



Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος

Ροή Υπογείων Υδάτων και Μεταφορά Ρύπων

2^η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων

Άσκηση 1

3 πηγάδια παρατήρησης εντός περιορισμένου υδροφορέα βρίσκονται σε ευθεία γραμμή στην x κατεύθυνση και είναι 1000 μέτρα μακριά το ένα από το άλλο. Η υδραυλική αγωγιμότητα ποικίλει στην x κατεύθυνση. Η στάθμη του νερού ανέρχεται στα 60 μέτρα στο πηγάδι 1 και 52 μέτρα στο πηγάδι 3. Η υδραυλική αγωγιμότητα του υδροφορέα μεταξύ των πηγαδιών 1 και 2 είναι K_A , και μεταξύ των πηγαδιών 2 και 3 είναι K_B

Καθορίστε τη στάθμη του νερού στο πηγάδι 2 για τις εξής περιπτώσεις

- Δεδομένα:

$$h_1 = 60 \text{ m}$$

$$h_2 = 52 \text{ m}$$

$$L_1 = 1000 \text{ m}$$

$$L_2 = 1000 \text{ m}$$

- $\alpha. K_A = 10 \frac{m}{d}, K_B = 20 \frac{m}{d}$
- $\beta. K_A = 10 \frac{m}{d}, K_B = 50 \frac{m}{d}$
- $\gamma. K_A = 50 \frac{m}{d}, K_B = 10 \frac{m}{d}$
 $h_2 = ;$

Άσκηση 1

• Δεδομένα:

$$h_1 = 60 \text{ m}$$

$$h_2 = 52 \text{ m}$$

$$L_1 = 1000 \text{ m}$$

$$L_2 = 1000 \text{ m}$$

$$\alpha. K_A = 10 \frac{m}{d},$$

$$K_B = 20 \frac{m}{d}$$

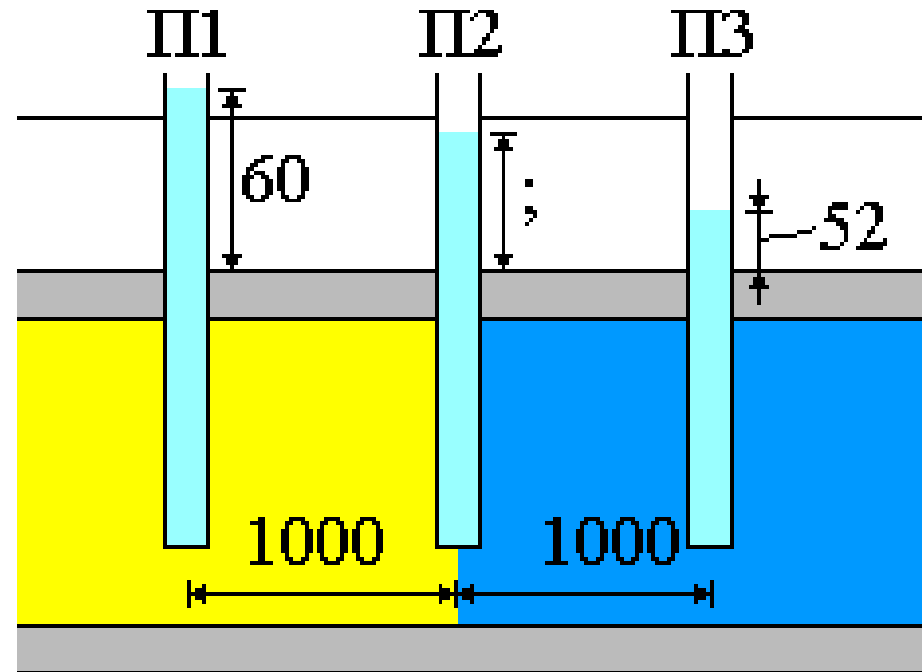
$$\beta. K_A = 10 \frac{m}{d},$$

$$K_B = 50 \frac{m}{d}$$

$$\gamma. K_A = 50 \frac{m}{d},$$

$$K_B = 10 \frac{m}{d}$$

$$h_2 = ;$$



Άσκηση 1 - Λύση

$$\left. \begin{aligned} q_{1,2} &= -K_A \cdot b \cdot \frac{h_2 - h_1}{L_{1,2}} \\ q_{2,3} &= -K_B \cdot b \cdot \frac{h_3 - h_2}{L_{2,3}} \\ q_{1,2} &= q_{2,3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_A \cdot \frac{h_2 - h_1}{L_{1,2}} = K_B \cdot \frac{h_3 - h_2}{L_{2,3}} \Rightarrow$$

$$h_2 \cdot (K_A + K_B) = K_B \cdot h_3 + K_A \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{K_B \cdot h_3 + K_A \cdot h_1}{K_A + K_B}$$

