} = \frac{k \cdot R \cdot T_1}{k - 1} \cdot \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

(Β) Πολυτροπική διεργασία  $P \cdot v^n = \text{σταθερό}$  (περιλαμβάνει ψύξη σε κάποιο βαθμό)

$$w_{comp,in} = \frac{n \cdot R \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{n - 1} \cdot \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

(Γ) Ισόθερμη διεργασία  $P \cdot v = \text{σταθερό}$  (περιλαμβάνει ψύξη στο μέγιστο βαθμό)

$$w_{comp,in} = R \cdot T \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

## Εντροπία

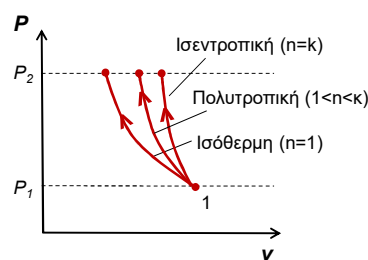
### Ελαχιστοποίηση του έργου ενός συμπίεστή

Το εμβαδό στα αριστερά της καμπύλης της κάθε διεργασίας ισοδυναμεί με το ολοκλήρωμα του  $vdP$ , το οποίο αποτελεί μέτρο του έργου συμπίεσης σε σταθεροποιημένη ροή.

$$W_{ισεντροπικής} > W_{πολυτροπικής} > W_{ισόθερμης}$$

$P \cdot v^k = \text{σταθερό} \quad P \cdot v^n = \text{σταθερό} \quad P \cdot v = \text{σταθερό}$

Μειώνεται με ελάττωση του εκθέτη  $n$ , αυξάνοντας το ποσό της θερμότητας που απορρίπτεται κατά τη διάρκεια της διεργασίας συμπίεσης



Αν η θερμότητα που απορρίπτεται είναι αρκετή, η τιμή του  $n \rightarrow 1$  και η διεργασία καθίσταται ισόθερμη.

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις διατάξεων σταθεροποιημένης ροής

Χρειάζεται να ορίσουμε μια ιδανική διεργασία η οποία θα χρησιμεύει ως μέτρο σύγκρισης για τις πραγματικές διεργασίες, ώστε να ποσοτικοποιήσουμε το μέγεθος υποβάθμισης της ενέργειας που λαμβάνει χώρα σε διατάξεις (π.χ. στρόβιλοι, συμπιεστές, ακροφύσια) που λειτουργούν υπό συνθήκες σταθεροποιημένης ροής.



Η ιδανική διεργασία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα κατάλληλο πρότυπο για τις αδιαβατικές διατάξεις σταθεροποιημένης ροής, είναι η ισεντροπική διεργασία γιατί:

- (α) είναι αδιαβατική
- (β) δεν περιλαμβάνει μη αντιστρεπτότητες

Η **ισεντροπική** ή **αδιαβατική απόδοση**, αποτελεί ένα μέτρο της απόκλισης των πραγματικών διεργασιών από τις αντίστοιχες ιδανικές διεργασίες.

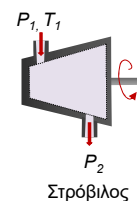
*Η σύγκριση μεταξύ της πραγματικής και της ισεντροπικής διεργασίας γίνεται για την **ίδια κατάσταση εισόδου** και την **ίδια πίεση εξόδου**!!!*

## Εντροπία

### Ισεντροπική απόδοση στρόβιλων

Ο λόγος του πραγματικού έργου εξόδου του στρόβιλου, προς το έργο που θα μπορούσε να επιτευχθεί αν η διεργασία μεταξύ της κατάστασης εισόδου και της πίεσης εξόδου ήταν ισεντροπική:

$$n_T = \frac{\text{πραγματικό έργο στρόβιλου}}{\text{ισεντροπικό έργο στρόβιλου}} = \frac{w_a}{w_s}$$



$\Delta E_{\text{κιν}} \cong 0$  Η μεταβολή στη κινητική ενέργεια είναι αμελητέα σε σύγκριση με τη μεταβολή της ενθαλπίας.

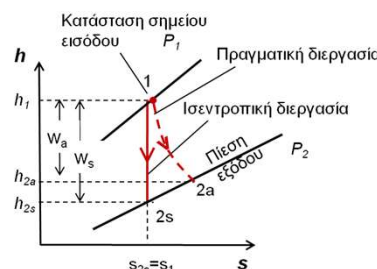
$\Delta E_{\text{δυν}} \cong 0$  Πολύ μικρή υψομετρική διαφορά, ουσιαστικά αμελητέα μεταβολή δυναμικής ενέργειας

Ενεργειακό ισοζύγιο

$$w_{\text{out}} = (h_1 - h_2) \rightarrow n_T = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

Όπου:  $h_{2a}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της πραγματικής διεργασίας

$h_{2s}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της ισεντροπικής διεργασίας

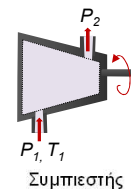


## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπιεστών

Ο λόγος του έργου εισόδου που απαιτείται για την ισεντροπική αύξηση της πίεσης του αερίου μέχρι μια ορισμένη τιμή προς το πραγματικό έργο εισόδου:

$$n_c = \frac{\text{ισεντροπικό έργο συμπίεσής}}{\text{πραγματικό έργο συμπίεσής}} = \frac{w_s}{w_a}$$



$\Delta E_{kin} \cong 0$  Η μεταβολή στη κινητική ενέργεια είναι αμελητέα σε σύγκριση με τη μεταβολή της ενθαλπίας.

