

ΒΙΟΛΟΓΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΤΗΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΥΓΡΩΝ ΑΠΟΒΛΗΤΩΝ

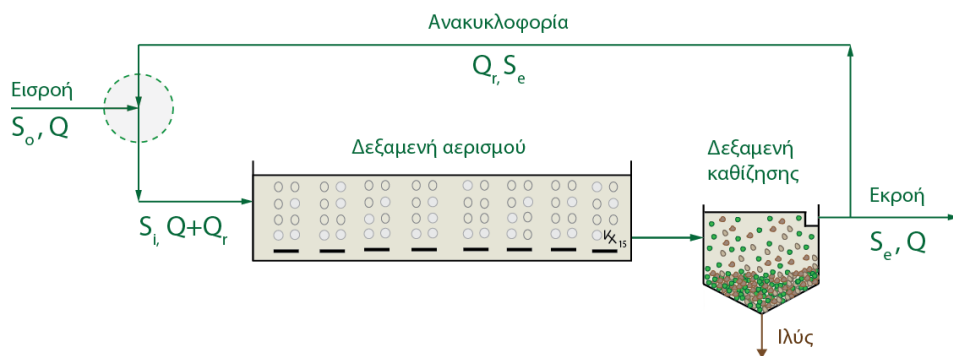
(Εμβόλιμη Εξεταστική 08-02-2016)

Δεν επιτρέπονται βιβλία. Επιτρέπεται μόνο ένα φύλλο Α4 με προσωπικές σημειώσεις και στις δύο όψεις.

Διάρκεια γραπτής εξέτασης: 2.0 ώρες

Θέμα 1 (25%)

Η απόδοση αφαίρεσης οργανικού υλικού από ένα σύστημα ενεργού ιλύος (βλέπε Σχήμα Θ1) δίνεται από τη σχέση $E=(1-S_e/S_o) \times 100\%$, όπου S_o και S_e είναι η συγκέντρωση του βιοαποδομούμενου οργανικού υλικού (υπόστρωμα) στο ρεύμα τροφοδότησης και στην επεξεργασμένη εκροή, αντίστοιχα. Η σχέση αυτή είναι διαφορετική από την $E=(1-S_e/S_i) \times 100\%$, όπου S_i είναι η ολική συγκέντρωση του βιοαποδομούμενου οργανικού υλικού στην είσοδο της δεξαμενής αερισμού και συμπεριλαμβάνει και την ανακύκλωση. Δηλαδή ο λόγος S_e/S_i δεν οδηγεί σε ακριβή υπολογισμό της απόδοσης αφαίρεσης οργανικού υλικού. Η παράμετρος S_e εξαρτάται από το λόγο ανακύκλωσης, ο οποίος ορίζεται ως $r=Q_r/Q$ [-]. Να βρεθεί η σχέση μεταξύ S_e/S_o και S_e/S_i συναρτήσει του r . Αρχίστε με ένα ισοζύγιο μάζας της συγκέντρωσης του υποστρώματος στην είσοδο της δεξαμενής αερισμού, λαμβάνοντας υπόψη την παροχή εισόδου και την ανακύκλωση.



Σχήμα Θ1: Σύστημα ενεργού ιλύος.

Λύση:

$$\left. \begin{aligned} QS_o + Q_r S_e &= (Q + Q_r) S_i \\ r &= \frac{Q_r}{Q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow QS_o + rQS_e = (1+r)QS_i$$

$$\Rightarrow S_o + rS_e = (1+r)S_i$$

$$\Rightarrow \frac{S_o}{S_e} = \left[(1+r) \frac{S_i}{S_e} - r \right]$$

$$\Rightarrow \frac{S_e}{S_o} = \frac{1}{\left[(1+r) \frac{S_i}{S_e} - r \right]} \quad \bullet$$

Θέμα 2 (20%)

