



Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος

Ροή Υπογείων Υδάτων και Μεταφορά Ρύπων

4^η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

1

Άσκηση 1

Χλωριούχος οργανική ουσία διοχετεύεται με συνεχή ροή σε 1-D δοκίμιο μήκους 200 cm στο οποίο η ταχύτητα διήθησης υπολογίστηκε σε 0,1 cm/sec. Η συγκέντρωση της ουσίας μετρήθηκε στην έξοδο του δοκιμίου μετά από 1800 sec ίση με 0,3 της αρχικής. Να υπολογιστεί ο συντελεστής διαμήκους δυναμικής διασποράς και η σταθερά υδροδυναμικής διασποράς στην κύρια διεύθυνση της ροής. (Χρησιμοποιήστε την απλοποιημένη κατά Sauty μορφή της εξίσωσης)

• Δεδομένα:

$$L = 200 \text{ cm}$$

$$u_s = 0.1 \text{ cm/s}$$

$$t_1 = 1800 \text{ s}$$

$$C_1 = 0.3C_0$$

• Ζητούμενα:

$$\alpha_x = ;$$

$$D_x = ;$$

2

Άσκηση 1 - Λύση

Μονοδιάστατη συνεχής έκχυση διαλυμένης ουσίας

Πλήρης μορφή εξίσωσης:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x - u_s t}{2\sqrt{D_L t}} \right) - \exp \left(\frac{u_s x}{D_L} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + u_s t}{2\sqrt{D_L t}} \right) \right]$$

Εάν $P_e = \frac{u_s x}{D_L} > 10$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την απλοποιημένη μορφή της εξίσωσης κατά Sauty: (Θεωρούμε ότι $D_x = a_x u_s$)

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - u_s t}{2\sqrt{a_x u_s t}} \right)$$

$$0,3 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{200 - 0,1 \cdot 1800}{2\sqrt{a_x 0,1 \cdot 1800}} \right) \Rightarrow 0,6 = \operatorname{erfc} \left(\frac{20}{26,8\sqrt{a_x}} \right)$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

3

3

Άσκηση 1 - Λύση

Απο πίνακα: $\operatorname{erfc}(x) = 0,6$ $x = 0,37$

$$0,37 = \left(\frac{20}{26,8\sqrt{a_x}} \right) \Rightarrow \sqrt{a_x} = 2,01 \Rightarrow \mathbf{a_x = 4,06cm}$$

$$D_x = a_x u_s$$

$$D_x = 4,06cm \cdot 0,1 \frac{cm}{s}$$

$$\mathbf{D_x = 0,406cm^2/s}$$

$$P_e = \frac{u_s x}{D_L} = \frac{0,1 \cdot 200}{0,406} = 49,3$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

4

4

Άσκηση 2

Οργανική ουσία διαλυτή στο νερό διοχετεύεται ως συνεχής πηγή σε μονοδιάστατο δοκίμιο. Η ταχύτητα ροής στο δοκίμιο είναι 0,00518 m/d και το πορώδες 0,3. Ο συντελεστής διαμήκους διασποράς μετρήθηκε στα 5 m. (Χρησιμοποιήστε την απλοποιημένη κατά Sauty μορφή της εξίσωσης)

α. Να υπολογιστεί ο λόγος $\frac{C}{C_0}$ σε απόσταση 0,3 m από την είσοδο του δοκιμίου μετά από 5 ημέρες.

β. Πόσο θα διέφερε ο λόγος στο ίδιο σημείο την ίδια χρονική στιγμή εάν ο συντελεστής διαμήκους διασποράς είχε μετρηθεί στα 20 m.

Δεδομένα

$$v = 0.00518 \text{ m/d}$$

$$n = 0,3$$

$$a_1 = 5 \text{ m}$$

Ζητούμενα

$$\alpha) x = 0,3 \text{ m}$$

$$t = 5 \text{ d}$$

$$C/C_0 = ;$$

$$\beta) a_2 = 20 \text{ m}$$

$$C/C_0 = ;$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

5

5

Άσκηση 2 - Λύση

Μονοδιάστατη συνεχής έκχυση διαλυμένης ουσίας

Ταχύτητα διήθησης

$$u_s = \frac{v}{n} = \frac{0,00518}{0,3} = 0,0173$$

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - u_s t}{2\sqrt{a_x u_s t}} \right)$$

$$\alpha) a_1 = 5$$

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{0,3 - 0,0173 \cdot 5}{2\sqrt{5 \cdot 0,0173 \cdot 5}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{0,213}{1,315} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(0,162)$$

Από πίνακα:

$$\frac{C}{C_0} = 0,409$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

6

6

Άσκηση 2 - Λύση

β) $a_2 = 20 \text{ m}$

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{0,3 - 0,0173 \cdot 5}{2\sqrt{20 \cdot 0,0173 \cdot 5}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{0,213}{2,63} \right) \\ = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(0,081)$$

Απο πίνακα:

$$\frac{C}{C_0} = 0,454$$

Μεγαλύτερος συντελεστής διασποράς σημαίνει ότι η συγκέντρωση αυξάνεται πιο γρήγορα μέχρι να φτάσει στο 0,5 για $x > ut$.