Άσκηση 1 - Λύση

$$\alpha. h_2 = \frac{20 \text{ m/d} \cdot 52 \text{ m} + 10 \text{ m/d} \cdot 60 \text{ m}}{10 \text{ m/d} + 20 \text{ m/d}} \Rightarrow h_2 = 54,67 \text{ m}$$

$$\beta. h_2 = \frac{50 \text{ m/d} \cdot 52 \text{ m} + 10 \text{ m/d} \cdot 60 \text{ m}}{10 \text{ m/d} + 50 \text{ m/d}} \Rightarrow h_2 = 53,33 \text{ m}$$

$$\gamma. h_2 = \frac{10 \text{ m/d} \cdot 52 \text{ m} + 50 \text{ m/d} \cdot 60 \text{ m}}{50 \text{ m/d} + 10 \text{ m/d}} \Rightarrow h_2 = 58,67 \text{ m}$$

Άσκηση 2

Τρεις οριζόντιοι γεωλογικοί σχηματισμοί κείνται ο ένας επί του άλλου με τα χαρακτηριστικά που δίνονται παρακάτω. Κάθετη προς τους σχηματισμούς υπόγεια ροή λαμβάνει χώρα με μια σταθερή ταχύτητα. Το υδραυλικό ύψος στην επιφάνεια του ανώτερου σχηματισμού είναι 33 ft και στην επιφάνεια του πυθμένα (επιφάνεια πυθμένα τρίτου σχηματισμού) είναι 21 ft. Υπολογίστε το υδραυλικό ύψος στις δύο εσωτερικές οριακές επιφάνειες (επιφάνειες επαφής μεταξύ γεωλογικών σχηματισμών 1-2 και 2-3)

• Δεδομένα:

$$K_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ft/s}$$

$$K_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ft/s}$$

$$K_3 = 10^{-3} \text{ ft/s}$$

$$b_1 = 50 \text{ ft}$$

$$b_2 = 20 \text{ ft}$$

$$b_3 = 210 \text{ ft}$$

$$h_1 = 33 \text{ ft}$$

$$h_4 = 21 \text{ ft}$$

Άσκηση 2

• Δεδομένα:

$$K_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ft/sec}$$

$$K_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ft/sec}$$

$$K_3 = 10^{-3} \text{ ft/sec}$$

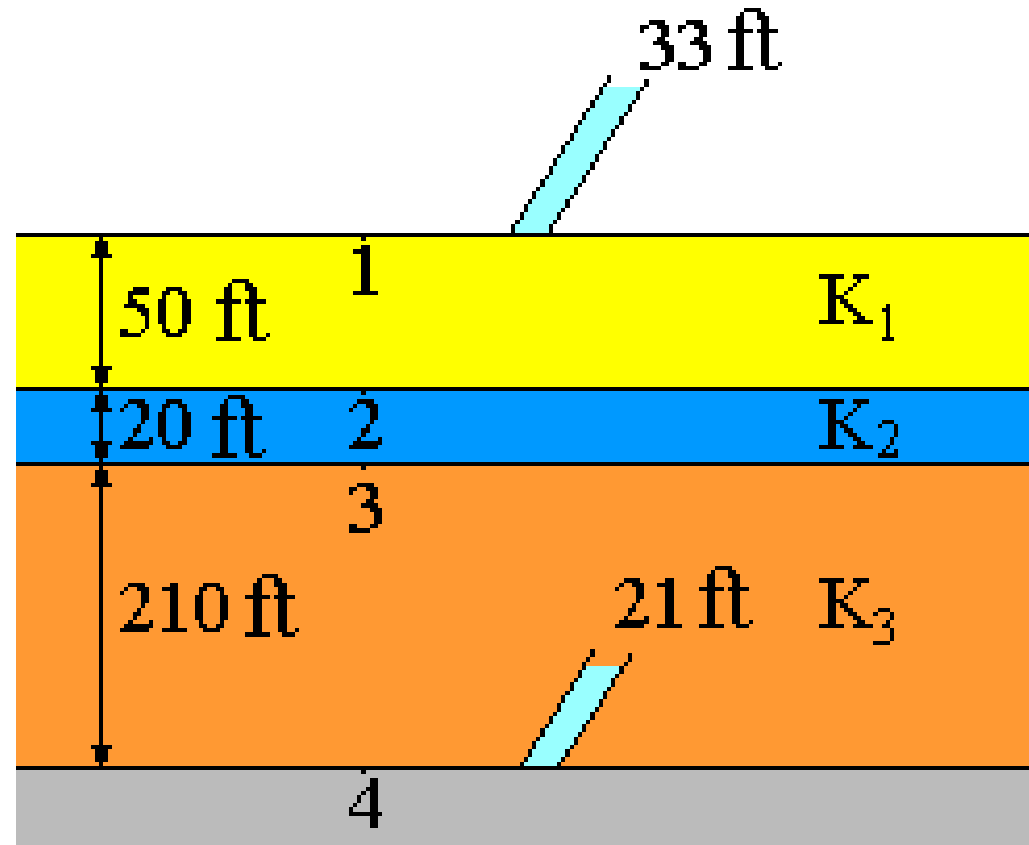
$$b_1 = 50 \text{ ft}$$

$$b_2 = 20 \text{ ft}$$

$$b_3 = 210 \text{ ft}$$

$$h_1 = 33 \text{ ft}$$

$$h_4 = 21 \text{ ft}$$



Άσκηση 2 - Λύση

- Αφού η παροχή από τον ένα σχηματισμό στον άλλο είναι σταθερή, τότε και η ταχύτητα Darcy θα είναι σταθερή

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_2 = u_3 \\ u_1 &= -K_1 \frac{h_2 - h_1}{b_1} \\ u_2 &= -K_2 \frac{h_3 - h_2}{b_2} \\ u_3 &= -K_3 \frac{h_4 - h_3}{b_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -K_1 \frac{h_2 - h_1}{b_1} &= -K_2 \frac{h_3 - h_2}{b_2} \\ -K_1 \frac{h_2 - h_1}{b_1} &= -K_3 \frac{h_4 - h_3}{b_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Άσκηση 2 - Λύση

$$\left. \begin{aligned} 2 \cdot 10^{-4} \frac{h_2 - 33}{50} &= 5 \cdot 10^{-4} \frac{h_3 - h_2}{20} \\ 2 \cdot 10^{-4} \frac{h_2 - 33}{50} &= 10^{-3} \frac{21 - h_3}{210} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left[\begin{aligned} 0,425 \cdot h_2 - 0,025 \cdot h_3 &= 13,2 \\ 0,84 \cdot h_2 + h_3 &= 48,72 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 0,425 \cdot h_2 - 0,025 \cdot (48,72 - 0,84 \cdot h_2) &= 13,2 \\ h_3 &= 48,72 - 0,84 \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} (0,425 + 0,021) \cdot h_2 &= 13,2 + 1,218 \\ h_3 &= 48,72 - 0,84 \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Άσκηση 2 - Λύση

$$\left. \begin{aligned} (0,425 + 0,021) \cdot h_2 &= 13,2 + 1,218 \\ h_3 &= 48,72 - 0,84 \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 0,446 \cdot h_2 &= 14,418 \\ h_3 &= 48,72 - 0,84 \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

υπάρχουν
αριθμητικά λάθη

$$\left. \begin{aligned} h_2 &= 32,33 \text{ ft} \\ h_3 &= 48,72 - 0,84 \cdot 32,33 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$h_2 = 32,33 \text{ ft}$$

$$h_3 = 21,56 \text{ ft}$$

τελικά αποτελέσματα
 $h_2 = 27 \text{ ft}$
 $h_3 = 26 \text{ ft}$

Άσκηση 3

Ένας γεωλογικός σχηματισμός αποτελείται από τέσσερα οριζόντια στρώματα, ομοιογενή και ισοτροπικά τα οποία κείνται το ένα επί του άλλου. Η υδραυλική αγωγιμότητα του ανώτερου στρώματος είναι 10^{-3} cm/s , του αμέσως επόμενου είναι 10^{-6} cm/s , του επόμενου είναι 10^{-2} cm/s και του τελευταίου είναι 10^{-4} cm/s . Υπολογίστε την οριζόντια και την κάθετη υδραυλική αγωγιμότητα του ολικού σχηματισμού εάν το πάχος του κάθε στρώματος είναι 3 m

