



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Χημικών Μηχανικών & Μηχανικών Περιβάλλοντος

Πολυτεχνειούπολη, 73 100 ΧΑΝΙΑ

Τηλ: 28210-37764 - Fax : 28210-37855

ΜΠ 433: ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΙΙ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ 1^{ης} ΟΜΑΔΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Υπεύθυνοι εργαστηρίων:

Δρ. Κουτρούλης Αριστείδης

aris@hydromech.gr

Σεπτέμβριος 2021

Περιεχόμενα

Οδηγίες εκτέλεσης εργαστηριακών υπολογισμών και σύνταξης της αναφοράς:	3
ΠΕΙΡΑΜΑ 1° - Υδραυλικό άλμα.....	4
Θεωρητικό υπόβαθρο.....	4
Πειραματική διαδικασία	5
Υπολογισμοί - Παραδοτέα Ύλη.....	6
ΠΕΙΡΑΜΑ 2° - Υπερχειλιστής ευρείας στέψης	7
Θεωρητικό υπόβαθρο.....	7
Πειραματική Διαδικασία.....	9
Υπολογισμοί – Παραδοτέα ύλη	10
ΠΕΙΡΑΜΑ 3° - Ροή πάνω από ορθογωνικό και τριγωνικό υπερχειλιστή	11
Πειραματική διαδικασία	13
Υπολογισμοί - Παραδοτέα Ύλη.....	14
Αναφορές	14

Οδηγίες εκτέλεσης εργαστηριακών υπολογισμών και σύνταξης της αναφοράς:

- Η κάθε ομάδα καλείτε να παραδώσει **μία** αναφορά (σε ένα αρχείο) με τους υπολογισμούς που έκαναν και για τα **τρία** επιμέρους πειράματα της **1^{ης} ομάδας** εργαστηριακών ασκήσεων. Κάθε αναφορά θα αναφέρει **καθαρά** στο εξώφυλλο: τα **ονόματα** των φοιτητών που την συνέταξαν, τον **αριθμό μητρώου τους** και τον **αριθμό** της ομάδας.
- Πριν τους υπολογισμούς που θα γίνουν για κάθε πείραμα, να παρατίθεται πίνακας των μετρήσεων που εκτελέστηκαν.
- Οι υπολογισμοί που γίνονται να παρουσιάζονται **καθαρά και αναλυτικά**, βήμα προς βήμα, με τις σχετικές επεξηγήσεις.
- **Μαζί με την αναφορά σας ζητείται να συμπληρώσετε το φύλλο excel που συνοδεύει τις εργαστηριακές σημειώσεις που θα κατεβάσετε από το e-class και θα ονομασθεί με τον αριθμό της ομάδας σας. Χωρίς αυτό ΔΕΝ θα βαθμολογείται εργασία.**

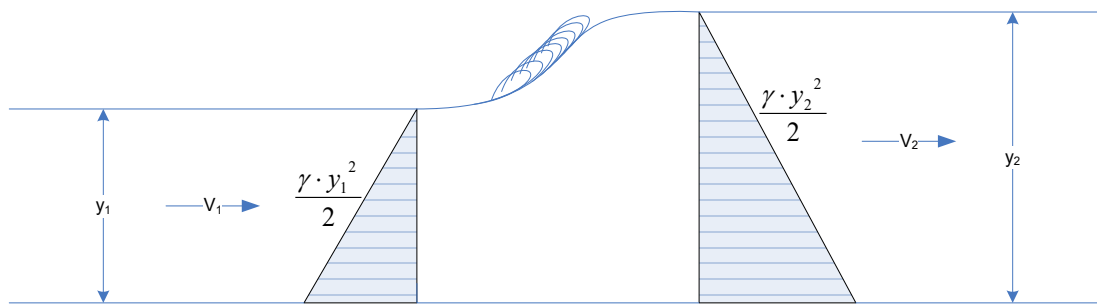
- Η αναφορά παραδίδεται **ΤΟ ΑΡΓΟΤΕΡΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΕΒΔΟΜΑΔΕΣ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ** **μόνο ηλεκτρονικά** και **μόνο** μέσω της πλατφόρμας του **e-class**.
- Ως ημερομηνία παράδοσης της εργασίας θεωρείται η ημερομηνία ανεβάσματος του αρχείου στον server του eclass. Καθυστερημένες αναφορές θα βαθμολογούνται σύμφωνα με τον κανονισμό των εργαστηρίων της Σχολής.
- **Παρόμοιες αναφορές θα θεωρούνται μη προβιβάσιμες.**

ΠΕΙΡΑΜΑ 1^ο - Υδραυλικό άλμα

Το πείραμα αυτό εξετάζει το φαινόμενο του υδραυλικού άλματος και τις αντίστοιχες μεταβολές των σχετικών μεγεθών, σε έναν ανοιχτό αγωγό.

Θεωρητικό υπόβαθρο

Τα υδραυλικά άλματα σε ανοιχτούς αγωγούς λαμβάνουν χώρα όταν υγρά περνούν από την περιοχή της κρίσιμης ροής. Η περιοχή αυτή οριοθετεί το πέρασμα από την υπερκρίσιμη στην υποκρίσιμη ροή. Το υδραυλικό άλμα μπορεί να οριστεί ως: η απότομη αλλαγή στο βάθος της ροής λόγω αξιοσημείωτης απώλειας ενέργειας. Οι μαθηματικές διατυπώσεις για το υδραυλικό άλμα σε έναν οριζόντιο ορθογωνικό αγωγό, μπορούν εύκολα να εξαχθούν με τη χρήση των εξισώσεων της συνέχειας, της ορμής και της ενέργειας. Θεωρήστε το σύστημα της Εικόνα 1.