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

7

7

Άσκηση 3

Μετά από στιγμιαία διαρροή βενζίνης η μάζα του ρύπου υπολογίστηκε σε 107 kg ανά τετραγωνικό μέτρο του μονοδιάστατου υδροφορέα. Η ταχύτητα διήθησης είναι 0,03 m/day και η διαμήκης υδροδυναμική διασπορά 0,0009 m²/day. Να υπολογιστούν:

α. Η μέγιστη συγκέντρωση μετά από ένα χρόνο.

β. Η συγκέντρωση της βενζίνης μετά από ένα χρόνο, σε απόσταση μίας τυπικής απόκλισης (standard deviation) πριν και μετά από το κέντρο μάζας.

• Δεδομένα

$$M = 107 \text{ kg/m}^2$$

$$u_s = 0,03 \text{ m/d}$$

$$D_L = 0,0009 \text{ m}^2/\text{d}$$

• Ζητούμενα

$$\text{α) } t = 1 \text{ yr}$$

$$C_{\max} = ;$$

$$\text{β) } t = 1 \text{ yr}$$

$$C_1(x-\sigma, t) = ;$$

$$C_2(x+\sigma, t) = ;$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

8

8

Άσκηση 3 - Λύση

Το κέντρο της ζώνης του ρύπου έχει μετακινηθεί μετά από ένα χρόνο κατά:

$$x = u_s t = 0,03 \frac{m}{d} 365d = 10,95m$$

Η μέγιστη συγκέντρωση θα υπολογιστεί σε αυτό το σημείο από την πηγή

Στο κέντρο της ρυπογόνου μάζας έχουμε:

$$C(x, t) = \frac{M}{2\sqrt{\pi t \cdot D_L}} \exp\left[\frac{-(x - u_s t)^2}{4tD_L}\right]$$

$$C(x, t) = \frac{M}{2\sqrt{\pi t \cdot D_L}} = \frac{\frac{107kg}{m^2}}{2\sqrt{\pi 365d \cdot 0,0009m^2/d}}$$

$$C(x, t) = 52,66kg/m^3$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

9

9

Άσκηση 3 - Λύση

Η τυπική απόκλιση δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma^2 = 2tD_L \Rightarrow \sigma = \sqrt{2tD_L} = \sqrt{2 \cdot 365d \cdot 0,0009m^2/d} = 0,81m$$

Για $x_1 = x - \sigma = 10,95 - 0,81 = 10,14 m$

$$C(x, t) = \frac{M}{2\sqrt{\pi t \cdot D_L}} \exp\left[\frac{-(x - u_s t)^2}{4tD_L}\right]$$

$$C(x, t) = 52,66 \frac{kg}{m^3} \exp\left[\frac{-\left(10,14 - \frac{0,03m}{d} \cdot 365d\right)^2}{4 \cdot 365d \cdot \frac{0,0009m^2}{d}}\right]$$

$$C(x, t) = 31,96kg/m^3$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

10

10

Άσκηση 3 - Λύση

Για $x_2 = x + \sigma = 10,95 + 0,81 = 11,76 \text{ m}$

$$C(x, t) = \frac{M}{2\sqrt{\pi t \cdot D_L}} \exp \left[\frac{-(x - u_s t)^2}{4tD_L} \right]$$

$$C(x, t) = 52,66 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \exp \left[\frac{-\left(11,76 - \frac{0,03\text{m}}{d} \cdot 365d\right)^2}{4 \cdot 365d \cdot \frac{0,0009\text{m}^2}{d}} \right]$$

$$C(x, t) = 31,96 \text{ kg/m}^3$$

Η συγκέντρωση ακολουθεί κανονική κατανομή

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

11

11

Άσκηση 4

Ορισμένη ποσότητα ουσίας εισάγεται μέσω πηγαδιού εμπλουτισμού ακτίνας 0,05 m σε 2-διάστατο υδροφορέα για την πραγματοποίηση τεστ ανίχνευσης δείκτη. Η αρχική συγκέντρωση είναι 1.000 mg/L ενώ η ταχύτητα διήθησης και η διαμήκης υδροδυναμική διασπορά μετρήθηκαν στα 0,022 m/d και 0,034 m²/d αντίστοιχα. Η εγκάρσια υδροδυναμική διασπορά υπολογίστηκε σε 10% της διαμήκους.

Ποια είναι η μέγιστη συγκέντρωση μετά από 24 ώρες;

Να σχεδιαστεί η καμπύλη $c(x)$ μετά από 24 ώρες.