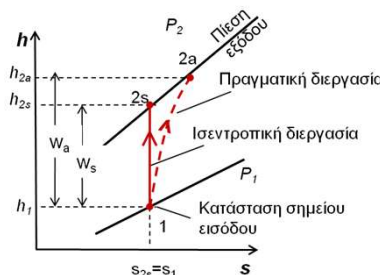
$\Delta E_{dyn} \cong 0$  Πολύ μικρή υψομετρική διαφορά, ουσιαστικά αμελητέα μεταβολή δυναμικής ενέργειας

Ενεργειακό ισοζύγιο

$$w_{in} = (h_2 - h_1) \rightarrow n_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

Όπου:  $h_{2a}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της πραγματικής διεργασίας

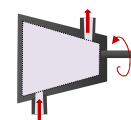
$h_{2s}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της ισεντροπικής διεργασίας



## Εντροπία

### Ισόθερμες αποδόσεις συμπιεστών που ψύχονται

Αν ο συμπιεστής περιλαμβάνει σύστημα ψύξης του αερίου, με σκοπό την ελάττωση του απαιτούμενου έργου εισόδου, η ισεντροπική διεργασία δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρότυπη διεργασία, γιατί δεν είναι πλέον αδιαβατική.



Πρότυπη διεργασία: Αντιστρεπτή ισόθερμη διεργασία

Ισόθερμη απόδοση: Ο λόγος του έργου εισόδου που απαιτείται για την αντιστρεπτή ισόθερμη αύξηση της πίεσης του αερίου προς το πραγματικό έργο εισόδου:

$$n_c = \frac{w_t}{w_a}$$

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις αντλιών

Ο λόγος του έργου εισόδου που απαιτείται για την ισεντροπική αύξηση της πίεσης του υγρού μέχρι μια ορισμένη τιμή προς το πραγματικό έργο εισόδου:

$$n_p = \frac{\text{ισεντροπικό έργο αντλίας}}{\text{πραγματικό έργο αντλίας}} = \frac{w_s}{w_a}$$

$\Delta E_{kin} \cong 0$  Η μεταβολή στη κινητική ενέργεια είναι αμελητέα σε σύγκριση με τη μεταβολή της ενθαλπίας.

$\Delta E_{\delta vn} \cong 0$  Πολύ μικρή υψομετρική διαφορά, ουσιαστικά αμελητέα μεταβολή δυναμικής ενέργειας

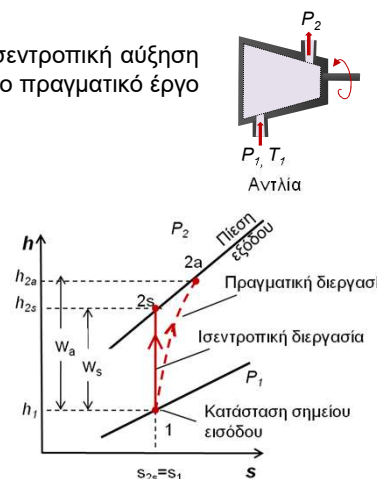
Οι αντλίες διαχειρίζονται υγρά, τα οποία θεωρούνται ασυμπίεστες ουσίες, ο ειδικός όγκος θα παραμένει σταθερός  $\Rightarrow \Delta h = C_{avg} \cdot \Delta T + v \cdot \Delta P$

Επιπλέον, το  $\Delta T = 0$  για τις ισεντροπικές διεργασίες ασυμπίεστων ουσιών  $\Rightarrow \Delta h = v \cdot \Delta P$

Ενεργειακό ισοζύγιο

$$w_{in} = (h_2 - h_1) \rightarrow n_p = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \Rightarrow n_p = \frac{v \cdot (P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

Όπου:  $h_{2a}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της πραγματικής διεργασίας



## Εντροπία

### Ισεντροπική απόδοση ακροφυσίων

Ο λόγος της πραγματικής κινητικής ενέργειας του ρευστού στην έξοδο ενός ακροφυσίου, προς την κινητική ενέργεια του ρευστού στην έξοδο ενός ισεντροπικού ακροφυσίου:

$$n_N = \frac{\text{πραγματική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}}{\text{ισεντροπική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}} = \frac{v_{2a}^2}{v_{2s}^2}$$

$\dot{Q} \cong 0$  Αμελητέα μεταφορά θερμότητας λόγω υψηλών ταχυτήτων, ουσιαστικά αδιαβατική ροή

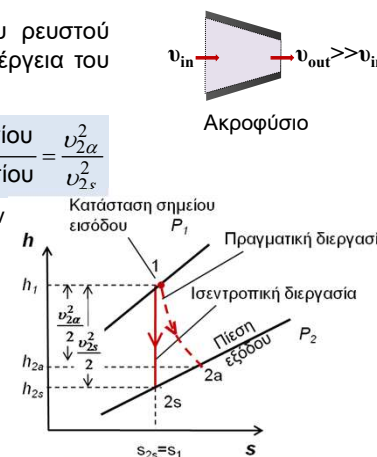
$\dot{W} = 0$  Απουσία ηλεκτρικού ή αξονικού έργου

$\Delta \dot{E}_{\delta vn} \cong 0$  Πολύ μικρή υψομετρική διαφορά, ουσιαστικά αμελητέα μεταβολή δυναμικής ενέργειας

