



Ροή Υπογείων Υδάτων και Μεταφορά Ρύπων

3^η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

Άσκηση 1

Ελεύθερος υδροφορέας έχει βάθος κορεσμένης ζώνης 100 ft

Πηγάδι που διατρυπά πλήρως τον υδροφορέα αντλεί με ρυθμό 20 gpd και σε σταθερές συνθήκες έχει μια πτώση στάθμης ίση με 30 ft

Ποια θα είναι η πτώση στάθμης στο πηγάδι (σε σταθερές συνθήκες) αν ο ρυθμός άντλησης είναι 10 gpd;

Υποθέστε ότι η ακτίνα επιρροής του πηγαδιού παραμένει η ίδια σε αμφότερες τις περιπτώσεις

• Δεδομένα:

$$h_0 = 100 \text{ ft}$$

$$Q_1 = 20 \text{ gpd}$$

$$s_{w_1} = 30 \text{ ft}$$

$$Q_2 = 10 \text{ gpd}$$

$$s_{w_2} = ;$$

Άσκηση 1

• Δεδομένα:

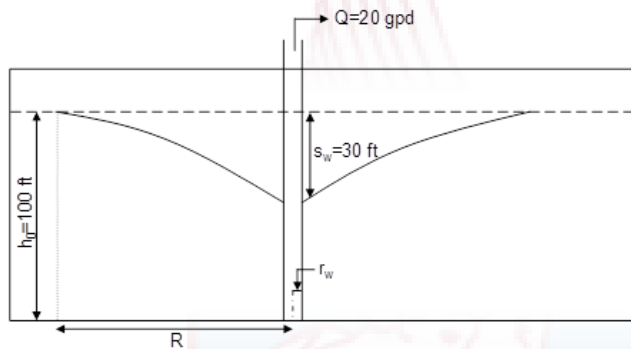
$$h_0 = 100 \text{ ft}$$

$$Q_1 = 20 \text{ gpd}$$

$$s_{w1} = 30 \text{ ft}$$

$$Q_2 = 10 \text{ gpd}$$

$$s_{w2} = ;$$



Άσκηση 1 - Λύση

Εξίσωση Thiem – Μόνιμη ροή σε ελεύθερο υδροφορέα

$$K = \frac{Q}{\pi(h_2^2 - h_1^2)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

h_1 : ύψος σε απόσταση R_1 από το φρεάτιο άντλησης

h_2 : ύψος σε απόσταση R_2 από το φρεάτιο άντλησης

Q : παροχή άντλησης

K : υδραυλική αγωγιμότητα

$$h_w = h_0 - s_w = 100 \text{ ft} - 30 \text{ ft} = 70 \text{ ft}$$

Άσκηση 1 - Λύση

Περίπτωση 1: $Q=20$ gpd

$$K = \frac{Q_1}{\pi(h_0^2 - h_{w1}^2)} \ln\left(\frac{R_1}{r_w}\right) = \frac{20}{\pi(100^2 - 70^2)} \ln\left(\frac{R_1}{r_w}\right)$$

Περίπτωση 2: $Q=10$ gpd

$$K = \frac{Q_2}{\pi(h_0^2 - h_{w2}^2)} \ln\left(\frac{R_2}{r_w}\right) = \frac{10}{\pi(100^2 - h_{w2}^2)} \ln\left(\frac{R_2}{r_w}\right)$$

Υποθέτουμε ότι η ακτίνα επιρροής είναι η ίδια και στις 2 περιπτώσεις: $R_1 = R_2 = R$

Άσκηση 1 - Λύση

$$\frac{20}{\pi(100^2 - 70^2)} \ln\left(\frac{R}{r_w}\right) = \frac{10}{\pi(100^2 - h_{w2}^2)} \ln\left(\frac{R}{r_w}\right)$$

$$\frac{2}{(100^2 - 70^2)} = \frac{1}{(100^2 - h_{w2}^2)}$$

$$(100^2 - h_{w2}^2) = 2.550$$

$$h_{w2}^2 = 7450$$

$$h_{w2} = 86.31 \text{ ft}$$

$$s_{w2} = 100 - 86.31$$

$$s_{w2} = 13.69 \text{ ft}$$

Άσκηση 2

Ένα πηγάδι με διάμετρο 18 in διατρυπά πλήρως ελεύθερο υδροφορέα του οποίου το πάχος της κορεσμένης ζώνης είναι 100 ft. Δύο πηγάδια παρατήρησης ευρίσκονται σε απόσταση 100 ft και 235 ft από το πρώτο πηγάδι και παρατηρείται πτώση στάθμης 22,5 ft και 21 ft αντίστοιχα. Η ροή είναι σταθερή και η υδραυλική αγωγιμότητα είναι 1320 grpd/ft² (grpd = gallons per day). Υπολογίστε τον ρυθμό άντλησης του πρώτου πηγαδιού