Εικόνα 1: Συνιστώσες πίεσης και ταχύτητας σε διατομές πριν και μετά από ένα υδραυλικό άλμα.

Από την εξίσωση της συνέχειας για τα ασυμπίεστα υγρά ισχύει:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 \quad (1), \text{ όπου:}$$

όπου V_i η ταχύτητα της ροής και y_i το βάθος της ροής.

Από την εξίσωση διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\frac{\gamma \cdot y_1^2}{2} = \frac{\gamma \cdot y_2^2}{2} = \rho V_2 (y_2 V_2) - \rho V_1 (y_1 V_1) \quad (2), \text{ όπου:}$$

γ το ειδικό βάρος του υγρού (kN/m^3) και ρ η πυκνότητα του υγρού (kg/m^3).

Από την εξίσωση της ενέργειας (από τα σημεία της επιφάνειας του ύδατος εκατέρωθεν του άλματος) (βλ. Εικόνα 1) έχουμε:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + h_L \quad (3), \text{ όπου:}$$

g η σταθερά της επιτάχυνσης της βαρύτητας (m/sec^2) και h_L η απώλεια ενέργειας λόγω του υδραυλικού άλματος (m). Τα βάθη y_1 και y_2 ονομάζονται συζυγή βάθη.

Λύνοντας την εξίσωση ενέργειας (3) ως προς τις απώλειες h_L , και απαλείφοντας τους όρους της ταχύτητας, παίρνουμε την εξίσωση των απωλειών σε ένα υδραυλικό άλμα:

$$h_L = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad (4)$$

Η εξίσωση (3) μας εκφράζει ότι η ειδική ενέργεια στην πρώτη διατομή ισούται με την ειδική ενέργεια της δεύτερης διατομής συν τις απώλειες. Άρα, η ειδική ενέργεια σε ένα υδραυλικό άλμα μειώνεται. Αντίθετα με την ειδική ενέργεια, η ειδική δύναμη, όπως προκύπτει από την εξίσωση (2), διατηρείται στις διατομές πριν και μετά το άλμα. Απαλείφοντας το V_2 από την εξίσωση (2) με χρήση της εξίσωσης (1) παίρνουμε:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 + \frac{2 \cdot V_1^2 \cdot y_1}{g}} \quad (5)$$

Η εξίσωση αυτή συνδέει το ύψος ροής μετά το άλμα με το ύψος και την ταχύτητα πριν από αυτό. Μία άλλη σημαντική παράμετρος στους ανοιχτούς αγωγούς είναι ο αριθμός Froude, που δίνεται από τη εξίσωση (6). Ο αριθμός Froude εκφράζει το λόγο των δυνάμεων αδράνειας ενός σώματος προς τις βαρυτικές δυνάμεις και είναι αδιάστατος.

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}} \quad (6)$$

Ο αριθμός Froude χρησιμοποιείται ως δείκτης για τη διακριτοποίηση της ροής σε έναν ανοιχτό αγωγό σε υποκρίσιμη ($Fr < 1$), κρίσιμη ($Fr = 1$) και υπερκρίσιμη ($Fr > 1$) ροή.

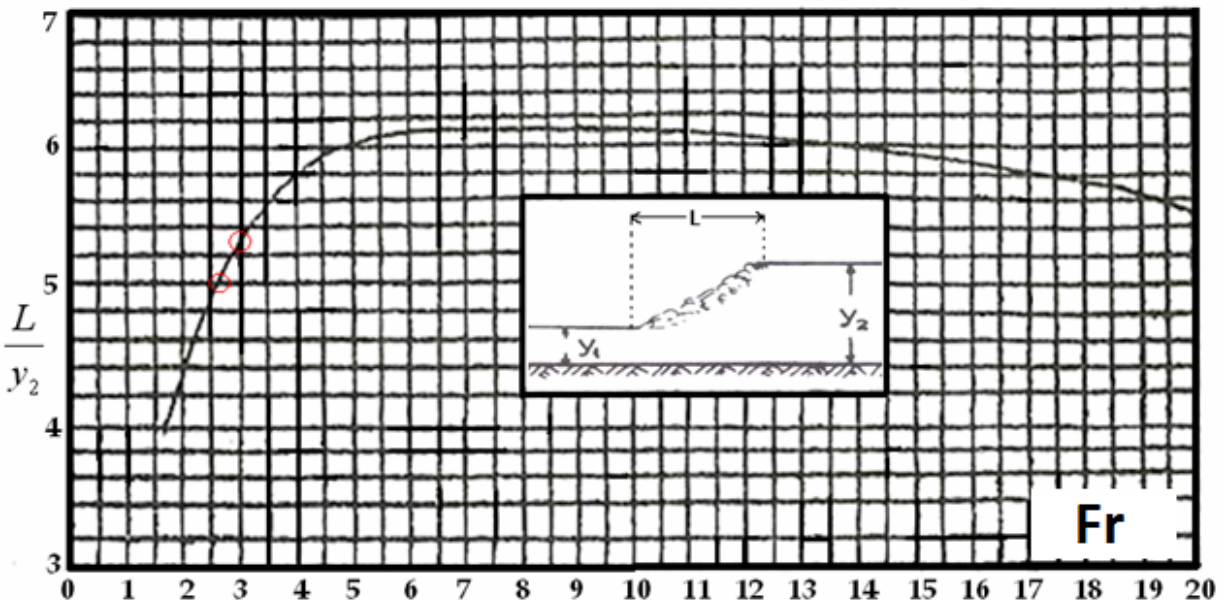
Περισσότερες πληροφορίες για το υδραυλικό άλμα μπορείτε να βρείτε στο κεφάλαιο 5 του βιβλίου του Κατσιφαράκη (2009) και στο κεφάλαιο 11 του βιβλίου Streeter and Wiley (2000).