Αν η αύξηση της συγκέντρωσης των μικροοργανισμών, X [M_x/L^3], συναρτήσει της συγκέντρωσης των θρεπτικών συστατικών (υποστρώματος), S [M_s/L^3], περιγράφεται ικανοποιητικά με το μοντέλο Monod:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_s + S}$$

όπου μ [$M_s/M_x t$] είναι ο συντελεστής του ρυθμού ανάπτυξης των μικροοργανισμών, μ_m [$M_s/M_x t$] είναι ο μέγιστος συντελεστής του ρυθμού ανάπτυξης των μικροοργανισμών και K_s [M_s/L^3] είναι η σταθερά κορεσμού (όπου L^3 είναι ο όγκος και για διευκόλυνση χρησιμοποιούνται δυο διαφορετικά σύμβολα για τη μάζα: M_x για τη μάζα του X και M_s για τη μάζα του S), τότε στο στάδιο της λογαριθμικής ανάπτυξης, ο ρυθμός αύξησης των μικροοργανισμών (βιομάζας), r_x [$M_x/L^3 t$], ακολουθεί κινητική πρώτης τάξης:

$$r_x = \frac{dX}{dt} = \mu X$$

Να αναπτυχθεί η εξίσωση για το χρόνο, t_d [t] που απαιτείται για να διπλασιαστεί η συγκέντρωση των μικροοργανισμών (X), συναρτήσει του συντελεστή ρυθμού αύξησης των μικροοργανισμών (μ). Αρχίστε με μια σχέση για τη χρονικά μεταβαλλόμενη συγκέντρωση $X(t)$ και θεωρήστε ότι η συγκέντρωση του υποστρώματος παραμένει σταθερή.

Λύση

Η συγκέντρωση $X(t)$ μεταβάλλεται χρονικά βάσει της σχέσης:

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= \mu X(t) \Rightarrow \frac{dX(t)}{X(t)} = \mu dt \Rightarrow \ln[X(t)] \Big|_{X(0)}^{X(t)} = \mu t \Big|_0^t \\ \Rightarrow \ln \left[\frac{X(t)}{X(0)} \right] &= \mu t \Rightarrow \frac{X(t)}{X(0)} = e^{\mu t} \Rightarrow X(t) = X(0) e^{\mu t} \end{aligned}$$

Ο χρόνος t_d , για το διπλασιασμό της συγκέντρωσης $X(t)$, βρίσκετε αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τη σχέση $X(t)=2X(0)$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2X(0) &= X(0) e^{\mu t_d} \Rightarrow 2 = e^{\mu t_d} \Rightarrow \ln[2] = \mu \cdot t_d \\ \Rightarrow t_d &= \frac{\ln[2]}{\mu} \Rightarrow t_d = \frac{0,693}{\mu} \quad \bullet \end{aligned}$$

Θέμα 3 (30%)

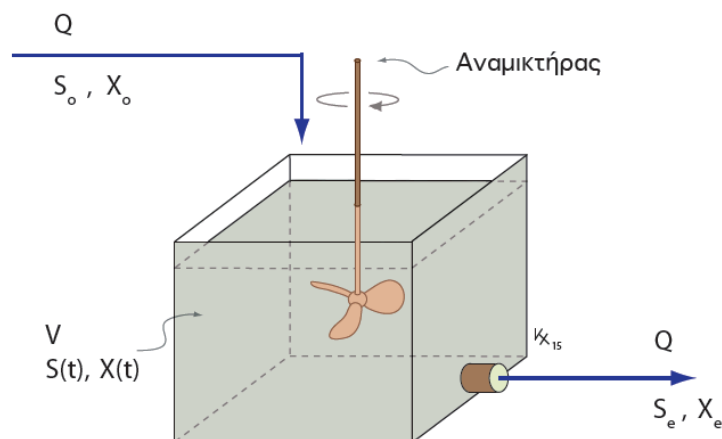
Για να υπολογιστεί η απόδοση ενός συστήματος ενεργού ιλύος πρέπει να βρεθούν τα απαραίτητα