• Δεδομένα:

$$d_w = 18 \text{ in}$$

$$h_0 = 100 \text{ ft}$$

$$R'_1 = 100 \text{ ft}$$

$$R'_2 = 235 \text{ ft}$$

$$s_1 = 22.5 \text{ ft}$$

$$s_2 = 21 \text{ ft}$$

$$Q = ?$$

Άσκηση 2

• Δεδομένα:

$$d_w = 18 \text{ in}$$

$$h_0 = 100 \text{ ft}$$

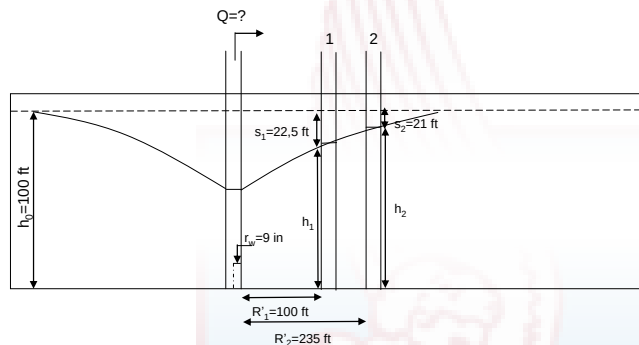
$$R'_1 = 100 \text{ ft}$$

$$R'_2 = 235 \text{ ft}$$

$$s_1 = 22.5 \text{ ft}$$

$$s_2 = 21 \text{ ft}$$

$$Q = ?$$



Άσκηση 2 - Λύση

- Ελεύθερος υδροφορέας – Μόνιμη ροή

$$K = \frac{Q}{\pi(h_2^2 - h_1^2)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow Q = \frac{\pi K(h_2^2 - h_1^2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$h_1 = 100 \text{ ft} - 22.5 \text{ ft} = 77.5 \text{ ft}$$

$$h_2 = 100 \text{ ft} - 21 \text{ ft} = 79 \text{ ft}$$

$$R_1 = 100 \text{ ft} + (18/2)/12 \text{ ft} = 100.75 \text{ ft}$$

$$R_2 = 235 \text{ ft} + (18/2)/12 \text{ ft} = 235.75 \text{ ft}$$

$$Q = \frac{\pi \cdot 1320 (\text{gpd/ft}^2) (79^2 - 77.5^2 \text{ ft}^2)}{\ln\left(\frac{235.75}{100.75}\right)} = \frac{\pi \cdot 1320 \cdot 234.75}{0.85} \text{ gpd}$$

$$Q = 1.14 \cdot 10^6 \text{ gpd}$$

Άσκηση 3

Ένα πηγάδι με διάμετρο 0.5 m αντλεί ύδωρ από περιορισμένο υδροφορέα με ρυθμό 0.08 m³/sec. Δύο πηγάδια παρατήρησης βρίσκονται σε απόσταση 15 m και 50 m αντίστοιχα από το εξωτερικό τοίχωμα του πηγαδιού άντλησης. Στο πρώτο πηγάδι παρατήρησης η πτώση στάθμης είναι 3.8 m και στο δεύτερο πηγάδι 2.8 m.

Υπολογίστε την πτώση στάθμης στο πηγάδι άντλησης

- Δεδομένα:

$$d_w = 0.5 \text{ m}$$

$$Q = 0.08 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$R'_1 = 15 \text{ m}$$

$$R'_2 = 50 \text{ m}$$

$$s_1 = 3.8 \text{ m}$$

$$s_2 = 2.8 \text{ m}$$

$$s_w = ;$$

Άσκηση 3

• Δεδομένα:

$$d_w = 0.5 \text{ m}$$

$$Q = 0.08 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

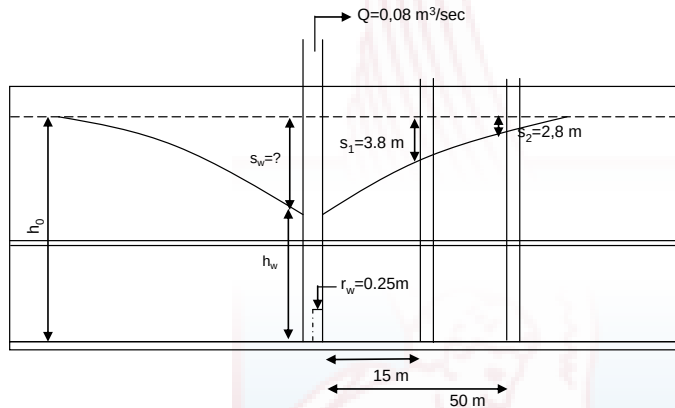
$$R'_1 = 15 \text{ m}$$

$$R'_2 = 50 \text{ m}$$

$$s_1 = 3.8 \text{ m}$$

$$s_2 = 2.8 \text{ m}$$

$$s_w = ?$$



Άσκηση 3 - Λύση

Περιορισμένος υδροφόρας – Μόνιμη ροή

Εξίσωση Thiem

$$T = Kb = \frac{Q}{2\pi(h_2 - h_1)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$h_1 = (h_0 - 3.8) \text{ m}$$

$$h_2 = (h_0 - 2.8) \text{ m}$$

$$R_1 = 15 \text{ m} + (0.5/2) \text{ m} = 15.25 \text{ m}$$

$$R_2 = 50 \text{ m} + (0.5/2) \text{ m} = 50.25 \text{ m}$$

Άσκηση 3 - Λύση

Thiem 2 → 1

$$T = \frac{0,08 \text{ m}^3 / \text{sec}}{2\pi(h_0 - 2,8 - h_0 + 3,8)m \ln\left(\frac{50,25}{15,25}\right)^2 \text{ sec}}$$

Thiem 2 → 0

$$T = \frac{Q}{2\pi(h_2 - h_w)} \ln\left(\frac{R_2}{R_w}\right) \Rightarrow h_2 - h_w = \frac{Q \ln\left(\frac{R_2}{R_w}\right)}{2\pi T} \Rightarrow h_w = h_2 - \frac{Q \ln\left(\frac{R_2}{R_w}\right)}{2\pi T}$$

$$h_w = (h_0 - 2,8)m - \frac{0,08 \text{ m}^3 / \text{sec} \ln\left(\frac{50,25}{0,25}\right)}{2\pi 0,015 \text{ m}^2 / \text{sec} c_{0w0}}$$

$$s_w = 7,3 \text{ m}$$

13

Άσκηση 4

Πηγάδι διατρυπά πλήρως έναν ελεύθερο υδροφορέα και αντλεί συνεχώς. Όταν επιτυγχάνονται σταθερές συνθήκες η πτώση της στάθμης στο πηγάδι είναι 15 μέτρα. Ο υδροφόρος ορίζοντας έχει ύψος 55 m από τον πυθμένα του υδροφορέα, ο οποίος έχει υδραυλική αγωγιμότητα 20 m/d. Η διάμετρος του πηγαδιού είναι 0,25 m

α. Εάν η άντληση δεν έχει καμία επίδραση στον υδροφόρο ορίζοντα σε μια απόσταση 1,2 km από το κέντρο του πηγαδιού άντλησης υπολογίστε το ρυθμό άντλησης

β. Υπολογίστε την πτώση στάθμης σε ένα πηγάδι παρατήρησης που ευρίσκεται 600 m από το κέντρο του πηγαδιού άντλησης

γ. Καθορίστε το χρόνο που χρειάζεται το υπόγειο νερό να ταξιδέψει από το πηγάδι παρατήρησης μέχρι το πηγάδι άντλησης αν το πορώδες του υδροφορέα είναι 0,4