Ενεργειακό ισοζύγιο

$$\left. \begin{array}{l} \text{Πραγματική διεργασία} \\ h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2) \\ v_{2a}^2 = v_1^2 - 2 \cdot (h_{2a} - h_1) \end{array} \right\} \rightarrow n_N = \frac{v_1^2 - 2 \cdot (h_{2a} - h_1)}{v_1^2 - 2 \cdot (h_{2s} - h_1)}$$

Όπου:  $h_{2a}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της πραγματικής διεργασίας  
 $h_{2s}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της ισεντροπικής διεργασίας

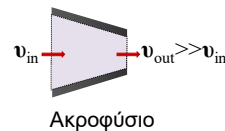


## Εντροπία

### Ισεντροπική απόδοση ακροφυσίων

αν  $v_1 \ll v_2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Πραγματική διεργασία} \\ v_{2a}^2 = v_1^2 - 2 \cdot (h_{2a} - h_1) \Rightarrow v_{2a}^2 \cong -2 \cdot (h_{2a} - h_1) \\ \text{Ισεντροπική διεργασία} \\ v_{2s}^2 = v_1^2 - 2 \cdot (h_{2s} - h_1) \Rightarrow v_{2s}^2 \cong -2 \cdot (h_{2s} - h_1) \end{array} \right\}$$



### Ισεντροπική απόδοση

$$n_N = \frac{v_{2a}^2}{v_{2s}^2} \Rightarrow n_N = \frac{-2 \cdot (h_{2a} - h_1)}{-2 \cdot (h_{2s} - h_1)} \Rightarrow n_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

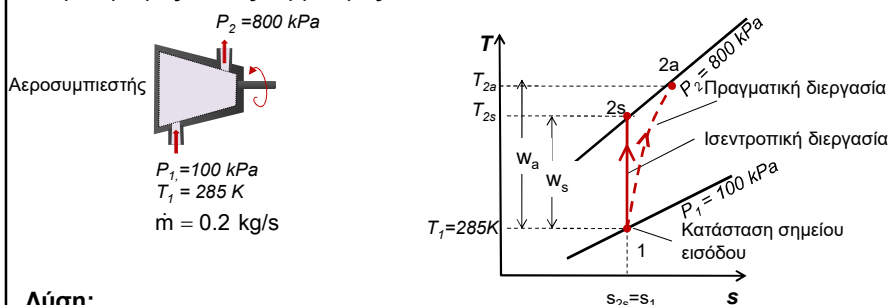
Όπου:  $h_{2a}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της πραγματικής διεργασίας  
 $h_{2s}$  η ενθαλπία στη κατάσταση εξόδου της ισεντροπικής διεργασίας

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπίεστών

#### Παράδειγμα:

9.3 Ατμοσφαιρικός αέρας συμπιέζεται μέσω ενός αδιαβατικού συμπιεστή, από τα 100 kPa και τους 12 °C, προς μια πίεση 800 kPa, με σταθερό ρυθμό 0.2 kg/s. Εάν η ισεντροπική απόδοση του συμπιεστή είναι 80%, να προσδιορίσετε (α) τη θερμοκρασία εξόδου του αέρα και (β) την απαιτούμενη ισχύ εισόδου του συμπιεστή. Να θεωρήσετε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο με μεταβλητές ειδικές θερμότητες.



#### Λύση:

Ισεντροπική απόδοση του συμπιεστή:  $n_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπίεστών

#### Λύση:

(α) Κατάσταση 1:  $P_1=100 \text{ kPa}$   
 $T_1=285 \text{ K}$  } ΠΑ17

Είσοδος πραγματικής  
 διεργασίας  
 (υπολογισμός  $h_1$ )

$$h_1=285.14 \text{ kJ/kg}$$

$$P_{r,1}=1.1584$$

Η ενθαλπία του αέρα στο τέλος της διεργασίας ισεντροπικής συμπίεσης θα υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την ακριβή ανάλυση και την ισεντροπική σχέση:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\text{σταθ.}} = \frac{P_{r,2}}{P_{r,1}}$$

$$\Rightarrow P_{r,2} = P_{r,1} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\text{σταθ.}}$$

Ideal-gas properties of air (A-17)

| T<br>(K) | h<br>(kJ/kg) | $p_r$  | u<br>(kJ/kg) | $v_r$ | $s^\circ$<br>(kJ/kg·K) |
|----------|--------------|--------|--------------|-------|------------------------|
| 280      | 280.13       | 1.0889 | 199.75       | 738.0 | 1.63279                |
| 285      | 285.14       | 1.1584 | 203.33       | 706.1 | 1.65055                |
| 290      | 290.16       | 1.2311 | 206.91       | 676.1 | 1.66802                |
| 295      | 295.17       | 1.3068 | 210.49       | 647.9 | 1.68515                |
| 300      | 300.19       | 1.3860 | 214.07       | 621.2 | 1.70203                |
| 305      | 305.22       | 1.4686 | 217.67       | 596.0 | 1.71865                |
| 440      | 441.61       | 5.332  | 315.30       | 236.8 | 2.08870                |
| 450      | 451.80       | 5.775  | 322.62       | 223.6 | 2.11161                |
| 460      | 462.02       | 6.245  | 329.97       | 211.4 | 2.13407                |
| 470      | 472.24       | 6.742  | 337.32       | 200.1 | 2.15604                |
| 480      | 482.49       | 7.268  | 344.70       | 189.5 | 2.17760                |
| 490      | 492.74       | 7.824  | 352.08       | 179.7 | 2.19876                |
| 500      | 503.02       | 8.411  | 359.49       | 170.6 | 2.21952                |
| 510      | 513.32       | 9.031  | 366.92       | 162.1 | 2.23993                |
| 520      | 523.63       | 9.684  | 374.36       | 154.1 | 2.25997                |
| 530      | 533.98       | 10.37  | 381.84       | 146.7 | 2.27967                |
| 540      | 544.35       | 11.10  | 389.34       | 139.7 | 2.29906                |
| 550      | 555.74       | 11.86  | 396.86       | 133.1 | 2.31809                |
| 560      | 565.17       | 12.66  | 404.42       | 127.0 | 2.33685                |
| 570      | 575.59       | 13.50  | 411.97       | 121.2 | 2.35531                |
| 580      | 586.04       | 14.38  | 419.55       | 115.7 | 2.37348                |
| 590      | 596.52       | 15.31  | 427.15       | 110.6 | 2.39140                |

