

Αντλίες

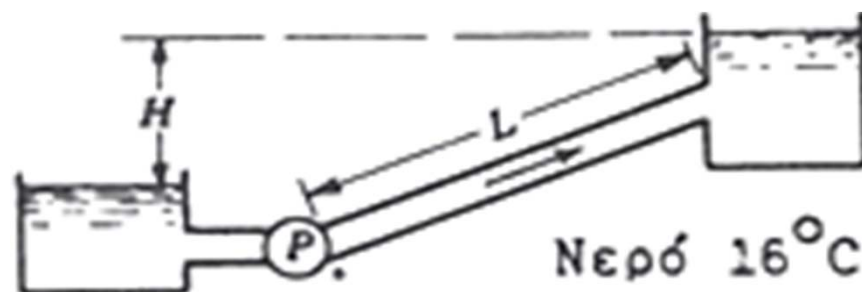
Παραδείγματα αντλιών σε σειρά και παράλληλη σύνδεση

Παράδειγμα 2.1

Να κατασκευασθεί ένας πίνακας ύψους φορτίου-παροχής-βαθμού απόδοσης για τις αντλίες Α και Β συνδεδεμένες παράλληλα και σε σειρά.

Αντλία Α		
Μανομετρικό H(m)	Παροχή Q (cms)	Απόδοση e %
21.3	0.000	0
18.3	0.057	59
16.8	0.072	70
15.2	0.086	76
13.7	0.098	78
12.2	0.108	76.3
10.7	0.116	72
9.1	0.127	65
7.6	0.130	56.5
6.1	0.134	42

Αντλία Β		
Μανομετρικό H(m)	Παροχή Q (cms)	Απόδοση e %
24.4	0.000	0
21.3	0.074	54
18.3	0.112	70
15.2	0.140	80
12.2	0.161	73
9.1	0.174	60
6.1	0.177	40



Λύση

Οι αντλίες A και B είναι συνδεδεμένες παράλληλα, άρα έχουν το ίδιο φορτίο, δηλαδή $H_A = H_B$. Επίσης, λόγω της παράλληλης σύνδεσης ισχύει ότι η συνολική παροχή ισούται με το άθροισμα των επιμέρους, δηλαδή $Q_{tot} = Q_A + Q_B$. Η ισχύς της αντλίας δίνεται από τον τύπο $P = \gamma \cdot Q \cdot H_m$

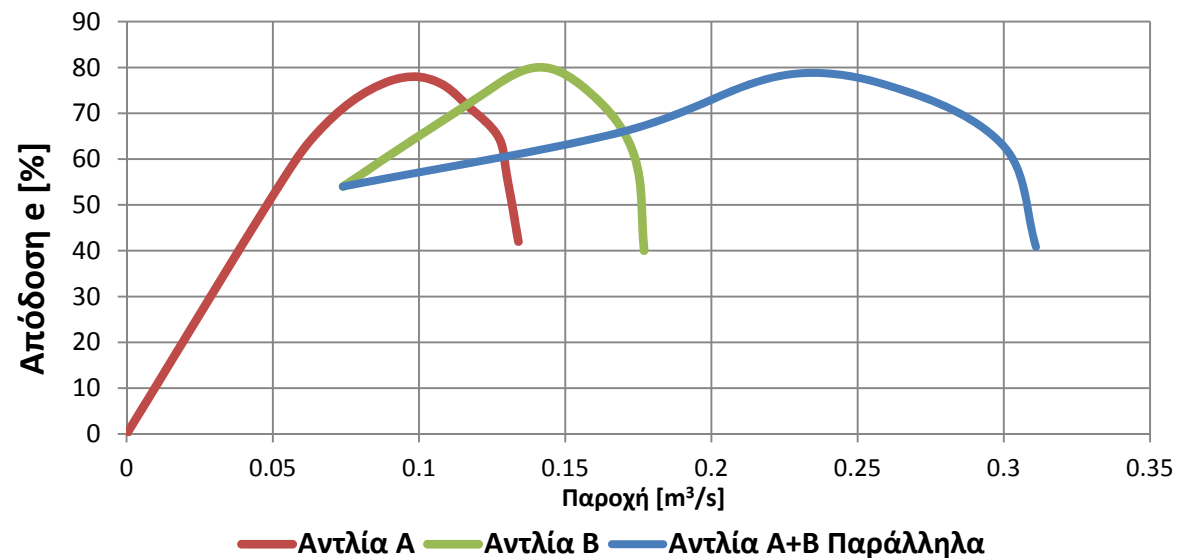
Η συνολική απόδοση του συστήματος των αντλιών, μπορεί να υπολογιστεί από τον παραπάνω τύπο.

$$P = \frac{\gamma * Q * H_m}{e} = \frac{\gamma}{e_A} * Q_A * H_m + \frac{\gamma}{e_B} * Q_B * H_m \Rightarrow e_{tot} = \frac{Q_A + Q_B}{\frac{Q_A}{e_A} + \frac{Q_B}{e_B}}$$

όπου e ο βαθμός απόδοσης της αντλίας

Για τις τιμές παροχής που είναι κοινές στους πίνακες των δυο αντλιών μπορούμε να υπολογίσουμε τον βαθμό απόδοσης του συστήματος:

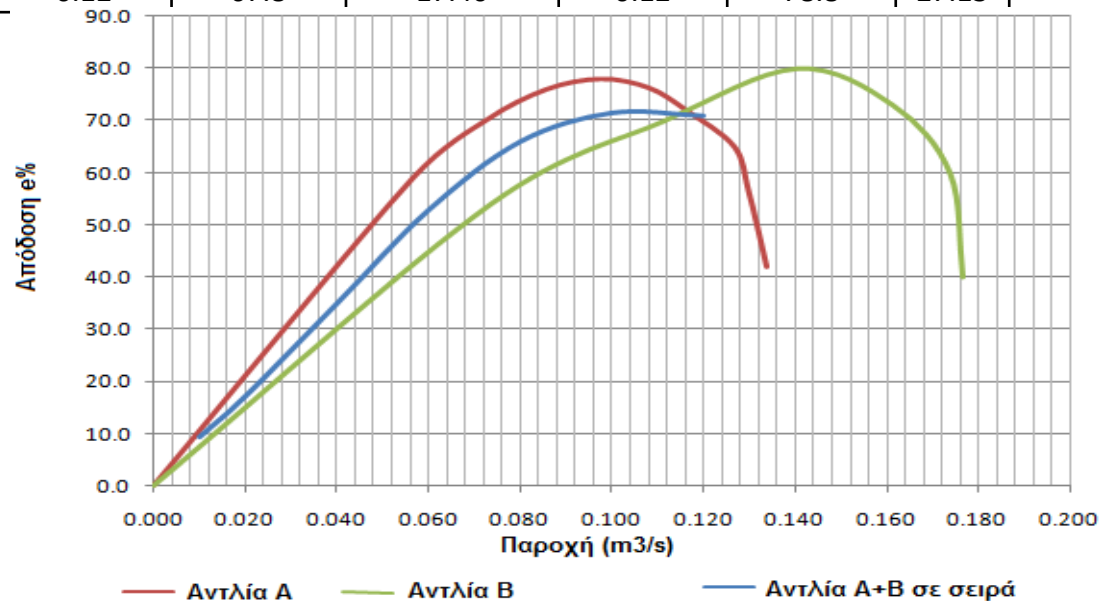
Αντλία A (SI)			Αντλία B (SI)			Αντλίες A,B σε παράλληλη σύνδεση	
H	Q_A	$e_{A\%}$	H	Q_B	$e_B \%$	Q_{tot}	$e_{tot}\%$
21.3	0	0	21.3	0.074	54	0.074	54
18.3	0.057	59	18.3	0.112	70	0.169	65.86
15.2	0.086	76	15.2	0.14	80	0.226	78.43
12.2	0.108	76.3	12.2	0.161	73	0.269	74.29
9.1	0.127	65	9.1	0.174	60	0.301	62.01
6.1	0.134	42	6.1	0.177	40	0.311	40.84



Για αντλίες A, B συνδεδεμένες σε σειρά, έχουμε:

$$P = \frac{\gamma * Q * H_m}{e} = \frac{\gamma}{e_A} * Q_A * H_A + \frac{\gamma}{e_B} * Q_B * H_B \Rightarrow e_{tot} = \frac{H_A + H_B}{\frac{H_A}{e_A} + \frac{H_B}{e_B}}$$

Αντλία A (SI)			Αντλία B (SI)			Αντλίες A,B σε σειριακή σύνδεση	
H	Q _A	e _{A%}	H	Q _B	e _{B%}	H _{tot}	ε _{% A+B} % σε σειρά
21.09	0.01	8.2	24.27	0.01	3.4	45.37	4.7
20.85	0.02	17.9	24.27	0.02	8.3	45.12	11.0
19.88	0.04	39.5	23.89	0.04	22.0	43.77	27.6
18.29	0.06	60.2	23.02	0.06	38.8	41.30	46.0
16.06	0.08	75.1	21.64	0.08	55.7	37.70	62.6
13.21	0.1	79.2	19.77	0.1	70.0	32.98	73.4
9.73	0.12	67.8	17.40	0.12	78.8	27.13	74.4



Παράδειγμα 2.2

Να υπολογιστεί η παροχή στο σύστημα του Σχήματος 1 της άσκησης 2.1 για τις αντλίες Α και Β σε σειρά. Ο σωλήνας έχει μήκος 1500 m, διάμετρο 30 cm και συντελεστή απόλυτης τραχύτητας 0.002m. Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο δεξαμενών (στατικό ύψος) είναι $H = 30$ m.

Αντλία Α		
Μανομετρικό H(m)	Παροχή Q (cms)	Απόδοση e %
21.3	0.000	0
18.3	0.057	59
16.8	0.072	70
15.2	0.086	76
13.7	0.098	78
12.2	0.108	76.3
10.7	0.116	72
9.1	0.127	65
7.6	0.130	56.5
6.1	0.134	42

Αντλία Β		
Μανομετρικό H(m)	Παροχή Q (cms)	Απόδοση e %
24.4	0.000	0
21.3	0.074	54
18.3	0.112	70
15.2	0.140	80
12.2	0.161	73
9.1	0.174	60
6.1	0.177	40

Λύση

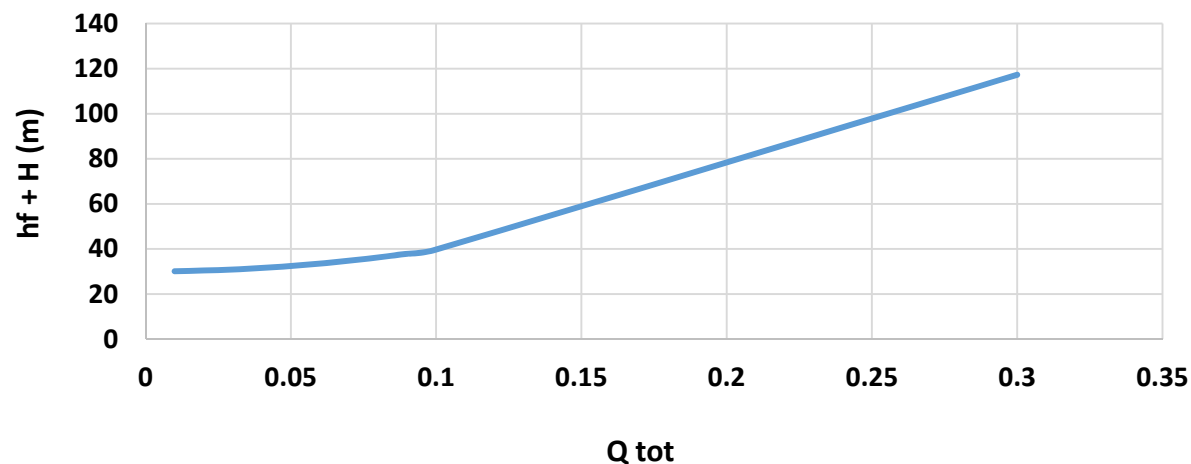
Για τη λύση του προβλήματος, υπολογίζεται η ταχύτητα για διάφορες παροχές του συστήματος. Δεδομένης της ταχύτητας, υπολογίζεται ο αριθμός Reynolds με $\varepsilon/D = 0.002/0.3 = 0.0066$ για σωλήνα από χυτοσίδηρο. Με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται το ύψος των απωλειών κατά μήκος του αγωγού και οι συνολικές απώλειες δεδομένης της υψομετρικής διαφοράς μεταξύ των δεξαμενών ($H = 30\text{m}$).