δεδομένα για τις ιδιότητες των μικροοργανισμών. Για την εύρεση των δεδομένων αυτών, διεξάγονται εργαστηριακά πειράματα χρησιμοποιώντας ένα αντιδραστήρα συνεχούς τροφοδότησης και πλήρους ανάμιξης (CMFR) χωρίς ανακύκλωση (βλέπε Σχήμα A2). Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων η εισερχόμενη συγκέντρωση (BOD₅) του βιοαποδομούμενου οργανικού υλικού ή υποστρώματος (S₀) είναι σταθερή. Οι δύο τιμές του υδραυλικού χρόνου παραμονής ($\theta=V/Q$) που δίνονται στον Πίνακα Θ3 έχουν υπολογιστεί υπό συνθήκες μόνιμης κατάστασης (δηλαδή σταθερή εξερχόμενη συγκέντρωση, S_e, και σταθερή συγκέντρωση των μικροοργανισμών, X). Να υπολογιστούν: ο μέγιστος ρυθμός αύξησης των μικροοργανισμών (μ_m), η σταθερά κορεσμού (K_s), ο συντελεστής αποδόμησης μικροοργανισμών (k_d), και ο συντελεστής κυτταρικής απόδοσης (Y). Θεωρήστε ότι ο ρυθμός χρησιμοποίησης του υποστρώματος (r_s) αντιπροσωπεύεται ικανοποιητικά από το μοντέλο Monod.

Πίνακας Θ3: Πειραματικά δεδομένα συστήματος ενεργού ιλύος*

Πείραμα	S ₀ [g M _S /m ³]	X ₀ [g M _X /m ³]	θ [d]	S _e [g M _S /m ³]	X _e [g M _X /m ³]
1	250	0	3,0	10	120
2	250	0	1,0	45	110

*M_X=VSS και M_S=BOD₅



Σχήμα A2: Αντιδραστήρας συνεχούς τροφοδότησης και πλήρους ανάμιξης χωρίς ανακύκλωση.

Λύση:

Για να υπολογιστούν οι τιμές των μ_m/Y και K_s χρειάζεται να αρχίσουμε με ένα ισοζύγιο μάζας στον αντιδραστήρα, ως προς το S (σε μόνιμη κατάσταση S(t)=S_e και X(t)=X_e):

Συσσώρευση = Εισροή – Εκροή + Παραγωγή

$$\left. \begin{aligned} 0 &= QS_0 - QS_e - r_s V \\ r_s &= \mu \left(\frac{X_e}{Y} \right) = \frac{\mu_m S_e}{K_s + S_e} \left(\frac{X_e}{Y} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q(S_0 - S_e) = \frac{\mu_m S_e}{K_s + S_e} \left(\frac{X_e}{Y} \right) V$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{Q(S_o - S_e)}{V} &= \frac{\mu_m S_e}{K_s + S_e} \left(\frac{X_e}{Y} \right) \\ \theta &= \frac{V}{Q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_o - S_e}{\theta X_e} = \left(\frac{\mu_m}{Y} \right) \frac{S_e}{K_s + S_e} \quad (i)$$

$$\Rightarrow \frac{\theta X_e}{S_o - S_e} = \frac{Y K_s}{\mu_m} \left(\frac{1}{S_e} \right) + \frac{Y}{\mu_m} \quad (ii)$$

Επομένως, η σχέση μεταξύ $\theta X_e/(S_o - S_e)$ και $1/S_e$ είναι γραμμική με κλίση $Y K_s/\mu_m$ και Y/μ_m προσδιορίζει το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον κάθετο άξονα. Επομένως από τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα έχουμε:

Πείραμα	$\theta X_e/(S_o - S_e)$ [(d·g M _x)/g M _s]	$1/S_e$ [m ³ /g M _s]
1	1,50	0,10
2	0,54	0,022

$$\Rightarrow \frac{Y K_s}{\mu_m} = \frac{1,50 - 0,54}{0,10 - 0,022} = 12,31 \left[\frac{d \cdot g M_x}{m^3} \right] \quad (iii)$$

Από την εξίσωση (ii) γνωρίζουμε ότι:

$$\begin{aligned} \frac{Y}{\mu_m} &= \frac{\theta X_e}{S_o - S_e} - \frac{Y K_s}{\mu_m} \left(\frac{1}{S_e} \right) \Rightarrow \frac{Y}{\mu_m} = 1,50 - (12,31)(0,10) \Rightarrow \frac{Y}{\mu_m} = 0,27 \\ \Rightarrow \frac{\mu_m}{Y} &= 3,70 \left[\frac{g M_s}{d \cdot g M_x} \right] \quad (iv) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (iii) προκύπτει ότι:

$$K_s = 12,31 \frac{\mu_m}{Y} = \left(12,31 \left[\frac{d \cdot g M_x}{m^3} \right] \right) \left(3,70 \left[\frac{g M_s}{d \cdot g M_x} \right] \right) \Rightarrow K_s = 45,55 \left[\frac{g M_s}{m^3} \right] \quad \bullet$$

Για να υπολογιστούν οι τιμές των Y και k_d χρειάζεται να αρχίσουμε με ένα ισοζύγιο μάζας στον αντιδραστήρα, ως προς το X (σε μόνιμη κατάσταση $X(t)=X_e$):

Συσσώρευση = Εισροή – Εκροή + Παραγωγή

$$\left. \begin{aligned} 0 &= QX_o - QX_e - r_{xg} V \\ X_o &= 0 \\ r_{xg} &= Yr_s - k_d X_e \\ r_s &= \mu \left(\frac{X_e}{Y} \right) = \frac{\mu_m S_e}{K_s + S_e} \left(\frac{X_e}{Y} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow - QX_e - \left[Y \left(\frac{\mu_m}{Y} \right) \frac{S_e X_e}{K_s + S_e} - k_d X_e \right] V = 0$$

$$\Rightarrow \frac{X_e}{\theta} = Y \left(\frac{\mu_m}{Y} \right) \frac{S_e X_e}{K_s + S_e} - k_d X_e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\theta} = Y \left(\frac{\mu_m}{Y} \right) \frac{S_e}{K_s + S_e} - k_d$$

$$(i) \rightarrow \frac{S_o - S_e}{\theta X_e} = \left(\frac{\mu_m}{Y} \right) \frac{S_e}{K_s + S_e} \Rightarrow \frac{1}{\theta} = Y \left(\frac{S_o - S_e}{\theta X_e} \right) - k_d \quad (v)$$

Επομένως, η σχέση μεταξύ $1/\theta$ και $(S_o - S_e)/\theta X_e$ είναι γραμμική με κλίση Y και k_d προσδιορίζει το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον κάθετο άξονα. Επομένως από τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα έχουμε:

Πείραμα	$1/\theta$ [1/d]	$(S_o - S_e)/\theta X_e$ [g M_s /d · g M_x]
1	0,33	0,67
2	1,00	1,86

$$\Rightarrow Y = \frac{0,33 - 1,00}{0,67 - 1,86} = 0,56 \left[\frac{\text{g } M_x}{\text{g } M_s} \right] \quad \bullet$$

Από την εξίσωση (v) γνωρίζουμε ότι:

$$k_d = Y \left(\frac{S_o - S_e}{\theta X_e} \right) - \frac{1}{\theta} \Rightarrow k_d = \left(0,56 \left[\frac{\text{g } M_x}{\text{g } M_s} \right] \right) \left(0,67 \left[\frac{\text{g } M_s}{\text{d} \cdot \text{g } M_x} \right] \right) - 0,33 \left[\frac{1}{\text{d}} \right]$$