Δεδομένα

$$R = 0,05 \text{ m}$$

$$C_0 = 1000 \text{ mg/L}$$

$$u_s = 0,022 \text{ m/d}$$

$$D_L = 0,034 \text{ m}^2/\text{d}$$

$$D_T = 0,0034 \text{ m}^2/\text{d}$$

Ζητούμενα

$$\text{a) } t = 24\text{h,}$$

$$C_{\max} = ?$$

$$\text{b) καμπύλη } c(x) \text{ μετά από 24h}$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

12

12

Άσκηση 4 - Λύση

α) Η συγκέντρωση στο σημείο (x, y) τη χρονική στιγμή t μετά την έκχυση είναι:

$$C(x, y, t) = \frac{C_0 A}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}} \exp \left[\frac{-(x - x_0 - u_s t)^2}{4t D_L} - \frac{(y - y_0)^2}{4t D_T} \right]$$

Η μέγιστη συγκέντρωση συναντάται στο κέντρο της ζώνης ρύπανσης ή στο κέντρο μάζας. Θεωρούμε ότι η έκχυση έγινε στο $(0, 0)$. Εάν η ροή είναι στην κατεύθυνση x , το κέντρο μάζας βρίσκεται στη θέση $(x = v_s t, y = 0)$.

$$C_{max} = \frac{C_0 A}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}} \exp \left[\frac{-(v_s t - 0) - v_s t)^2}{4t D_L} - \frac{(0 - 0)^2}{4t D_T} \right] = \frac{C_0 A}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}}$$

$$A = \pi R^2 = \pi 0,05^2 = 0,00785 m^2$$

$$C_{max} = \frac{\frac{1000 mg}{L} \cdot 0,00785 m^2}{4\pi 1d \sqrt{\frac{0,034 m^2}{d} \cdot \frac{0,0034 m^2}{d}}}$$

$$C_{max} = 58,15 \frac{mg}{L}$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

13

13

Άσκηση 4 - Λύση

$$x_{max} = u_s \cdot t$$

$$= 0,022 \frac{m}{d} \cdot 1d$$

$$x_{max} = 0,022 m$$

$$\sigma_x = \sqrt{2D_L t} = \sqrt{2 \cdot 0,034 \cdot 1}$$

$$\sigma_x = 0,26 m$$

$$\sigma_y = \sqrt{2D_T t}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 0,0034 \cdot 1}$$

$$\sigma_y = 0,082 m$$

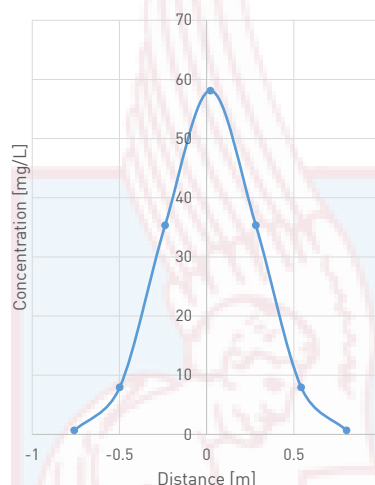
$$3 \cdot \sigma_x = 0,78 m$$

$$3 \cdot \sigma_y = 0,246 m$$

12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

14



14

Άσκηση 5

Σχεδιάστε στο ίδιο γράφημα το λόγο C/C_0 ως συνάρτηση του χρόνου σε δοκίμιο άμμου για στιγμιαία έκχυση ρύπου για τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α. Συμμεταφοράς
- β. Συμμεταφοράς και χαμηλής διασποράς
- γ. Συμμεταφοράς και υψηλής διασποράς
- δ. Συμμεταφοράς, υψηλής διασποράς και βιοαποικοδόμησης
- ε. Συμμεταφοράς, υψηλής διασποράς και επιβράδυνσης

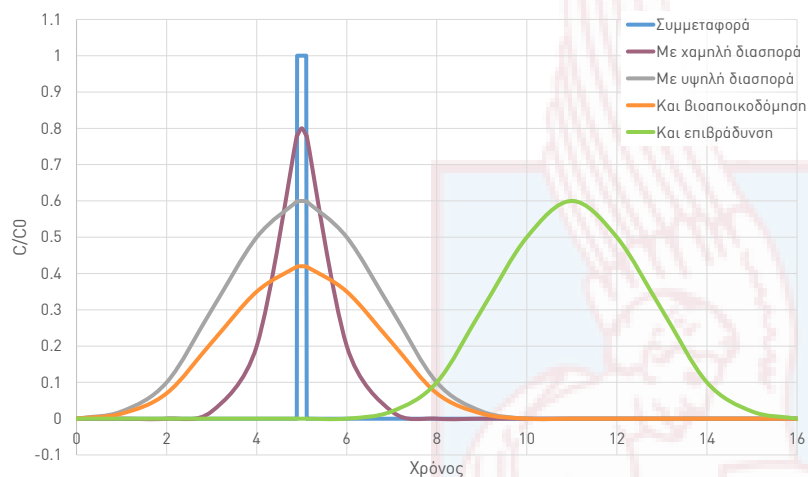
12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

15

15

Άσκηση 5 - Λύση



12 Μαΐου 2020

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

16

16