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπίεστών

Ideal-gas properties of air (A-17)

$$\Rightarrow P_{r,2} = 1.1584 \cdot \left(\frac{800 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}}\right)_{s=\text{σταθ.}}$$

$$\Rightarrow P_{r,2} = 9.2672$$

Από Πίνακα A17 βρίσκουμε σε ποιο h το  $P_r=9.2672$

↓  
 Με γραμμική παρεμβολή:

$$h_{2s}=517.05 \text{ kJ/kg}$$

Έξοδος ισεντροπικής  
 διεργασίας  
 (υπολογισμός  $h_{2s}$ )

| T<br>(K) | h<br>(kJ/kg) | $p_r$  | u<br>(kJ/kg) | $v_r$ | $s^\circ$<br>(kJ/kg·K) |
|----------|--------------|--------|--------------|-------|------------------------|
| 280      | 280.13       | 1.0889 | 199.75       | 738.0 | 1.63279                |
| 285      | 285.14       | 1.1584 | 203.33       | 706.1 | 1.65055                |
| 290      | 290.16       | 1.2311 | 206.91       | 676.1 | 1.66802                |
| 295      | 295.17       | 1.3068 | 210.49       | 647.9 | 1.68515                |
| 300      | 300.19       | 1.3860 | 214.07       | 621.2 | 1.70203                |
| 305      | 305.22       | 1.4686 | 217.67       | 596.0 | 1.71865                |
| 440      | 441.61       | 5.332  | 315.30       | 236.8 | 2.08870                |
| 450      | 451.80       | 5.775  | 322.62       | 223.6 | 2.11161                |
| 460      | 462.02       | 6.245  | 329.97       | 211.4 | 2.13407                |
| 470      | 472.24       | 6.742  | 337.32       | 200.1 | 2.15604                |
| 480      | 482.49       | 7.268  | 344.70       | 189.5 | 2.17760                |
| 490      | 492.74       | 7.824  | 352.08       | 179.7 | 2.19876                |
| 500      | 503.02       | 8.411  | 359.49       | 170.6 | 2.21952                |
| 510      | 513.32       | 9.031  | 366.92       | 162.1 | 2.23993                |
| 520      | 523.63       | 9.684  | 374.36       | 154.1 | 2.25997                |
| 530      | 533.98       | 10.37  | 381.84       | 146.7 | 2.27967                |
| 540      | 544.35       | 11.10  | 389.34       | 139.7 | 2.29906                |
| 550      | 555.74       | 11.86  | 396.86       | 133.1 | 2.31809                |
| 560      | 565.17       | 12.66  | 404.42       | 127.0 | 2.33685                |
| 570      | 575.59       | 13.50  | 411.97       | 121.2 | 2.35531                |
| 580      | 586.04       | 14.38  | 419.55       | 115.7 | 2.37348                |
| 590      | 596.52       | 15.31  | 427.15       | 110.6 | 2.39140                |

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπίεστών

Από τη σχέση της ισεντροπικής απόδοσης του συμπίεστή:

$$n_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

$$\Rightarrow h_{2a} = (h_{2s} - h_1) / n_c + h_1$$

$$\Rightarrow h_{2a} = [(517.05 - 285.14) / 0.8 +$$

$$285.14] \text{ kJ/kg} = 575.03 \text{ kJ/kg}$$

Από Πίνακα A17 βρίσκουμε σε ποια T το  $h_{2a}=575.03 \text{ kJ/kg}$

↓  
Με γραμμική παρεμβολή:

$$T_{2a}=569.5 \text{ K}$$

Έξοδος πραγματικής διεργασίας  
(υπολογισμός  $T_{2a}$ ) →

### Ideal-gas properties of air (A-17)

| T<br>(K) | h<br>(kJ/kg) | p <sub>r</sub> | u<br>(kJ/kg) | v <sub>r</sub> | s°<br>(kJ/kg·K) |
|----------|--------------|----------------|--------------|----------------|-----------------|
| 280      | 280.13       | 1.0889         | 199.75       | 738.0          | 1.63279         |
| 285      | 285.14       | 1.1584         | 203.33       | 706.1          | 1.65055         |
| 290      | 290.16       | 1.2311         | 206.91       | 676.1          | 1.66802         |
| 295      | 295.17       | 1.3068         | 210.49       | 647.9          | 1.68515         |
| 300      | 300.19       | 1.3860         | 214.07       | 621.2          | 1.70203         |
| 305      | 305.22       | 1.4686         | 217.67       | 596.0          | 1.71865         |
| 440      | 441.61       | 5.332          | 315.30       | 236.8          | 2.08870         |
| 450      | 451.80       | 5.775          | 322.62       | 223.6          | 2.11161         |
| 460      | 462.02       | 6.245          | 329.97       | 211.4          | 2.13407         |
| 470      | 472.24       | 6.742          | 337.32       | 200.1          | 2.15604         |
| 480      | 482.49       | 7.268          | 344.70       | 189.5          | 2.17760         |
| 490      | 492.74       | 7.824          | 352.08       | 179.7          | 2.19876         |
| 500      | 503.02       | 8.411          | 359.49       | 170.6          | 2.21952         |
| 510      | 513.32       | 9.031          | 366.92       | 162.1          | 2.23993         |
| 520      | 523.63       | 9.684          | 374.36       | 154.1          | 2.25997         |
| 530      | 533.98       | 10.37          | 381.84       | 146.7          | 2.27967         |
| 540      | 544.35       | 11.10          | 389.34       | 139.7          | 2.29906         |
| 550      | 555.74       | 11.86          | 396.86       | 133.1          | 2.31809         |
| 560      | 565.17       | 12.66          | 404.42       | 127.0          | 2.33685         |
| 570      | 575.59       | 13.50          | 411.97       | 121.2          | 2.35531         |
| 580      | 586.04       | 14.38          | 419.55       | 115.7          | 2.37348         |
| 590      | 596.52       | 15.31          | 427.15       | 110.6          | 2.39140         |

## Εντροπία

### Ισεντροπικές αποδόσεις συμπίεστών

(β) Η απαιτούμενη ισχύς εισόδου του συμπίεστή θα υπολογιστεί εφαρμόζοντας το ισοζύγιο ενέργειας για το συμπίεστή:

$$-\dot{W}_{a,in} = \dot{m} \cdot (h_1 - h_{2a}) \Rightarrow \dot{W}_{a,in} = \dot{m} \cdot (h_{2a} - h_1)$$

$$\Rightarrow \dot{W}_{a,in} = (0.2 \text{ kg/s}) \cdot (575.03 - 285.14) \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{W}_{a,in} = 58 \text{ kW}$$

### Προσοχή:

Για τον υπολογισμό της ισχύς εισόδου του συμπίεστή χρησιμοποιήθηκε η  $h_{2a}$  και όχι η  $h_{2s}$ , επειδή η  $h_{2a}$  είναι η πραγματική ενθαλπία του αέρα στην έξοδο του συμπίεστή. Η ποσότητα  $h_{2s}$  είναι η υποθετική τιμή της ενθαλπίας που θα είχε ο αέρας αν η διεργασία ήταν ισεντροπική.

## Εντροπία

### Ισοζύγιο εντροπίας

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας είναι μεγαλύτερη από τη μεταφορά της εντροπίας, κατά ένα ποσό ίσο με την εντροπία που παράγεται μέσα στο σύστημα κατά τη διάρκεια αυτής της διεργασίας:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εισερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εξερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{παραγόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Μεταβολή} \\ \text{συνολικής} \\ \text{εντροπίας} \\ \text{συστήματος} \end{array} \right]$$

ή  $S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S_{system}$  Ισοζύγιο εντροπίας



Εφαρμόζεται σε οποιοδήποτε σύστημα που υφίσταται οποιαδήποτε διεργασία.

## Εντροπία

### Μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος, $\Delta S_{system}$

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας αρκεί να υπολογίσουμε την τιμή της εντροπίας στην αρχική και τη τελική κατάσταση, και στη συνέχεια να υπολογίσουμε τη διαφορά τους:

Μεταβολή εντροπίας = Εντροπία τελικής κατάστασης – Εντροπία αρχικής κατάστασης

$$\Delta S_{system} = S_{final} - S_{initial} = S_2 - S_1$$

- Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος, η κατάσταση του οποίου δε μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας, είναι μηδενική.

$$\Delta S_{system} = 0$$

π.χ. ακροφύσια, συμπιεστές, στρόβιλοι, αντλίες και εναλλάκτες θερμότητας, σε συνθήκες σταθεροποιημένης λειτουργίας.

## Εντροπία

### Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας, $S_{in}$ και $S_{out}$

Η εντροπία μπορεί να μεταφέρεται από ή προς ένα σύστημα μέσω δύο μηχανισμών: **μεταφορά θερμότητας** και **μεταφορά μάζας** (σε αντίθεση με την **ενέργεια** που μπορεί να μεταφέρεται και μέσω έργου).

- Για ένα κλειστό συστήματα ( $m = \text{σταθ.}$ ) η εντροπία μπορεί να μεταφερθεί μόνο μέσω θερμότητας.
- Για ένα κλειστό και αδιαβατικό σύστημα η μεταφορά της εντροπίας είναι μηδενική.

## Εντροπία

### Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας, $S_{in}$ και $S_{out}$

#### 1. Μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας

Η μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{heat} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Αν η θερμοκρασία  $T$  παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της διεργασίας, η μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας θα δίνεται από τη σχέση:

$$S_{heat} = \frac{Q}{T} \quad (T = \text{σταθ.})$$

Επειδή  $T$  (απόλυτη θερμοκρασία)  $> 0$  η κατεύθυνση της μεταφοράς εντροπίας είναι ίδια με τη κατεύθυνση της μεταφοράς θερμότητας.