Πειραματική διαδικασία

1. Ελέγξτε ότι η θυρίδα στο τέλος του αγωγού (κατάντη) είναι εντελώς ανοιχτή, ενώ η θυρίδα στην αρχή του αγωγού (ανάντη) εντελώς κλειστή.
2. Ανοίξτε την αντλία και περιμένετε να γεμίσει η δεξαμενή που βρίσκεται πριν τον αγωγό.
3. Ανοίξτε λίγο την ανάντη θυρίδα και περιμένετε έως ότου η στάθμη και η ροή στον αγωγό να σταθεροποιηθεί.
4. Κλείστε την κατάντη θυρίδα ανυψώνοντας αργά. Όσο η κατάντη θυρίδα κλείνει, σχηματίζεται υδραυλικό άλμα που μετακινείται από τα κατάντη προς το μέσο του αγωγού.
5. Σταθεροποιήστε το υδραυλικό άλμα περίπου στη μέση του αγωγού.
6. Μετρήστε τη στάθμη πριν και μετά το άλμα, όπως και το μήκος του άλματος.
7. Μετρήστε την παροχή Q (χρονομετρήστε πόση ώρα κάνει να ανέβει η στάθμη στο μανομετρικό σωλήνα για συγκεκριμένη ποσότητα νερού).

Υπολογισμοί - Παραδοτέα Ύλη

1. Να γίνει υπολογισμός της απώλειας ενέργειας λόγω του υδραυλικού άλματος χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις βάθους που έγιναν πειραματικά.
2. Να γίνει υπολογισμός του αριθμού Froude ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος. Δίνεται ότι το πλάτος του ανοικτού αγωγού ισούται με 15mm.
3. Να γίνει υπολογισμός του θεωρητικού μήκους του άλματος από το παρακάτω νομογράφημα. (Ως y_2 στο νομογράφημα να χρησιμοποιηθεί το πειραματικά μετρημένο y_2 για τον υπολογισμό του θεωρητικού L) – (βλ. Εικόνα 2). Να υπολογιστεί η απόκλιση της πειραματικής μέτρησης του L ως % σφάλμα από την θεωρητική τιμή του L .
4. Υπολογίστε από την εξίσωση των συζυγών βαθών το κατάντη ύψος y_2 και συγκρίνετέ το με το πειραματικά μετρημένο. Να υπολογιστεί η απόκλιση της πειραματικής μέτρησης του y_2 ως % σφάλμα από τη θεωρητική τιμή του y_2 όπως προέκυψε από τον παραπάνω τύπο.
5. Να σχεδιαστεί η θεωρητική καμπύλη ειδικής δύναμης και να δειχτεί πάνω στο ίδιο διάγραμμα, η ειδική δύναμη όπως αυτή προκύπτει από τις εργαστηριακές μετρήσεις βάθους ανάντη και κατάντη του άλματος.



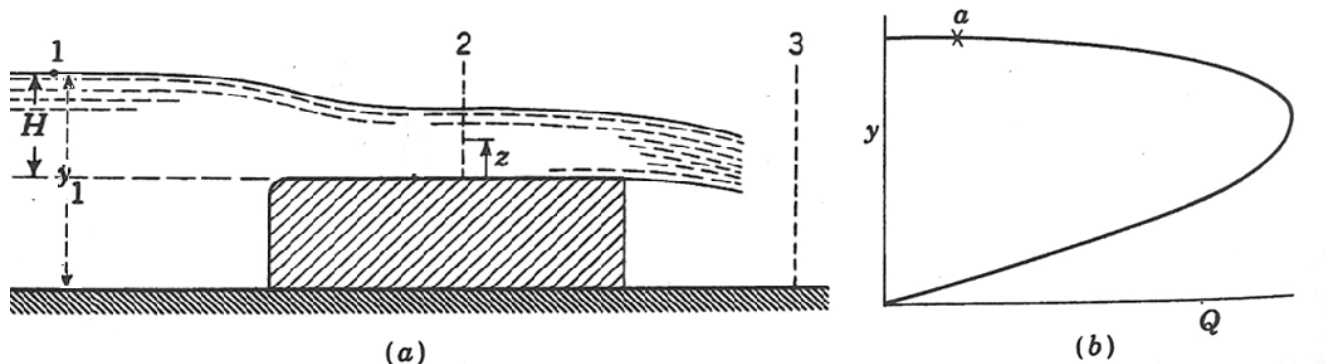
Εικόνα 2: Σχέση θεωρητικού μήκους άλματος με τον αριθμό Froude.

ΠΕΙΡΑΜΑ 2^ο - Υπερχειλιστής ευρείας στέψης

Το πείραμα αυτό εξετάζει τη συμπεριφορά ενός υπερχειλιστή ευρείας στέψης, καθώς και τις μεταβολές της ελεύθερης επιφάνειας του νερού σε έναν ανοικτό αγωγό.