• Δεδομένα:

$$K_1 = 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$K_2 = 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$K_3 = 10^{-2} \text{ cm/s}$$

$$K_4 = 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 3 \text{ m}$$

Άσκηση 3

- Δεδομένα:

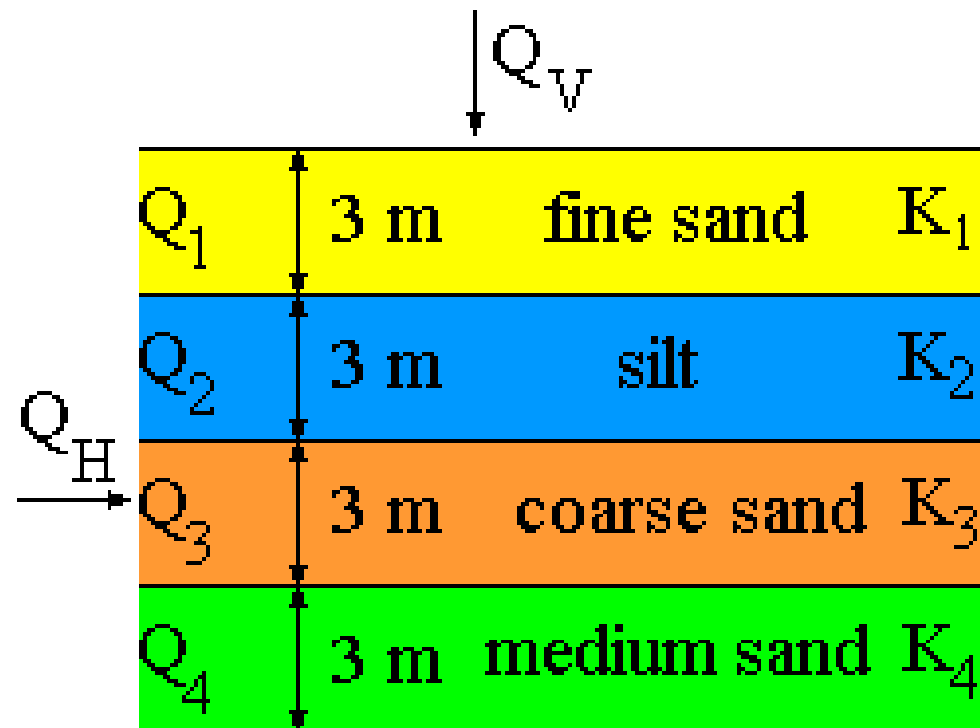
$$K_1 = 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$K_2 = 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$K_3 = 10^{-2} \text{ cm/s}$$

$$K_4 = 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 3 \text{ m}$$



Άσκηση 3 - Λύση

Οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα

- Η συνολική παροχή ισούται με το άθροισμα των παροχών σε κάθε ένα από τα τέσσερα στρώματα

$$Q_H = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \Rightarrow$$

$$Q_H = -K_1 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot b_1 - K_2 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot b_2 - K_3 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot b_3 - K_4 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot b_4 \Rightarrow$$

Άσκηση 3 - Λύση

$$\left. \begin{aligned} Q_H &= -\frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot \sum_{i=1}^4 K_i \cdot b_i \\ \text{όμως } Q_H &= -K_H \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot \sum_{i=1}^4 b_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$
$$K_H \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot \sum_{i=1}^4 b_i = \frac{\Delta h}{\Delta L} \cdot \sum_{i=1}^4 K_i \cdot b_i \Rightarrow$$
$$K_H = \frac{\sum_{i=1}^4 K_i \cdot b_i}{\sum_{i=1}^4 b_i} \Rightarrow$$

Άσκηση 3 - Λύση

$$K_H = \frac{\sum_{i=1}^4 K_i \cdot b_i}{\sum_{i=1}^4 b_i} \Rightarrow$$

$$K_H = \frac{10^{-3} \cdot 3 + 10^{-6} \cdot 3 + 10^{-2} \cdot 3 + 10^{-4} \cdot 3}{12} = \frac{0,011101}{4} \Rightarrow$$

$$K_H = 2,78 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$$

Άσκηση 3 - Λύση

Κατακόρυφη υδραυλική αγωγιμότητα

- Η συνολική πτώση στάθμης ισούται με το άθροισμα της πτώσης στάθμης στα επιμέρους στρώματα
- Η συνολική παροχή είναι η ίδια και για τα τέσσερα στρώματα