Δεδομένα

$$s_w = 15 \text{ m}$$

$$h_0 = 55 \text{ m}$$

$$K = 20 \text{ m/d}$$

$$d_w = 0.25 \text{ m}$$

Ζητούμενα

$$\text{α) } R_0 = 1,2 \text{ km, } Q = ;$$

$$\text{β) } R_1 = 600 \text{ m, } s_1 = ;$$

$$\text{γ) } n = 0.4, t_{1 \rightarrow w} = ;$$

14

Άσκηση 4

Δεδομένα

$$s_w = 15 \text{ m}$$

$$h_0 = 55 \text{ m}$$

$$K = 20 \text{ m/d}$$

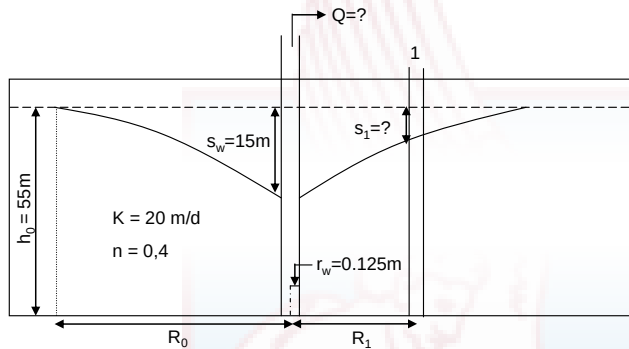
$$d_w = 0.25 \text{ m}$$

Ζητούμενα

α) $R_0 = 1,2 \text{ km}$, $Q = ?$;

β) $R_1 = 600 \text{ m}$, $s_1 = ?$;

γ) $n = 0,4$, $t_{1 \rightarrow w} = ?$;



Άσκηση 4 - Λύση

α) Εξίσωση Thiem – Μόνιμη ροή σε ελεύθερο υδροφορέα

$$K = \frac{Q}{\pi(h_0^2 - h_w^2)} \ln\left(\frac{R_0}{r_w}\right) \Rightarrow Q = \frac{K\pi(h_0^2 - h_w^2)}{\ln\left(\frac{R_0}{r_w}\right)}$$

$$h_w = h_0 - s_w = 55 \text{ m} - 15 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

$$Q = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{d}} \pi (55^2 - 40^2) \text{ m}^2}{\ln\left(\frac{1200}{0,125}\right)}$$

$$Q = 9764 \text{ m}^3/\text{d}$$

Άσκηση 4 - Λύση

β) Εξίσωση Thiem – Μόνιμη ροή σε ελεύθερο υδροφορέα

$$K = \frac{Q}{\pi(h_1^2 - h_w^2)} \ln\left(\frac{R_1}{r_w}\right) \Rightarrow h_1^2 - h_w^2 = \frac{Q}{K\pi} \ln\left(\frac{R_1}{r_w}\right) \Rightarrow$$

$$h_1^2 - h_w^2 = \frac{9764 \text{ m}^3/\text{d}}{20 \text{ m}/\text{d}\pi} \ln\left(\frac{600}{0,125}\right)$$

$$h_1^2 = 2917,2 \text{ m}^2 \Rightarrow h_1 = 54 \text{ m}$$

$$s_1 = h_0 - h_1 = 55 \text{ m} - 54 \text{ m}$$

$$s_1 = 1 \text{ m}$$

17

Άσκηση 4 - Λύση

• γ) Ταχύτητα διήθησης

$$u_s = -\frac{K}{n} \frac{dh}{dr} \quad (1)$$

$$u_s = \frac{dr}{dt} \quad (2)$$

Από 1 και 2:

$$-\frac{K}{n} \frac{dh}{dr} = \frac{dr}{dt} \Rightarrow dt = -\frac{n}{K} \frac{dr}{dh} \quad (3)$$

18

Άσκηση 4 - Λύση

Νόμος Darcy για ελεύθερο υδροφορέα

$$Q = -2\pi r K b \frac{dh}{dr} \Rightarrow \frac{dr}{dh} = \frac{-2\pi r K b}{Q} \quad (4)$$

Από 3 και 4:

$$dt = -\frac{n}{K} \left(\frac{-2\pi r K b}{Q} \right) dr \Rightarrow \int_0^t dt = \frac{2\pi n b}{Q} \int_{R_w}^{R_1} r dr \Rightarrow$$
$$[t]_0^t = \frac{2\pi n b}{Q} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{R_w}^{R_1} \Rightarrow t = \frac{\pi n b}{Q} (R_1^2 - R_w^2)$$

Άσκηση 4 - Λύση

b: Μέση τιμή κορεσμένου πάχους μεταξύ 1 και w:

$$b = \frac{h_1 + h_w}{2} = \frac{54 + 40}{2} = 47m$$

$$t = \frac{\pi 0,4 \cdot 47m}{9764m^3/d} (600^2 - 0,125^2)m^2 = 2177,6d$$

$$t = \frac{2177,6d}{360d/y}$$

$$t \approx 6years$$