Θεωρητικό υπόβαθρο

Ο υπερχειλιστής ευρείας στέψης (broad-crested weir) στην Εικόνα 3α στηρίζει τη φλέβα ώστε η κατανομή της πίεσης να είναι υδροστατική στη διατομή 2.



Εικόνα 3: Υπερχειλιστής ευρείας στέψης.

Η εξίσωση Bernoulli εφαρμόζεται μεταξύ των σημείων 1 και 2 αγνοώντας την ταχύτητα προσπέλασης για να βρεθεί η ταχύτητα V_2 στο ύψος z :

$$H + 0 + 0 = \frac{V^2}{2g} + z + (y_2 - z)$$

Λύνοντας ως προς V_2 ,

$$V_2 = \sqrt{2g(H - y_2)}$$

που δείχνει ότι η ταχύτητα είναι σταθερή στη διατομή 2. Για έναν υπερχειλιστή πλάτους L κάθετα προς το επίπεδο του σχήματος, η θεωρητική εκροή είναι:

$$Q = V_2 Ly = Ly\sqrt{2g(H - y_2)}$$

Το διάγραμμα μεταβολής του y ως προς Q , για σταθερό H , δίνεται στην Εικόνα 3b. Προκύπτει ότι το βάθος είναι αυτό που αντιστοιχεί στη μέγιστη εκροή με τον παρακάτω συλλογισμό.

Ένας υδροφράκτης ή άλλο εμπόδιο που τοποθετείται στη θέση 3 της Εικόνα 3α μπορεί να σταματήσει πλήρως τη ροή προξενώντας τη συνθήκη $y_2 = H$.

Αν μια μικρή ροή περάσει από τη θέση 3 (κρατώντας το H σταθερό), το βάθος y γίνεται λιγότερο του H και η εκροή λαμβάνει μία τιμή που αντιστοιχεί σε σημείο a του διαγράμματος. Αν υψωθεί ακόμη ο υδροφράκτης στη θέση 3, η σχέση εκροής και βάθους ακολουθεί την καμπύλη του διαγράμματος (β) μέχρι να επιτευχθεί η μέγιστη εκροή. Μία περαιτέρω ανύψωση του υδροφράκτη όμως, δε θα επηρεάσει την εκροή, γιατί η ταχύτητα της ροής στη διατομή 2 είναι $\sqrt{gy}$, δηλαδή ακριβώς η ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινηθεί ένα στοιχειώδες κύμα σε ήρεμο υγρό βάθους y . Επομένως, η επίδραση της πτώσης της κατάντη επιφάνειας δε μπορεί να μεταδοθεί ανάντη και να επηρεάσει την τιμή του y και η

προκύπτουσα εκροή είναι η μέγιστη. Το βάθος y ονομάζεται **κρίσιμο βάθος** (critical depth). Αν πάρουμε το dQ/dy και το εξισώσουμε με το μηδέν, για σταθερό H έχουμε:

$$\frac{dQ}{dy} = 0 = L\sqrt{2g(H-y)} + Ly \frac{1}{2} \frac{-2g}{\sqrt{2g(H-y)}}$$

και λύνοντας ως προς y :

$$y = \frac{2}{3}H$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του H , δηλαδή $3y/2$, στην εξίσωση της ταχύτητας λαμβάνουμε: $V_2 = \sqrt{gy}$

και αντικαθιστώντας την τιμή του y στην εξίσωση $Q = V_2 Ly = Ly\sqrt{2g(H-y)}$

$$Q_c = 1,705 LH^{3/2} \text{ σε μονάδες SI}$$

Τα πειράματα έδειξαν ότι για μία καλά στρογγυλευμένη ακμή κατάντη, η εκροή είναι

$$Q_c = 1,67 LH^{3/2} \text{ σε μονάδες SI}$$

που διαφέρει μέχρι 2% από την θεωρητική τιμή. Η ροή, επομένως, αυτορυθμίζεται ώστε η παροχή να είναι η μέγιστη.

Επειδή το ιξώδες και η επιφανειακή τάση επηρεάζουν τους συντελεστές εκροής των υπερχειλιστών, αυτοί θα πρέπει να βαθμονομούνται με το ίδιο υγρό που πρόκειται να μετρηθεί.

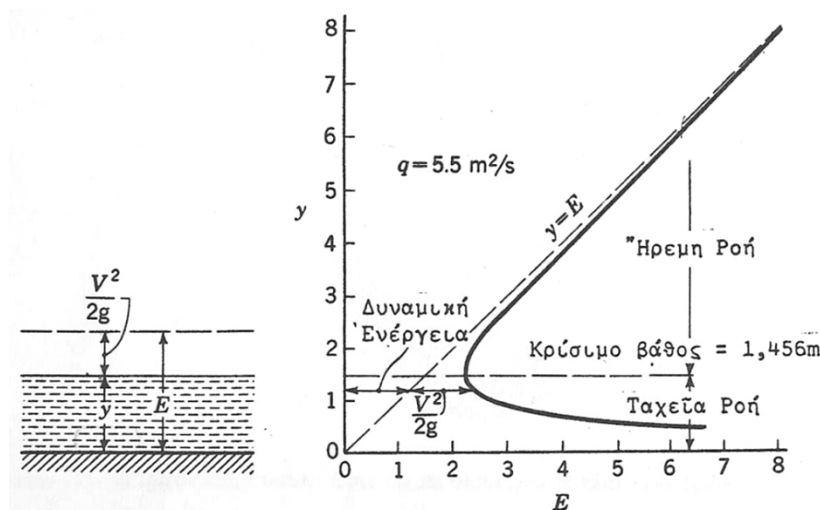
ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΚΡΙΣΙΜΟ ΒΑΘΟΣ