- Η μεταφορά θερμότητας προς ένα σύστημα αυξάνει την εντροπία του συστήματος και επομένως το επίπεδο της μοριακής αταξίας.
- Η μεταφορά θερμότητας από ένα σύστημα μειώνει την εντροπία του συστήματος και επομένως το επίπεδο της μοριακής αταξίας.

## Εντροπία

### Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας, $S_{in}$ και $S_{out}$

#### 1. Μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας

**Σημείωση:** Η εντροπία (σε αντίθεση με την ενέργεια) δεν μεταφέρεται μέσω έργου.

#### 2ος νόμος της θερμοδυναμικής:

- Μια αλληλεπίδραση ενέργειας που συνοδεύεται από μεταφορά εντροπίας, είναι μεταφορά θερμότητας.
- Μια αλληλεπίδραση ενέργειας που δεν συνοδεύεται από μεταφορά εντροπίας είναι έργο.

## Εντροπία

### Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας, $S_{in}$ και $S_{out}$

#### 2. Μεταφορά εντροπίας μέσω ροής μάζας

Όταν μια μάζα  $m$  εισέρχεται σε ένα σύστημα, ή εξέρχεται από αυτό, συνοδεύεται από ποσότητα εντροπίας  $m \cdot s$ :

Μεταφορά εντροπίας μέσω ροής μάζας  $S_{mass} = m \cdot s$

- Όταν μια ποσότητα μάζας εισέρχεται σε ένα σύστημα η εντροπία του αυξάνεται κατά  $m \cdot s$ .
- Όταν μια ποσότητα μάζας εξέρχεται από ένα σύστημα η εντροπία του μειώνεται κατά  $m \cdot s$ .

## Εντροπία

### Παραγωγή εντροπίας, $S_{gen}$

Οι μη αντιστρεπτότητες (π.χ. τριβή, ανάμιξη, χημικές αντιδράσεις, μεταφορά θερμότητας διαμέσου μιας πεπερασμένης θερμοκρασιακής διαφοράς, ελεύθερη εκτόνωση, συμπίεση ή εκτόνωση χωρίς ψευδοϊσορροπία) προκαλούν την αύξηση της εντροπίας του συστήματος. Η παραγωγή της εντροπίας αποτελεί ένα μέτρο της εντροπίας που δημιουργείται από τέτοια φαινόμενα.

Το ισοζύγιο εντροπίας για οποιοδήποτε σύστημα υπόκειται σε οποιαδήποτε διεργασία εκφράζεται ως εξής:

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\text{Συνολική μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{S_{gen}}_{\text{Παραγωγή εντροπίας}} = \underbrace{\Delta S_{system}}_{\text{Μεταβολή εντροπίας}}$$

Ο όρος  $S_{gen}$ :

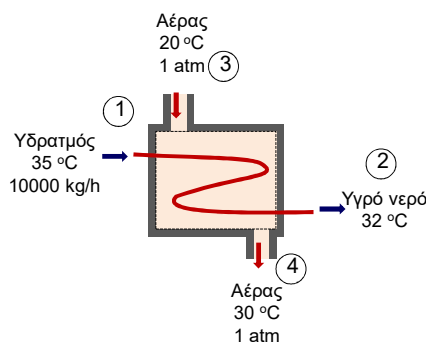
- Ισούται με το μηδέν για μια αντιστρεπτή διεργασία (δηλ. απουσία μη αντιστρεπτοτήτων).
- Αναπαριστά τη παραγόμενη εντροπία μόνον εντός των ορίων του συστήματος, και όχι την παραγωγή της εντροπίας που μπορεί να συμβεί εκτός των ορίων του συστήματος κατά τη διάρκεια της διεργασίας, λόγω εξωτερικών μη αντιστρεπτοτήτων.

## Εντροπία

### Παράδειγμα:

#### Παραγωγή εντροπίας σε έναν εναλλάκτη θερμότητας

9.4 Ο αέρας στο εσωτερικό ενός μεγάλου κτιρίου διατηρείται θερμός, θερμαινόμενος με ατμό σε έναν εναλλάκτη θερμότητας. Στη μονάδα αυτή εισέρχεται κορεσμένος υδρατμός στους 35 °C με ρυθμό 10000 kg/h και εξέρχεται ως κορεσμένο υγρό στους 32 °C. Αέρας πίεσης 1 atm εισέρχεται στη μονάδα στους 20 °C και εξέρχεται στους 30 °C στην ίδια σχεδόν πίεση. Να προσδιορίσετε το ρυθμό παραγωγής εντροπίας που συνδέεται με αυτήν τη διεργασία. Να υποθέσετε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο με σταθερές τιμές ειδικών θερμοτήτων.