$Q_{\text{ολικό}}$	$V(\text{m/s})$	Re	ε/D	f	h_f	$h_f + H$
0.01	0.141	$3.86 \cdot 10^4$	0.002/0.3	0.036	0.097	30.097
0.03	0.425	$1.16 \cdot 10^5$	0.002/0.3	0.034	0.873	30.873
0.05	0.708	$1.93 \cdot 10^4$	0.002/0.3	0.034	2.425	32.425
0.07	0.991	$2.70 \cdot 10^4$	0.002/0.3	0.034	4.753	34.753
0.09	1.274	$3.47 \cdot 10^4$	0.002/0.3	0.034	7.857	37.857
0.1	1.415	$3.86 \cdot 10^4$	0.002/0.3	0.034	9.700	39.700
0.3	4.246	$1.16 \cdot 10^6$	0.002/0.3	0.033	87.304	117.304
0.5	7.077	$1.93 \cdot 10^6$	0.002/0.3	0.033	242.516	272.516

Όπου f προσδιορίζεται από την παρακάτω ρητή εξίσωση:

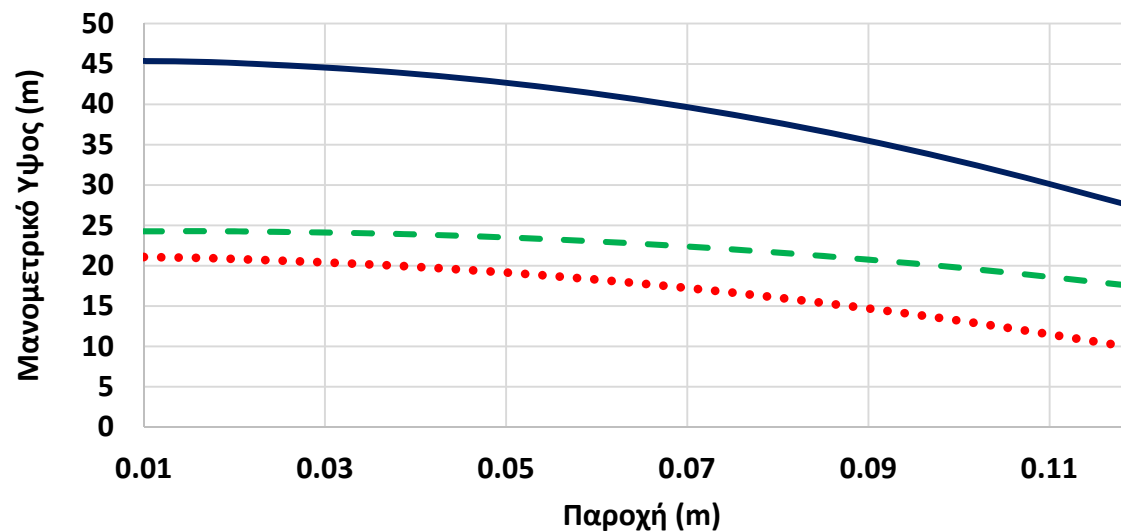
$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{5.74}{Re^{0.9}} + \frac{k_s/D}{3.7} \right) \right]^2}$$

Το συνολικό μανομετρικό ύψος σε συνάρτηση με την παροχή είναι:

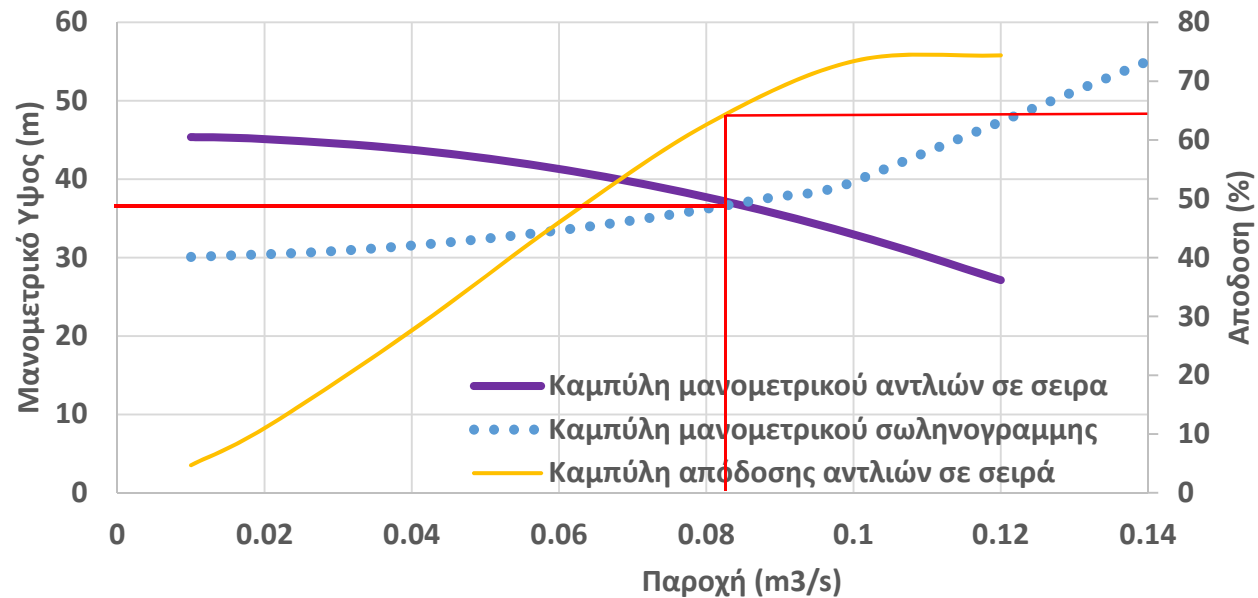


Από τα δεδομένα του παραδείγματος 2.1, μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό μανομετρικό ύψος για τις δύο αντλίες συνδεδεμένες σε σειρά.

Αντλία Α (SI)			Αντλία Β (SI)			Αντλίες Α,Β σε σειριακή σύνδεση		
H	Q _A	e _A %	H	Q _B	e _B %	Q	H _{tot}	ε% A+B % σε σειρά
21.09	0.01	8.2	24.27	0.01	3.4	0.01	45.37	4.7
20.85	0.02	17.9	24.27	0.02	8.3	0.02	45.12	11
19.88	0.04	39.5	23.89	0.04	22	0.04	43.77	27.6
18.29	0.06	60.2	23.02	0.06	38.8	0.06	41.3	46
16.06	0.08	75.1	21.64	0.08	55.7	0.08	37.7	62.6
13.21	0.1	79.2	19.77	0.1	70	0.1	32.98	73.4
9.73	0.12	67.8	17.4	0.12	78.8	0.12	27.13	74.4



Ο συνδυασμός των συνολικών απωλειών και του γραφήματος του συνολικού μανομετρικού των δύο αντλιών μας δίνει τη παροχή του συστήματος:



Άρα για το σύστημα των αντλιών Α, Β σε σειρά, η παροχή θα είναι $0,083\text{m}^3/\text{s}$, ενώ το σύνολο ύψους απωλειών και υψομετρικής διαφοράς θα είναι περίπου 36m και η απόδοση 68%.

Παράδειγμα 2.3

Να υπολογιστεί η ισχύς που απαιτείται για την κίνηση των αντλιών Α και Β στο Παράδειγμα 2.2.

Λύση

Η ισχύς που απαιτείται για την κίνηση των δύο αντλιών, δίνεται από τον τύπο:

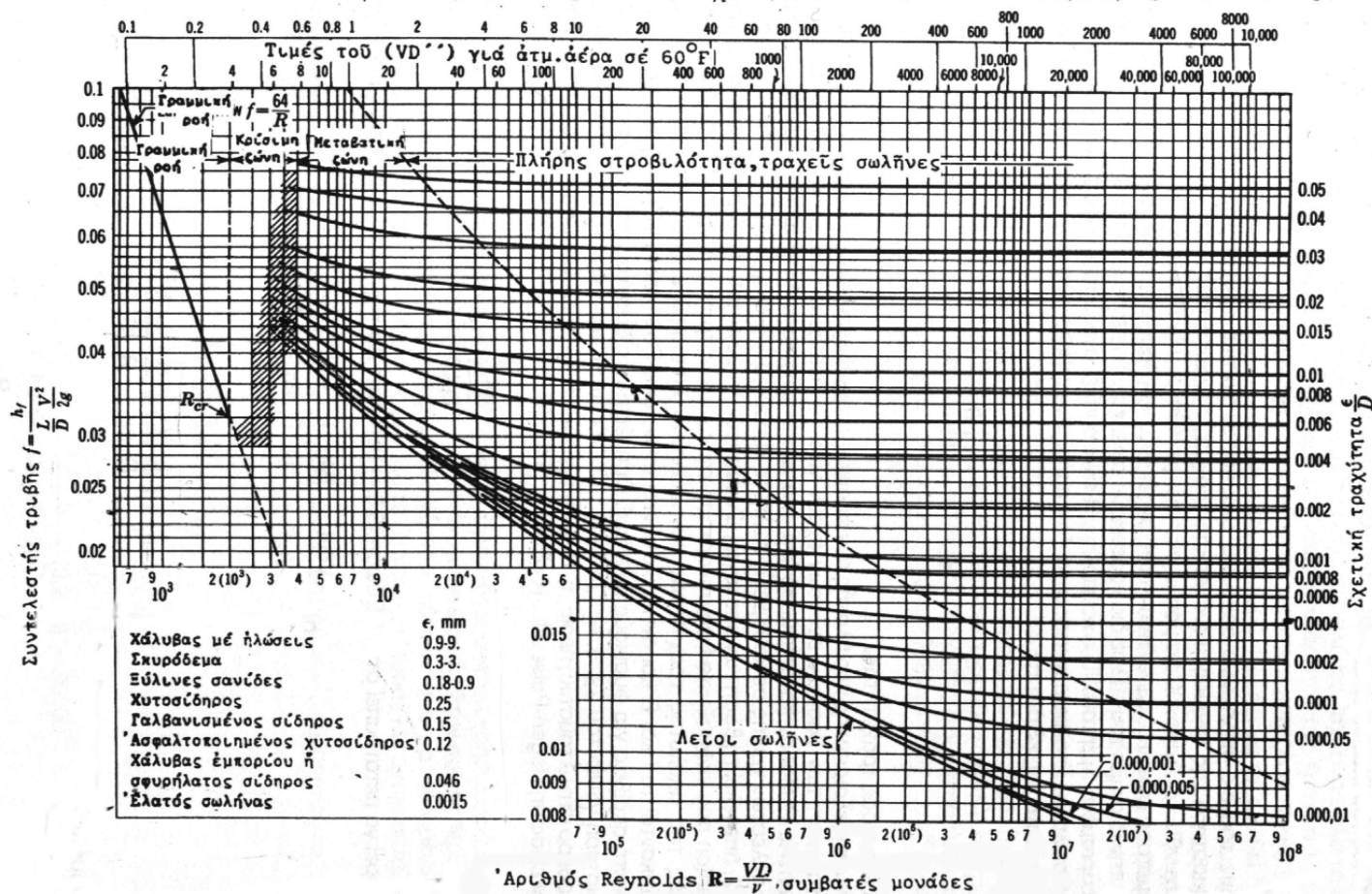
$$P = \frac{\gamma * Q * H_m}{e}$$

Όπου η παροχή και το ύψος των απωλειών είναι αυτά που υπολογίστηκαν στην άσκηση 2 (0,083m³/s και 42m), ενώ ο βαθμός απόδοσης είναι (68%).

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_\mu}{e} [W] = \frac{9805 \cdot 0.083 \cdot 42}{0.68} = 50.3KW$$

Παράδειγμα 2.4

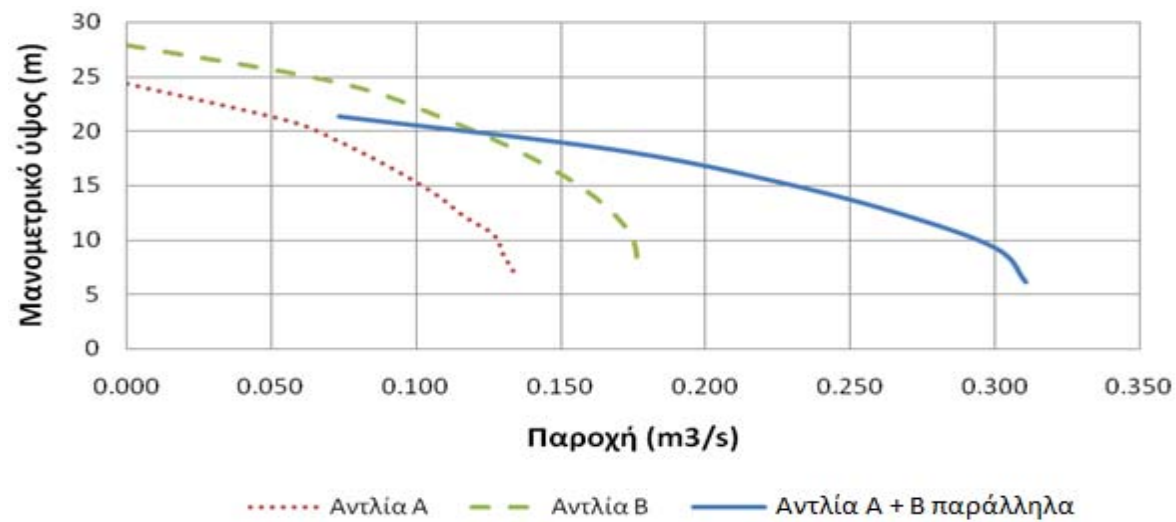
Να υπολογιστεί η παροχή για το σύστημα του Σχήματος 1 της άσκησης 2.1 για τις αντλίες Α και Β, οι οποίες συνδέονται παράλληλα. Ο σωλήνας είναι χαλύβδινος και έχει μήκος 1500 m και διάμετρο 45 cm. Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο δεξαμενών (στατικό ύψος) είναι $H = 9$ m.



Λύση

Για την λύση του προβλήματος, υπολογίζεται η ταχύτητα για διάφορες παροχές του συστήματος. Ο συντελεστής απόλυτης τραχύτητας για χαλύβδινο σωλήνα είναι 0.00046. Δεδομένης της ταχύτητας, υπολογίζεται ο αριθμός Reynolds με $\varepsilon/D = 0.00046/0.45 = 0.001$ για χαλύβδινους σωλήνες. Με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται το ύψος των απωλειών κατά μήκος του αγωγού, και οι συνολικές απώλειες δεδομένης της υψομετρικής διαφοράς μεταξύ των δεξαμενών ($H = 9\text{m}$). Στον παρακάτω πίνακα υπολογίζεται η συνολική παροχή για τις αντλίες σε παράλληλη σύνδεση, και η απόδοση αυτών.