Η ενέργεια ανά μονάδα βάρους E , με αναφορά ύψους τον πυθμένα του ανοικτού αγωγού ονομάζεται **ειδική ενέργεια**. Είναι μία χρήσιμη ποσότητα για τη μελέτη της ροής σε ανοικτούς αγωγούς και εισήχθη το 1911 από τον Bakhmeteff. Σχεδιάζεται κατακόρυφα πάνω από τον πυθμένα, χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

Το διάγραμμα της ειδικής ενέργειας για μία συγκεκριμένη περίπτωση φαίνεται στην Εικόνα 4. Σε ορθογωνικό αγωγό, όπου q είναι η παροχή ανά μονάδα πλάτους, με $V \cdot y = q$, ισχύει ότι:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (2)$$



Εικόνα 4: Ειδική ενέργεια που απαιτείται για ροή δεδομένης παροχής σε διαφορετικά βάθη

Για μικρές τιμές του y η καμπύλη τείνει στο άπειρο κατά μήκος του άξονα E , ενώ για μεγάλες τιμές του y ο όρος του ύψους της κινητικής ενέργειας είναι αμελητέος και η καμπύλη πλησιάζει την γραμμή $E=y$ ασυμπτωτικά. Η ειδική ενέργεια έχει μία ελάχιστη τιμή και το δοσμένο q δεν μπορεί να εμφανιστεί για μικρότερη τιμή από αυτήν. Η τιμή του y για ελάχιστο E βρίσκεται αν θέσουμε το dE/dy ίσο με μηδέν, από την εξίσωση (2), κρατώντας το q σταθερό.

$$\frac{dE}{dy} = 0 = 1 - \frac{q^2}{g \cdot y^3} \quad \text{ή} \quad y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (3)$$

Το βάθος για ελάχιστη ενέργεια y_c ονομάζεται **κρίσιμο βάθος**. Με απαλοιφή του q από τις εξισώσεις (2) και (3) λαμβάνουμε

$$E_{\min} = \frac{3}{2} y_c \quad (4)$$

που δείχνει ότι το κρίσιμο βάθος ισούται με τα δύο τρίτα της ειδικής ενέργειας. Με απαλοιφή του E από τις εξισώσεις (1) και (4) προκύπτει:

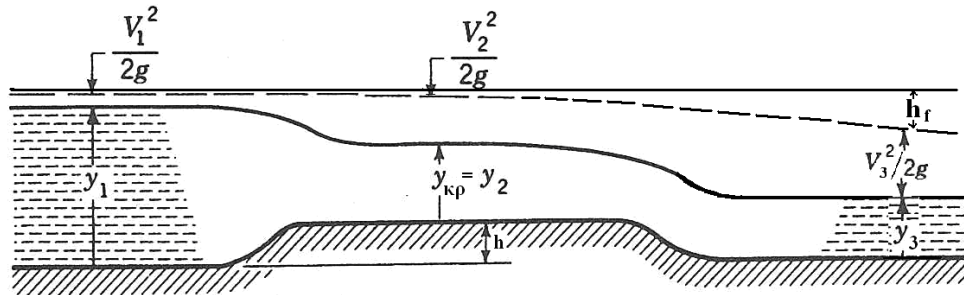
$$V_c = \sqrt{g \cdot y_c} \quad (5)$$

Περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με την ειδική ενέργεια μπορείτε να βρείτε στο κεφάλαιο 3 του βιβλίου του Κατσιφαράκη (2009), και στο κεφάλαιο 11 του βιβλίου Wiley and Streeter (2000).

Πειραματική Διαδικασία

1. Τοποθετήστε το Flow Visualisation Channel πάνω στον αγωγό και βιδώστε τον αναβαθμό (υπερχειλιστής ευρείας στέψης) στη βάση του καναλιού, ώστε να είναι καλά σταθεροποιημένος.
2. Ελέγξτε ότι η θυρίδα στην αρχή (ανάντη) και στο τέλος του αγωγού (κατάντη) είναι εντελώς ανοιχτές (η πρώτη τέρμα πάνω, η δεύτερη τέρμα κάτω).
3. Ανοίξτε την αντλία και περιμένετε να γεμίσει η δεξαμενή που βρίσκεται πριν τον αγωγό, μέχρι να σταθεροποιηθεί η παροχή.

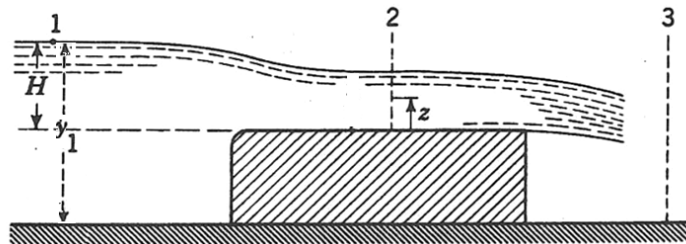
4. Με ανοικτή τη θύρα του υδατοφράκτη, για τρεις διαφορετικές παροχές Q , να μετρηθούν τα βάθη του νερού y_i πριν από τον αναβαθμό (θέση 1), πάνω (θέση 2) και μετά (θέση 3) από αυτόν (βλ. Εικόνα 5).
5. Το πείραμα επαναλαμβάνεται για τρεις διαφορετικές παροχές.