Άσκηση 3 - Λύση

$$Q_V = -K_V \cdot \frac{\Delta h}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} \cdot A \quad (1)$$

$$Q_V = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 \quad (2)$$

$$Q_1 = -K_1 \cdot \frac{\Delta h_1}{b_1} \cdot A \Rightarrow \frac{b_1}{K_1} \cdot Q_1 = -\Delta h_1 \cdot A$$

$$Q_2 = -K_2 \cdot \frac{\Delta h_2}{b_2} \cdot A \Rightarrow \frac{b_2}{K_2} \cdot Q_2 = -\Delta h_2 \cdot A$$

$$Q_3 = -K_3 \cdot \frac{\Delta h_3}{b_3} \cdot A \Rightarrow \frac{b_3}{K_3} \cdot Q_3 = -\Delta h_3 \cdot A$$

$$Q_4 = -K_4 \cdot \frac{\Delta h_4}{b_4} \cdot A \Rightarrow \frac{b_4}{K_4} \cdot Q_4 = -\Delta h_4 \cdot A$$

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 \quad (7)$$

πρόσθεση κατά
μέλη και
 Q_V, A : κοινός
παράγοντας

Άσκηση 3 - Λύση

(1) αντικ Q_v ,
(7) αντικ $\Sigma(\Delta h_i)$

$$Q_v \cdot \left(\frac{b_1}{K_1} + \frac{b_2}{K_2} + \frac{b_3}{K_3} + \frac{b_4}{K_4} \right) = -A \cdot (\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4) \Rightarrow$$

$$-K_v \cdot (\Delta h / \Sigma b_i) \cdot A \cdot \Sigma (b_i / K_i) = -A \cdot \Delta h$$

$$K_v \cdot \frac{\Delta h}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = \frac{\Delta h}{\sum_{i=1}^4 \frac{b_i}{K_i}}$$

$$K_v = \frac{\sum_{i=1}^4 b_i}{\sum_{i=1}^4 \frac{b_i}{K_i}} = \frac{12}{\frac{3}{10^{-3}} + \frac{3}{10^{-6}} + \frac{3}{10^{-2}} + \frac{3}{10^{-4}}}$$

$$K_v = 3,96 \cdot 10^{-6} \text{ cm/s}$$

Άσκηση 4

Δύο πηγάδια παρατήρησης με απόσταση 450 m το ένα από το άλλο έχουν σκαφτεί εντός περιορισμένου υδροφορέα ο οποίος έχει υδραυλική αγωγιμότητα $5 \cdot 10^{-4}$ cm/s και πορώδες 0,35. Το μέσο πάχος του υδροφορέα μεταξύ των πηγαδιών είναι 45 m. Το πηγάδι 1 έχει στάθμη νερού 95 m και βρίσκεται ανατολικά του πηγαδιού 2 που έχει στάθμη νερού 94,6 m. Ένα ποτάμι βρίσκεται δυτικά του πηγαδιού 2 και σε απόσταση 900 m.

α. Καθορίστε το ρυθμό ροής ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα.

β. Υπολογίστε πόσο χρόνο θα κάνει ένας υπόγειος ρυπαντής να ταξιδέψει από το πηγάδι 1 στο ποτάμι.

γ. Υπολογίστε τη στάθμη του νερού σε απόσταση 600 m ανατολικά του πηγαδιού 1

• Δεδομένα:

$$L_{1 \rightarrow 2} = 450 \text{ m}$$

$$K = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$n = 0,35$$

$$b = 45 \text{ m}$$

$$h_1 = 95 \text{ m}$$

$$h_2 = 94,6 \text{ m}$$

$$L_{2 \rightarrow r} = 900 \text{ m}$$

$$L_{1 \rightarrow 3} = 600 \text{ m}$$

Άσκηση 4

• Δεδομένα:

$$L_{1 \rightarrow 2} = 450 \text{ m}$$

$$K = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$n = 0,35$$

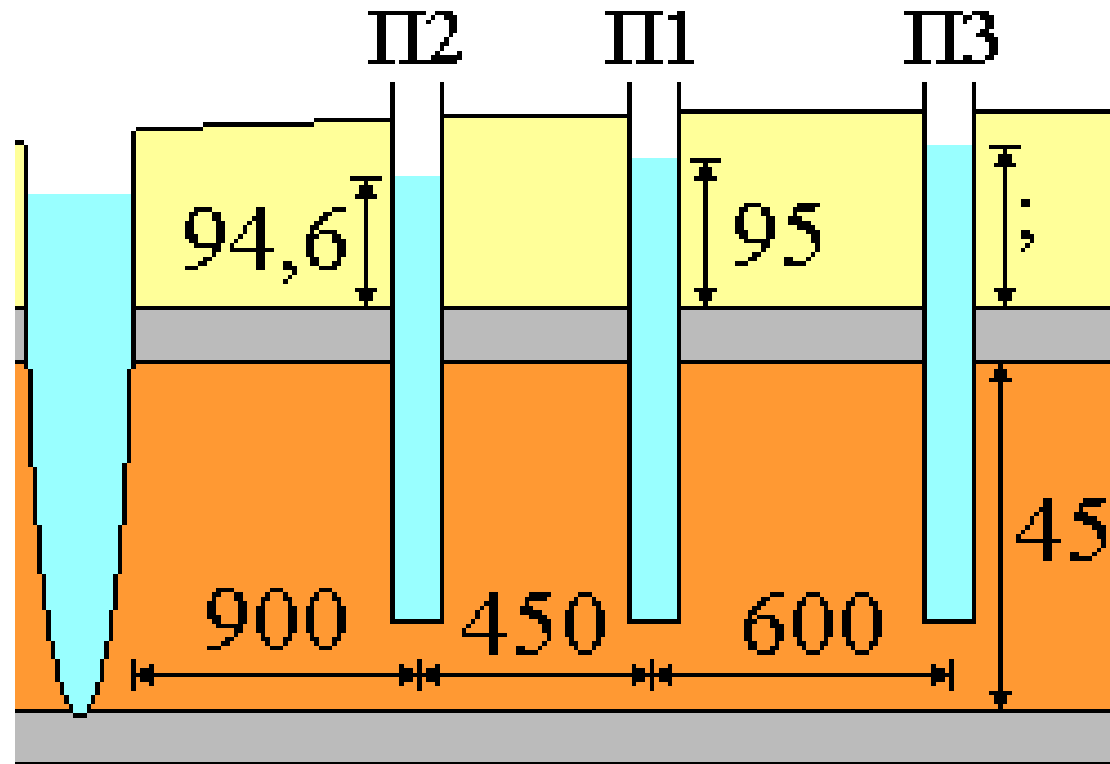
$$b = 45 \text{ m}$$

$$h_1 = 95 \text{ m}$$

$$h_2 = 94,6 \text{ m}$$

$$L_{2 \rightarrow r} = 900 \text{ m}$$

$$L_{1 \rightarrow 3} = 600 \text{ m}$$



Άσκηση 4 - Λύση

α) Ο ρυθμός ροής ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα είναι:

$$q = v \cdot b = -K \cdot \frac{h_2 - h_1}{L_{1 \rightarrow 2}} \cdot b \Rightarrow$$

$$q = -5 \cdot 10^{-4} \frac{cm}{s} \frac{1 m}{100 cm} \cdot \frac{(94,6 - 95)m}{450 m} \cdot 45 m \Rightarrow$$

$$q = 2 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} \quad \text{ή} \quad q = 0,01728 \frac{m^2}{d}$$

Άσκηση 4 - Λύση

β) Η ταχύτητα του νερού στους πόρους του υδροφορέα είναι:

$$v_s = \frac{v}{n} = \frac{q/b}{n} = \frac{0,01728 \frac{m^2}{d}}{45 \text{ m} \cdot 0,35} \Rightarrow v_s = 1,097 \cdot 10^{-3} \frac{m}{d}$$

Άρα ο χρόνος που θα χρειαστεί ο ρυπαντής για να φτάσει στο ποτάμι είναι:

$$t = \frac{L}{v} \Rightarrow t = \frac{(450 + 900)m}{1,097 \cdot 10^{-3} \frac{m}{d}} = 1.230.468,75 \text{ d} \Rightarrow$$

$$t = 3369 \text{ years}$$

Άσκηση 4 - Λύση

γ) Θεωρώντας το K σταθερό

$$q = -K \cdot \frac{h_1 - h_3}{L_{3 \rightarrow 1}} \cdot b \Rightarrow$$

$$h_3 = h_1 + \frac{q \cdot L_{3 \rightarrow 1}}{K \cdot b} \Rightarrow$$

$$h_3 = 95 \text{ m} + \frac{0,01728 \frac{\text{m}^2}{\text{d}} \cdot 600 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{86.400 \text{ s}}{\text{d}} \cdot 45 \text{ m}} \Rightarrow$$

$$h_3 = 95,53 \text{ m}$$