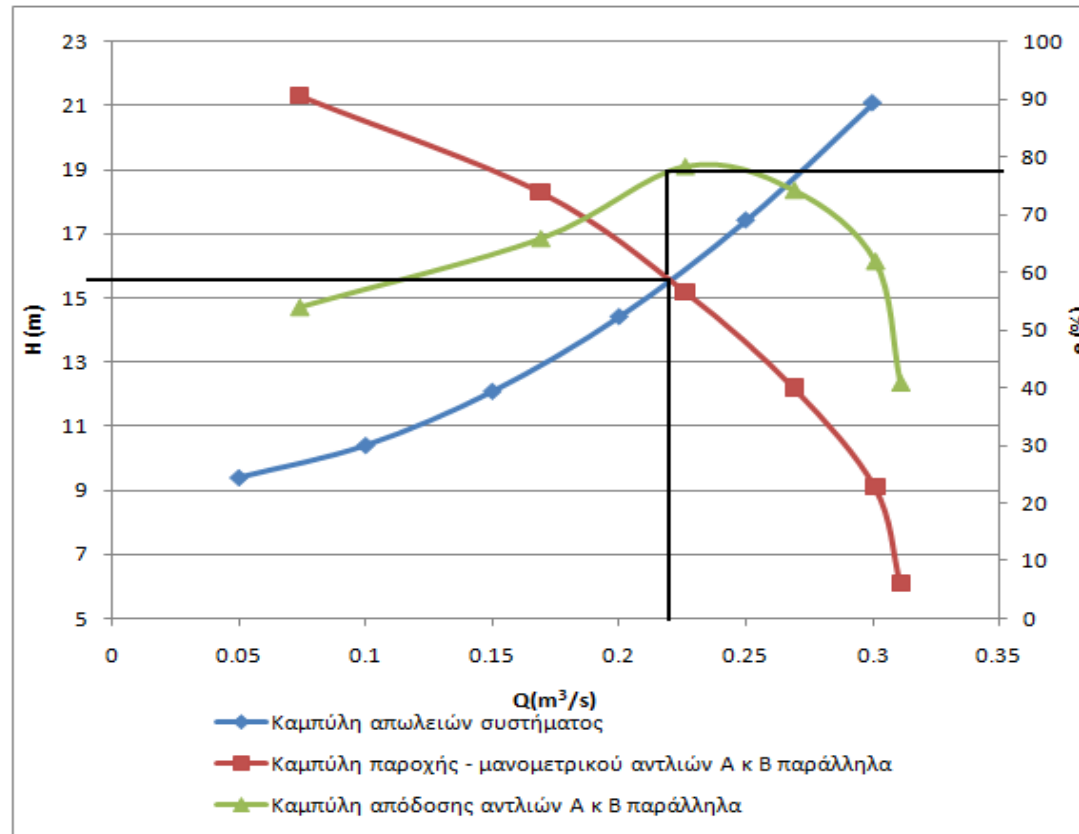
$H_m(\text{m})$	$Q_A(\text{m}^3/\text{s})$	$Q_B(\text{m}^3/\text{s})$	Q_A+Q_B	$e_{A+B}(\%)$
21.3	0	0.074	0.074	54.0
18.3	0.057	0.112	0.169	65.9
15.2	0.086	0.140	0.226	78.4
12.2	0.108	0.161	0.269	74.3
9.1	0.127	0.174	0.301	62.0
6.1	0.134	0.177	0.311	40.8



Στον παρακάτω πίνακα υπολογίζονται οι απώλειες του συστήματος για διάφορες παροχές με βοήθεια του διαγράμματος Moody.

Q (m³/s)	V (m/s)	Re	f (Moody)	h_f (m)	H_{rot} συστήματος (m)
0.05	0.314	$1.41 \cdot 10^5$	0.024	0.40	9.40
0.10	0.629	$2.83 \cdot 10^5$	0.021	1.41	10.41
0.15	0.943	$4.24 \cdot 10^5$	0.020	3.10	12.10
0.20	1.257	$5.66 \cdot 10^5$	0.020	5.43	14.43
0.25	1.572	$7.07 \cdot 10^5$	0.020	8.44	17.44
0.30	1.886	$8.49 \cdot 10^5$	0.020	12.09	21.09

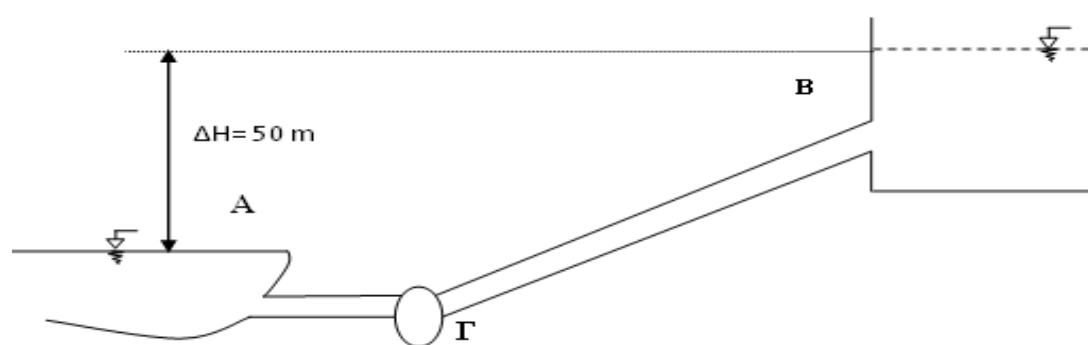
Από τα δεδομένα των πινάκων προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα και η λύση του προβλήματος.



Άρα η παροχή υπολογίζεται γραφικά $0,22\text{m}^3/\text{s}$ με συνολικό ύψος απωλειών $15,5\text{m}$ και απόδοση 77% .

Παράδειγμα 2.5

Η δεξαμενή μιας πόλης υδροδοτείται από πηγή υδροδότησης μέσω του σωλήνα ΑΓΒ με την βοήθεια αντλίας στο Γ. Η στάθμη στην πηγή υδροδότησης βρίσκεται στο +300m, η δε στάθμη της κατάντη δεξαμενής είναι στο +350m (θεωρούμενη σταθερή). Ο αγωγός που συνδέει τις δύο δεξαμενές έχει συνολικό μήκος $L = 2000\text{m}$, εσωτερική διάμετρο $D = 0.3\text{m}$. Να χρησιμοποιηθεί η σχέση Darcy – Weisbach για τον υπολογισμό των γραμμικών απωλειών. Ο συντελεστής τριβής για όλες τις περιπτώσεις είναι $f = 0.02$. Οι καμπύλες λειτουργίας της αντλίας δίνονται από τον παρακάτω πίνακα. Να προσδιορισθεί το σημείο λειτουργίας του αντλητικού συστήματος, δηλαδή η παροχή με το μανομετρικό και η συνακόλουθη απόδοση της αντλίας. Να προσδιοριστεί η απαιτούμενη ισχύς της αντλίας ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).