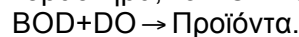
$$\Rightarrow k_d = 0,045 \frac{1}{\text{d}} \quad \bullet$$

Επίσης από την εξίσωση (iv) γνωρίζουμε ότι:

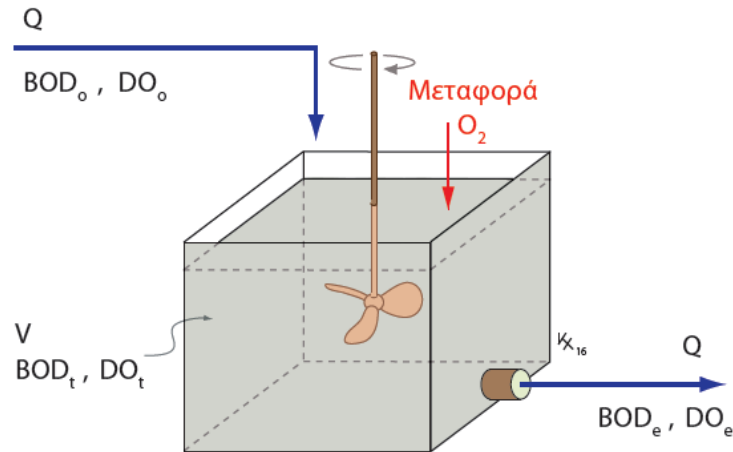
$$\mu_m = 3,70 \left[\frac{\text{g } M_s}{\text{d} \cdot \text{g } M_x} \right] \times Y = 3,70 \left[\frac{\text{g } M_s}{\text{d} \cdot \text{g } M_x} \right] \times \left(0,56 \left[\frac{\text{g } M_x}{\text{g } M_s} \right] \right) = 2,07 \left[\frac{1}{\text{d}} \right] \quad \bullet$$

Θέμα 4 (25%)

Ένας αντιδραστήρας συνεχούς τροφοδότησης και πλήρους ανάμιξης (CMFR) χωρίς ανακύκλωση είναι ανοιχτός σε φυσικό περιβάλλον ατμόσφαιρας (βλέπε Σχήμα Θ4). Το ρεύμα εισόδου περιέχει BOD και διαλελυμένο οξυγόνο (DO). Εντός του αντιδραστήρα, το BOD και DO αντιδρούν ως εξής:



Η αντίδραση είναι πρώτης τάξης ως προς το BOD και μηδενικής τάξης ως προς το DO, εφόσον η συγκέντρωση του DO στο νερό υπερβαίνει το $0,1 \text{ g/m}^3$. Δεδομένου ότι ο αντιδραστήρας είναι ανοιχτός στην ατμόσφαιρα, υπάρχει μεταφορά μάζας του DO στη διεπιφάνεια ατμόσφαιρας-υγρού, για την αναπλήρωση του οξυγόνου που καταναλώνεται. Να βρεθεί η συγκέντρωση του DO στον αντιδραστήρα σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης αν ο όγκος του υγρού στον αντιδραστήρα είναι $V=200 \text{ m}^3$, η ογκομετρική παροχή στο ρεύμα εισόδου είναι $Q=2,5 \text{ m}^3/\text{h}$, η διεπιφάνεια ατμόσφαιρας-υγρού είναι $A=50 \text{ m}^2$, ο ολικός συντελεστής μεταφοράς μάζας στο υγρό είναι $K_L=0,2 \text{ m/h}$, η συγκέντρωση του BOD στο ρεύμα εισόδου είναι $\text{BOD}_0=50 \text{ g/m}^3$, η συγκέντρωση του DO στο ρεύμα εισόδου είναι $\text{DO}_0=7 \text{ g/m}^3$, και η μέγιστη συγκέντρωση του DO στην υγρή φάση είναι $\text{DO}_s=10 \text{ g/m}^3$ και ο συντελεστής του ρυθμού αντίδρασης του BOD είναι $\lambda_1=0,01 \text{ h}^{-1}$.