## Εντροπία

### Λύση:

Ο ρυθμός παραγωγής εντροπίας θα υπολογιστεί εφαρμόζοντας το ισοζύγιο εντροπίας στη διαφορική του μορφή θεωρώντας σαν σύστημα ολόκληρο τον εναλλάκτη:  
0, σταθεροποιημένη ροή

$$\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen} = \Delta \dot{S}_{system} / dt \Rightarrow \dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen} = 0$$

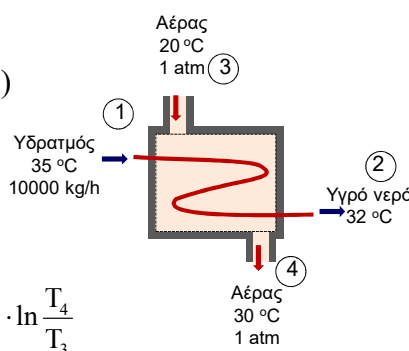
$$\Rightarrow \underbrace{\dot{m}_{steam} \cdot s_1 + \dot{m}_{air} \cdot s_3}_{\text{Συνολική εισερχόμενη εντροπία}} - \underbrace{\dot{m}_{steam} \cdot s_2 + \dot{m}_{air} \cdot s_4}_{\text{Συνολική εξερχόμενη εντροπία}} + \dot{S}_{gen} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = \dot{m}_{steam} \cdot (s_2 - s_1) + \dot{m}_{air} \cdot (s_4 - s_3) \quad (1)$$

Ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες.  $C_{p,air} = 1.005 \text{ kJ/kg}$  (ΠΑ-2α)

$$s_4 - s_3 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_4}{T_3} - R \cdot \ln \frac{P_4}{P_3} \quad \text{όμως } P_3 = P_4$$

$$s_4 - s_3 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_4}{T_3} - R \cdot \ln 1 \Rightarrow s_4 - s_3 = c_{p,avg} \cdot \ln \frac{T_4}{T_3}$$

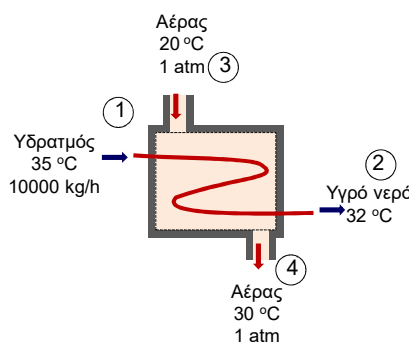


## Εντροπία

$$(1) \Rightarrow \dot{S}_{gen} = \underbrace{\dot{m}_{steam} \cdot (s_2 - s_1)}_{\text{άγνωστα}} + \underbrace{\dot{m}_{air} \cdot C_{p,air} \cdot \ln \frac{T_4}{T_3}}_{\text{αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες. } C_{p,air} = 1.005 \text{ kJ/kg (ΠΑ-2α)}}$$

άγνωστα

ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες.  $C_{p,air} = 1.005 \text{ kJ/kg}$  (ΠΑ-2α)



## Εντροπία

### Λύση:

Πρέπει να προσδιοριστούν οι ιδιότητες του υδρατμού στην κατάσταση της εισόδου και εξόδου του υδρατμού στον εναλλάκτη:

**Κατάσταση 1:**  $T_1 = 35^\circ\text{C}$   
(είσοδος  $\text{H}_2\text{O}$ ) Κορεσμένος ατμός

Πίνακας A4  
 $s_1 = s_{g@35^\circ\text{C}} = 8.3531 \text{ kJ/kgK}$   
 $h_1 = h_{g@35^\circ\text{C}} = 2565.3 \text{ kJ/kg}$

**Κατάσταση 2:**  $T_2 = 32^\circ\text{C}$   
(έξοδος  $\text{H}_2\text{O}$ ) Κορεσμένο υγρό

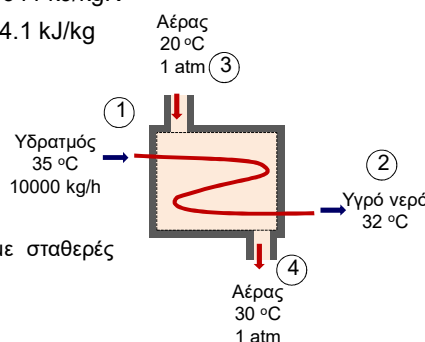
Πίνακας A4 (με γραμμική παρεμβολή)  
 $s_2 = s_{f@32^\circ\text{C}} = 0.4641 \text{ kJ/kgK}$   
 $h_2 = h_{f@32^\circ\text{C}} = 134.1 \text{ kJ/kg}$

Η παροχή μάζας του αέρα θα υπολογιστεί από το ισοζύγιο ενέργειας λαμβάνοντας σαν σύστημα το ρεύμα του αέρα:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_{air} \cdot (h_4 - h_3)$$

Επειδή ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες.  $C_{p,air} = 1.005 \text{ kJ/kg}$  (ΠΑ-2α):

$$\Rightarrow \dot{Q}_{in} = \dot{m}_{air} \cdot C_{p,air} \cdot (T_4 - T_3) \Rightarrow$$



## Εντροπία

$$\Rightarrow \dot{m}_{air} = \frac{\overset{\text{άγνωστο}}{\dot{Q}_{in}}}{C_{p,air} \cdot (T_4 - T_3)} \quad (2)$$

Η θερμότητα  $\dot{Q}_{in}$  που μεταφέρεται στον αέρα είναι ισοδύναμη με τη θερμότητα που απομακρύνεται από τον υδρατμό  $\dot{Q}_{out}$ . Επομένως, θα υπολογισθεί από το ισοζύγιο ενέργειας θεωρώντας σαν σύστημα το ρεύμα του υδρατμού:

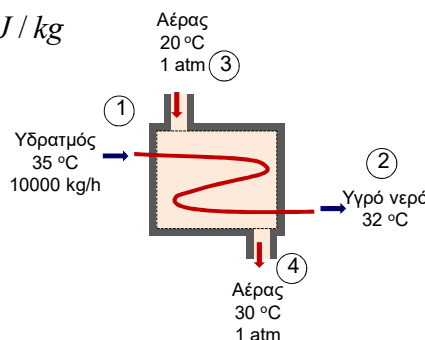
$$-\dot{Q}_{out} = \dot{m}_{steam} \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow \dot{Q}_{out} = \dot{m}_{steam} \cdot (h_1 - h_2)$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{out} = \left( \frac{1000}{3600} \text{ kg/s} \right) \cdot (2565.3 - 134.1) \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{out} = 6753.3 \text{ kJ/s}$$

$$(2) \Rightarrow \dot{m}_{air} = \frac{6753.3 \text{ kJ/s}}{1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (30 - 20)^\circ\text{C}}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{air} = 671.97 \text{ kg/s}$$



## Εντροπία

Αντικαθιστώντας στη σχέση του ισοζυγίου εντροπίας, ο ρυθμός παραγωγής εντροπίας είναι:

$$(1) \Rightarrow \dot{S}_{gen} = \dot{m}_{steam} \cdot (s_2 - s_1) + \dot{m}_{air} \cdot C_{p,air} \cdot \ln \frac{T_4}{T_3}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = \frac{10000 \text{ kg}}{3600 \text{ s}} \cdot (0.4641 - 8.3531) \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 671.97 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}) \cdot \ln \frac{303 \text{ K}}{293 \text{ K}}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = 0.75 \frac{\text{kJ}}{\text{s} \cdot \text{K}}$$

## Εντροπία

### Παράδειγμα:

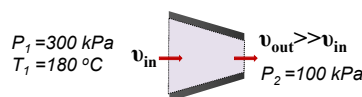
9.5 Αέρας εισέρχεται σε ένα ακροφύσιο όπου εκτονώνεται αδιαβατικά από πίεση 300 kPa και θερμοκρασία 180 °C σε πίεση 100 kPa. Αν η ταχύτητα στην είσοδο του ακροφυσίου είναι μικρή και η ισεντροπική απόδοση του ακροφυσίου είναι 96% να υπολογίσετε (α) την ταχύτητα και (β) την θερμοκρασία του αέρα στην έξοδο του ακροφυσίου. Να θεωρήσετε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες. Για τον αέρα δίνονται:  $C_p = 1.005 \text{ kJ/(kg K)}$  και  $k = 1.4$ .

### Λύση:

(α) Η ταχύτητα στην έξοδο του ακροφυσίου θα υπολογισθεί από την σχέση της ισεντροπικής απόδοσης:

$$n_N = \frac{v_{2\alpha}^2}{v_{2s}^2} \Rightarrow v_{2\alpha}^2 = n_N \cdot v_{2s}^2 \Rightarrow v_{2\alpha} = \sqrt{n_N} \cdot v_{2s} \quad (1)$$

↓                      ↓  
γνωστό            άγνωστο



Ακροφύσιο

Η ταχύτητα στην έξοδο του ακροφυσίου κατά τη διάρκεια της ισεντροπικής διεργασίας θα υπολογισθεί από το ισοζύγιο ενέργειας και χρησιμοποιώντας την 2<sup>η</sup> ισεντροπική σχέση των ιδανικών αερίων με βάση την προσεγγιστική ανάλυση (σταθερές ειδικές θερμότητες):

## Εντροπία

Ισοζύγιο ενέργειας για το ακροφύσιο:

$$\dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (\tilde{v}_1^2 - v_2^2) \Rightarrow (h_2 - h_1) = -\frac{v_2^2}{2} \Rightarrow c_p \cdot (T_2 - T_1) = -\frac{v_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow c_p \cdot (T_1 - T_2) = \frac{v_2^2}{2} \quad (2)$$

Για την ισηντροπική διεργασία:

$$(2) \Rightarrow c_p \cdot (T_1 - T_{2s}) = \frac{v_{2s}^2}{2} \Rightarrow v_{2s} = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot (T_1 - T_{2s})} \quad (3)$$

2η ισηντροπική σχέση των ιδανικών αερίων (προσεγγιστική ανάλυση)

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \Rightarrow T_{2s} = T_1 \cdot \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \Rightarrow T_{2s} = (180 + 273)K \cdot \left( \frac{100}{300} \right)^{(1.4-1)/1.4}$$

$$\Rightarrow T_{2s} = 331K$$

## Εντροπία

$$(3) \Rightarrow v_{2s} = \sqrt{2 \cdot 1.005 \frac{kJ}{kgK} \cdot (453 - 331)K \cdot \frac{1000m^2/s^2}{1kJ/kg}}$$

$$\Rightarrow v_{2s} = 245.2 \frac{m}{s}$$

$$(1) \Rightarrow v_{2\alpha} = \sqrt{0.96} \cdot 245.2 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{2\alpha} = 485.17 \frac{m}{s}$$

(β) Η θερμοκρασία του αέρα στην έξοδο του ακροφυσίου θα υπολογισθεί από το ισοζύγιο ενέργειας για την πραγματική διεργασία:

$$(2) \Rightarrow c_p \cdot (T_1 - T_{2a}) = \frac{v_{2a}^2}{2} \Rightarrow T_{2a} = T_1 - \frac{v_{2a}^2}{2 \cdot C_p}$$

$$\Rightarrow T_{2a} = 453K - \frac{485.17^2 m^2}{2 \cdot 1.005 kJ/kgK} \cdot \frac{1kJ/kg}{s^2} \Rightarrow T_{2a} = 335.9K$$