Οι χαρακτηριστικές καμπύλες της αντλίας αποδίδονται από τον παρακάτω πίνακα:

H [m]	100	84	62	38	0
Q [m ³ /s]	0	0.027	0.055	0.083	0.1
η %(απόδοση)	0	59	78	72	42

Λύση

Το μανομετρικό του αντλητικού συγκροτήματος: $H_m = 50 + R \cdot Q^2$ (m)

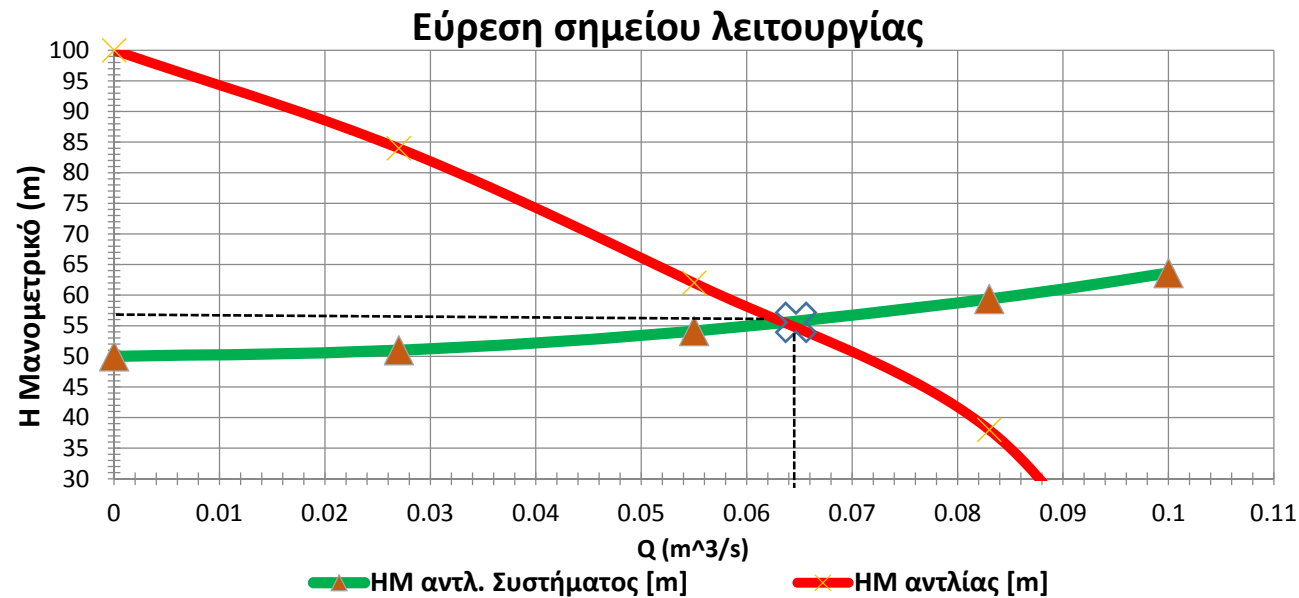
Ο συντελεστής τριβής έχει δοθεί (για διευκόλυνση, συνήθης όμως προσέγγιση σε προ-διαστασιολογήσεις) σταθερός $f = 0.02$. Οπότε, η αντίσταση του αγωγού θα είναι σταθερή ανεξάρτητη της παροχής (προσέγγιση άσκησης):

$$R = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} = \frac{8 \cdot 0,02 \cdot 2000}{g\pi^2 0.3^5} = 1360,113 \text{ m} \left(\frac{\text{m}}{(\text{m}^3/\text{s})^2} \right)$$

Επομένως η εξίσωση του μανομετρικού για το αντλητικό σύστημα θα ισούται με:

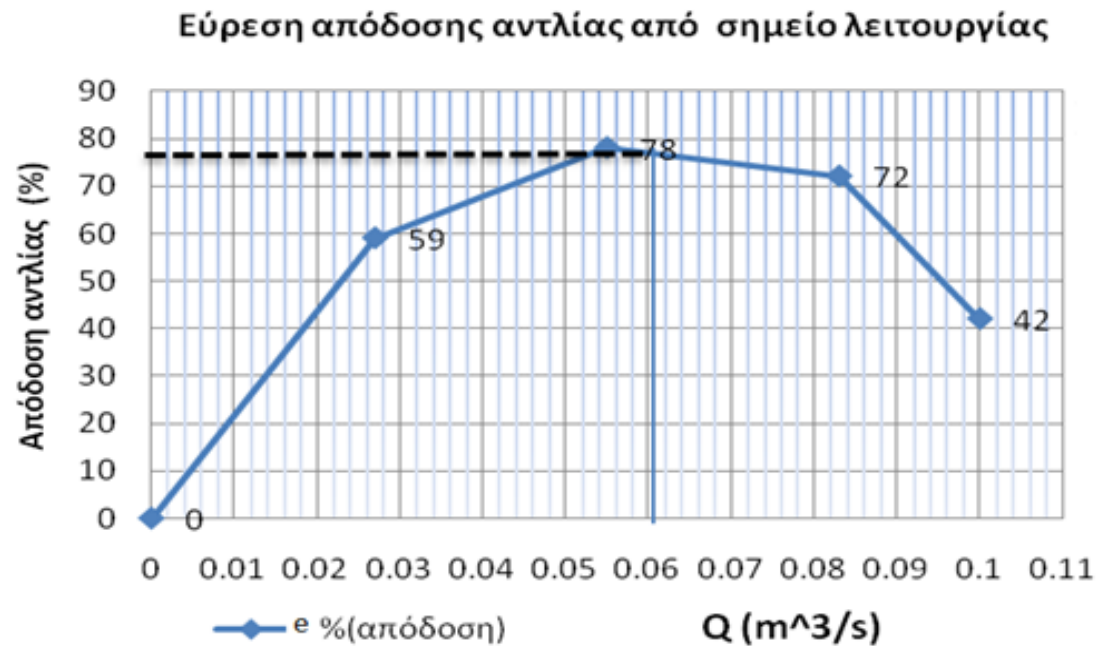
$$H_M = 50 + 1360,113 Q^2 = f(Q)$$

Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, η καμπύλη μανομετρικού- παροχής για την αντλία είναι φθίνουσα συνάρτηση της παροχής. Για να βρούμε το σημείο λειτουργίας αναπαριστούμε τις καμπύλες μανομετρικού- παροχής της αντλίας και του αντλητικού συστήματος (δηλ. του αγωγού) και προσδιορίζουμε το σημείο τομής που είναι το σημείο λειτουργίας.