Σχήμα Θ4: Αντιδραστήρας συνεχούς τροφοδότησης και πλήρους ανάμιξης χωρίς ανακύκλωση ανοιχτός στην ατμόσφαιρα.

Λύση:

Η ταχύτητα της αντίδρασης $BOD + DO \rightarrow \text{Προϊόντα}$, η οποία είναι πρώτης τάξης ως προς το BOD και μηδενικής τάξης ως προς το DO, δίνεται από τη σχέση:

$$r = \lambda [BOD_t]^1 [DO_t]^0 = \lambda_1 [BOD_t]$$

και η μεταφορά οξυγόνου από την ατμόσφαιρα στον αντιδραστήρα δίνεται από τη σχέση:

$$r_L = K_L a_T \{ [DO_s] - [DO_t] \}$$

όπου $a_T = A/V$. Για να βρεθεί η συγκέντρωση του DO στον αντιδραστήρα σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης, πρώτα πρέπει να υπολογιστεί η συγκέντρωση του DO. Επομένως αρχίζουμε με ένα ισοζύγιο μάζας ως προς το BOD, θεωρώντας ότι σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης $BOD_i = BOD_e$.

$$\text{Συσώρευση} = \text{Εισροή} - \text{Εκροή} + \text{Παραγωγή}$$

$$0 = Q[BOD_o] - Q[BOD_e] - rV$$

$$\Rightarrow 0 = Q[BOD_o] - Q[BOD_t] - \lambda_1 [BOD_t]V$$

$$\Rightarrow [BOD_t] = [BOD_o] \frac{Q}{Q + \lambda_1 V}$$

$$\Rightarrow [BOD_t] = \left(50 \frac{g}{m^3} \right) \frac{2,5 \frac{m^3}{h}}{\left(2,5 \frac{m^3}{h} \right) + \left(0,01 \frac{1}{h} \right) (200 m^3)}$$

$$\Rightarrow [BOD_t] = 27,8 \frac{g}{m^3}$$

Συνεχίζουμε με ένα ισοζύγιο μάζας ως προς το DO, θεωρώντας ότι σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης

$$DO_t = DO_e.$$

Συσσώρευση = Εισροή – Εκροή + Παραγωγή + Μεταφορά μάζας

$$0 = Q[DO_o] - Q[DO_e] - rV + r_L V$$

$$\Rightarrow 0 = Q[DO_o] - Q[DO_e] - \lambda_1 [BOD_t] V + K_L a_T \{ [DO_s] - [DO_t] \} V$$

$$\Rightarrow 0 = Q[DO_o] - Q[DO_t] - \lambda_1 [BOD_t] V + K_L \frac{A}{V} \{ [DO_s] - [DO_t] \} V$$

$$\Rightarrow [DO_t] (Q + K_L A) = Q[DO_o] + K_L A [DO_s] - \lambda_1 [BOD_t] V$$

$$\Rightarrow [DO_t] = \frac{Q[DO_o] + K_L A [DO_s] - \lambda_1 [BOD_t] V}{Q + K_L A}$$

$$\Rightarrow [DO_t] = \frac{\left(2,5 \frac{m^3}{h}\right) \left(7 \frac{g}{m^3}\right) + \left(0,2 \frac{m}{h}\right) (50 \text{ m}^2) \left(10 \frac{g}{m^3}\right) - \left(0,01 \frac{1}{h}\right) \left(27,8 \frac{g}{m^3}\right) (200 \text{ m}^3)}{\left(2,5 \frac{m^3}{h}\right) + \left(0,2 \frac{m}{h}\right) (50 \text{ m}^2)}$$

$$\Rightarrow [DO_t] = 4,95 \frac{g}{m^3} \quad \bullet$$