Εικόνα 5: Σημεία μέτρησης y_1, y_2, y_3

Υπολογισμοί – Παραδοτέα ύλη

- 1) Για τα ανάντη μετρημένα βάθη (y_1) από τις τρεις παροχές που μετρήθηκαν, να γίνει το διάγραμμα σχέσης του Q με το $H^{3/2}$. Να γίνει προσαρμογή της κατάλληλης ευθείας με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Να φαίνεται στο διάγραμμα η γραμμή βέλτιστης προσαρμογής, η εξίσωση και το R^2 . Το H ορίζεται ως η διαφορά του ύψους y_1 και του ύψους του αναβαθμού $= 3.5\text{cm}$ (Εικόνα 6).

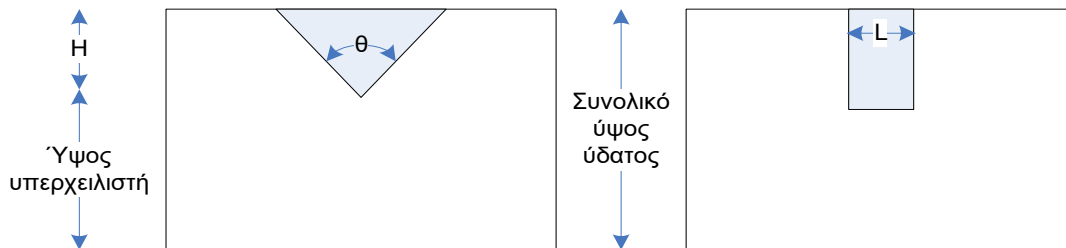


Εικόνα 6: H είναι η διαφορά του y_1 και του ύψους του αναβαθμού ($= 3.5\text{cm}$)

- 2) Να συγκριθεί η πειραματική τιμή της κλίσης της ευθείας με τη θεωρητική που προκύπτει από την σχέση $1.67 \cdot L$ ($L = \text{πλάτος υπερχειλιστή} = 0.015\text{m}$), η οποία ισχύει για υπερχειλιστές ευρείας στένης με καλά στρογγυλεμένη την ανάντη ακμή (βλ. θεωρία). Να υπολογιστεί η % απόκλιση της πειραματικής κλίσης της ευθείας από τη θεωρητική.
- 3) Να υπολογιστεί η **συνολική** παροχή πάνω στον αναβαθμό από τον τύπο που συνδέει το κρίσιμο βάθος με την ειδική παροχή (**Εξίσωση 3**), και να συγκριθούν τα αποτελέσματα με την πειραματικά μετρημένη παροχή.
- 4) Να κατασκευαστεί **ένα** σχήμα με τα τρία διαγράμματα ειδικής ενέργειας που θα αντιστοιχούν στις τρεις παροχές του πειράματος, στο οποίο θα παρουσιάζονται η ασύμπτωτη ευθεία $y = E$ και η ευθεία όπου $E_{\min} = \frac{3}{2} y_c$. Να σημειωθούν πάνω οι ειδικές ενέργειες των τριών μετρήσεων βάθους που ελήφθησαν για κάθε παροχή.

ΠΕΙΡΑΜΑ 3^ο - Ροή πάνω από ορθογωνικό και τριγωνικό υπερχειλιστή

Στην υδραυλική ανοικτών αγωγών, οι υπερχειλιστές χρησιμοποιούνται κυρίως για την μέτρηση της παροχής. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε εφαρμογές μεγάλης κλίμακας, όπως συστήματα άρδευσης, κανάλια και ποτάμια. Σε εργαστηριακή κλίμακα, οι υπερχειλιστές αναφέρονται και ως εγκοπές. Σκοπός του πειράματος είναι ο καθορισμός της σχέσης υδραυλικού ύψους H σε έναν υπερχειλιστή και της προκύπτουσας παροχής Q πάνω από τον υπερχειλιστή. Οι παρακάτω υπερχειλιστές χρησιμοποιούνται στο εργαστήριο:



Εικόνα 7: Σχηματική αναπαράσταση πρόσοψης τριγωνικού και ορθογωνικού υπερχειλιστή.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε έναν ορθογωνικό υπερχειλιστή και ότι η ροή είναι παντού κάθετη προς το επίπεδο αυτού, όπως επίσης και ότι η ελεύθερη επιφάνεια του νερού πίσω από αυτόν παραμένει οριζόντια. Η παροχή σε ένα μικρό τμήμα ύψους Δh πάνω από έναν υπερχειλιστή θα είναι ΔQ . Υποθέτοντας ότι η ροή σε αυτή την επιφάνεια είναι ομοιόμορφη, η ταχύτητά της μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση $\sqrt{2gh}$.

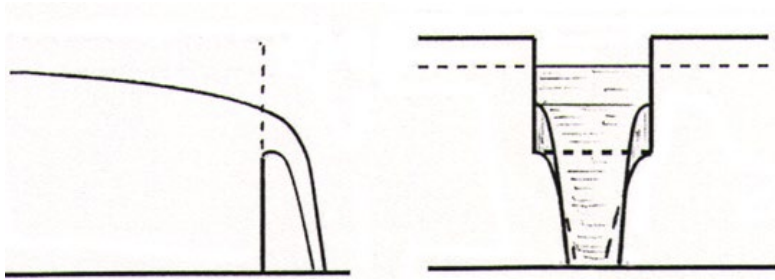
Η θεωρητική παροχή πάνω από τον υπερχειλιστή γι' αυτό το μικρό τμήμα είναι:

$$dQ = v \cdot dA = \sqrt{2gh} \cdot b \cdot dh.$$

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση από $h = 0$ έως $h = H$, υπολογίζεται η συνολική θεωρητική παροχή:

$$Q_{th} = \int_0^H \sqrt{2gh} \cdot B \cdot dh = B\sqrt{2g} \int_0^H h^{\frac{1}{2}} \cdot dh \Leftrightarrow Q_{th} = \frac{2}{3} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Στην πράξη όμως, στη ροή διαμέσου της εγκοπής η ελεύθερη επιφάνεια δεν είναι οριζόντια και επίσης το ιξώδες και η επιφανειακή τάση του υγρού επηρεάζουν την ροή. Έτσι, υπάρχει σημαντική αλλαγή στο σχήμα της επιφάνειας του νερού καθώς αυτό περνά μέσα από τον υπερχειλιστή. Οι γραμμές ροής μεταβάλλονται και στο κατακόρυφο και στο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στην Εικόνα 8.



Εικόνα 8: Μεταβολή στις γραμμές ροής σε ορθογωνικό υπερχειλιστή.

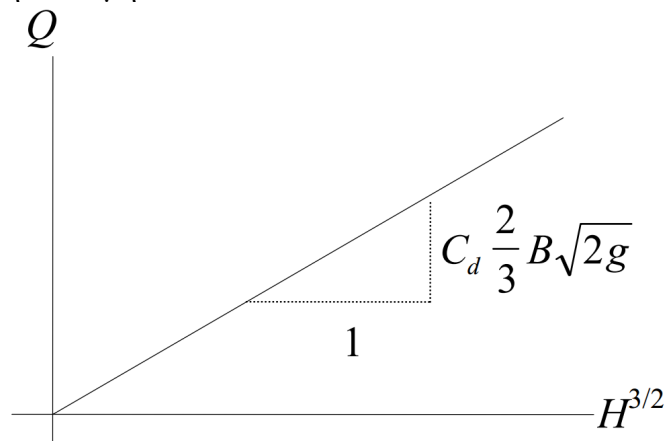
Στην πραγματικότητα, η παροχή από τον υπερχειλιστή είναι σαφώς μικρότερη. Για το λόγο αυτό εφαρμόζεται ένας συντελεστής διόρθωσης C_d . Έτσι, η θεωρητική παροχή Q_{th} συνδέεται με την πραγματική Q_{act} με τη σχέση:

$$Q_{act} = C_d Q_{th} = C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}, \text{ όπου:}$$

C_d είναι ο συντελεστής διόρθωσης της παροχής, B το πλάτος του ορθογωνικού υπερχειλιστή που ισούται με 0.03m και H το βάθος ροής πάνω από τον υπερχειλιστή.

Αφού το $C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g}$ μένει σταθερό για συγκεκριμένο υπερχειλιστή, το διάγραμμα του Q προς το $H^{3/2}$ θα πρέπει να είναι ευθεία γραμμή που τέμνει τον άξονα του Q στο σημείο 0 και κλίση $C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g}$.

Για να εξετάσουμε την ακρίβεια του πειράματος, η κλίση του παραπάνω διαγράμματος μπορεί να συγκριθεί με τη θεωρητική του τιμή:

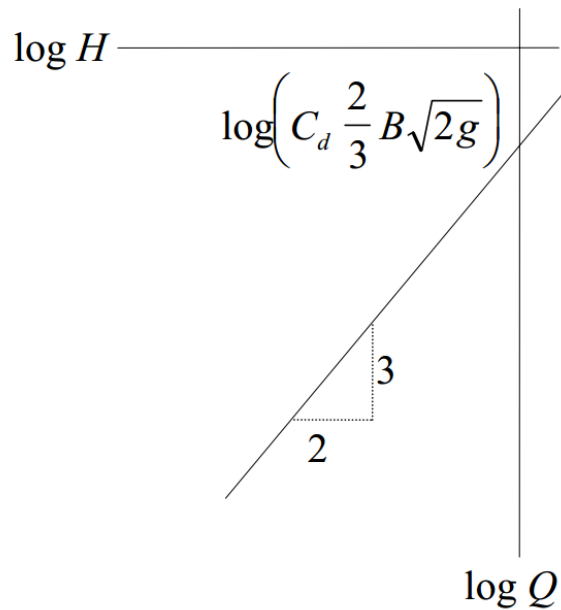


Εικόνα 9: Διάγραμμα Q προς $H^{3/2}$

Μπορεί επίσης να εξεταστεί η πειραματική τιμή του εκθέτη του βάθους ροής. Αυτό επιτυγχάνεται με λογαρίθμηση της εξίσωσης:

$$Q_{act} = C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \log Q_{act} = \log \left(C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g} \right) + \frac{3}{2} \log H$$

Έτσι, σχεδιάζοντας το διάγραμμα των $\log(Q)$ με $\log(H)$, σχηματίζεται ευθεία με κλίση $3/2$ και σημείο τομής του άξονα του Q το $\log \left(C_d \frac{2}{3} B \sqrt{2g} \right)$:

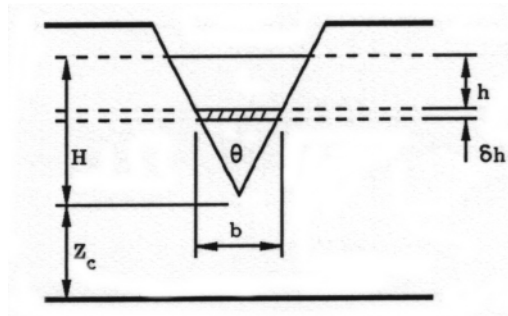


Εικόνα 10: Διάγραμμα $\log(Q)$ με $\log(H)$

Εργαζόμενοι αντίστοιχα για τον τριγωνικό υπερχειλιστή, έχουμε:

$$Q_{th} = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) H^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_{act} = C_d \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) H^{\frac{5}{2}}$$



Εικόνα 11: Σχηματική αναπαράσταση τριγωνικού υπερχειλιστή

Πίνακας 1: Θεωρητικές τιμές εκθέτη n και πειραματικών τιμών συντελεστών διόρθωσης.