Το σημείο λειτουργίας έχει συντεταγμένες $(Q, H_M) = (0.063 \text{ m}^3/\text{s}, 56\text{m})$

Η απόδοση της αντλίας προσδιορίζεται αν στην καμπύλη $\eta = f(Q)$, θέσω $Q = 0.063 \text{ m}^3/\text{s}$ (που είναι η παροχή που αντιστοιχεί στο σημείο λειτουργίας αντλητικού συγκροτήματος).



Επομένως $\eta = 0.77$. Η ισχύς που καταναλώνει η αντλία θα είναι:

$$N = \frac{9.81QH_M}{\eta} [\text{KW}] = \frac{9.81 \cdot 0.063 \cdot 56}{0.77} = 44.95 \text{ KW} \approx 45 \text{ KW}$$

Παράδειγμα 2.6

Δίνονται δύο όμοιες αντλίες με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

H [m]	100	84	62	38	0
Q [m ³ /s]	0	0.027	0.055	0.083	0.1

Πρόκειται να τοποθετηθούν σε ένα σύστημα στο οποίο η σχέση παροχής – απωλειών δίνεται από τη εξίσωση: $H_m = 10 + 2000 \cdot Q^2$. Να βρεθεί η παροχή λειτουργίας και το μανομετρικό ύψος του συστήματος στην περίπτωση που οι δύο αντλίες Α) Τοποθετηθούν σε σειρά, Β) Τοποθετηθούν παράλληλα.

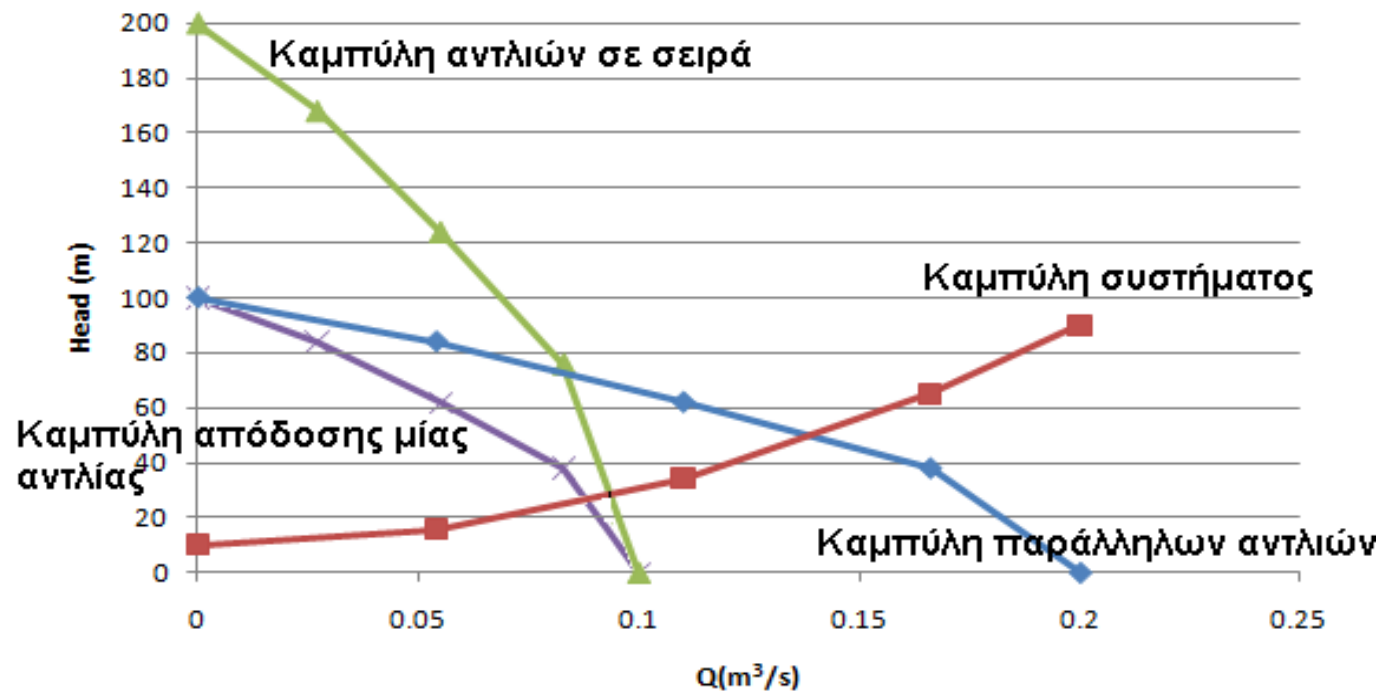
Λύση

A) Σε σειριακή σύνδεση διπλασιάζω το μανομετρικό των αντλιών:

Q Αντλιών σε σειρά [m ³ /s]	H αντλιών σε σειρά	H συστήματος
0	200	10
0.027	168	11.458
0.055	124	16.05
0.083	76	23.778
0.1	0	30

B) Σε παράλληλη σύνδεση διπλασιάζω την παροχή των αντλιών:

Q Αντλιών παράλληλα [m ³ /s]	H αντλιών παράλληλα	H συστήματος
0	100	10
0.054	84	15.8
0.11	62	34.2
0.166	38	65.1
0.2	0	90



Σημείο λειτουργίας μίας αντλίας: $Q = 0.09 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_m = 28 \text{ m}$

Σημείο λειτουργίας με αντλίες σε σειρά: $Q = 0.095 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_m = 30 \text{ m}$

Σημείο λειτουργίας με αντλίες παράλληλα: $Q = 0.135 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_m = 50 \text{ m}$