Υπερχειλιστής	n	C_d
Ορθογωνικός	1.5	~ 0.8 (Zachoval et al., 2014)
Τριγωνικός 90°	2.5	~ 0.58 (Shen, 1960)

Πειραματική διαδικασία

1. Αφού σιγουρευτούμε ότι η δεξαμενή που βρίσκεται κάτω από την πειραματική διάταξη έχει αρκετό νερό ώστε να υποστηρίξει την διεξαγωγή του πειράματος, εγκαθιστούμε έναν από τους δύο υπερχειλιστές.
2. Τοποθετούμε το Delivery Nozzle, το Stilling Baffle και τον Βερνιέρο.
3. Σημειώνουμε τα χαρακτηριστικά του υπερχειλιστή (πλάτος και ύψος) και του αγωγού.

4. Ανοίγουμε την αντλία, γεμίζουμε τον αγωγό ως το χείλος του υπερχειλιστή και μετά την ξανακλείνουμε ώστε στο σύστημα να επέλθει ηρεμία. Εγκαθιστούμε το βερνιέρο και τον μηδενίζουμε στην ελεύθερη επιφάνεια του ύδατος στον αγωγό.
5. Ανοίγουμε την αντλία σε μια παροχή και σταθεροποιούμε τη στάθμη λίγο πάνω από το χείλος του υπερχειλιστή. Με το βερνιέρο μετράμε την ελεύθερη επιφάνεια στον αγωγό. Κλείνουμε την αποχέτευση του αγωγού προς τη δεξαμενή και αφού η στάθμη στην πορτοκαλί δεξαμενή ξεπεράσει το πρώτο επίπεδο (όγκος μηδέν), μετράμε το χρόνο που χρειάζεται για να περάσει τον υπερχειλιστή συγκεκριμένος όγκος νερού, παρατηρώντας το σωλήνα που είναι προσαρμοσμένος δίπλα στη βάνα και τον πίνακα ελέγχου.
6. Επαναλαμβάνουμε το παραπάνω βήμα άλλες 2 φορές για διαφορετικά ύψη, επαληθεύοντας τα χρονικά διαστήματα και τους όγκους όπου αυτό είναι δυνατόν.

Υπολογισμοί - Παραδοτέα Ύλη

(Τα παρακάτω βήματα να εκτελεστούν 2 φορές, μία για τον κάθε υπερχειλιστή).

- 1) Να σχεδιαστεί το διάγραμμα της παροχής Q προς το βάθος $H^{3/2}$ και να υπολογιστεί η πειραματική τιμή του συντελεστή C_d (βλέπε Εικόνα 9) από την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων η οποία θα περνάει και από την αρχή των αξόνων (0,0). Η εξίσωση της ευθείας και ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 να φαίνονται καθαρά.
- 2) Εφαρμόστε την εξίσωση υπολογισμού της παροχής για $H = 0.02m, 0.05m$ και $0.1m$ για τον ορθογωνικό και για $H = 0.01m, 0.03m$ και $0.05m$ για τον τριγωνικό υπερχειλιστή.
- 3) Συγκρίνετε τη θεωρητική τιμή του συντελεστή C_{d_theo} (βλ. Πίνακας 1) με αυτό που υπολογίσατε από το ερώτημα (1). Υπολογίστε το σχετικό σφάλμα.
- 4) Να σχεδιαστεί το διάγραμμα $\log(Q)$ προς $\log(H)$ και να υπολογιστεί η κλίση της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων (βλέπε Εικόνα 10), όπως επίσης και το σημείο που η ευθεία τέμνει τον άξονα του $\log(Q)$. Η εξίσωση της ευθείας και ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 να φαίνονται καθαρά. Συγκρίνατε την κλίση του διαγράμματος από το προηγούμενο ερώτημα με τη θεωρητική κλίση (βλ. Πίνακας 1). Υπολογίστε το σχετικό σφάλμα.
- 5) Κάντε κριτική αξιολόγηση της συσκευής που εκτελέστηκε το πείραμα και συζητήστε τυχόν προβλήματα που προέκυψαν. Ποιες θεωρείτε ότι είναι οι μεγαλύτερες πηγές σφάλματος;

Αναφορές

Shen J (1960) Discharge characteristics of triangular-notch thin-plate weirs. Geological Survey water-supply paper; 1617-B Supt. of Docs, no.: I 19.13:1617-B

Streeter V, Wylie EB (2000) Μηχανική Ρευστών – Εκδόσεις ΦΟΥΝΤΑΣ.

Zachoval Z, Knéblová M, Roušar L, Rumann J, Šulc J (2014) Discharge coefficient of a rectangular sharp-edged broad-crested weir. Journal of Hydrology and Hydromechanics. Volume 62, Issue 2, Pages 145–149, ISSN (Print) 0042-790X, DOI: 10.2478/johh-2014-0014, April 2014

Κατσιφαράκης Κ (2009) Μόνιμες ροές με ελεύθερη επιφάνεια. ISBN 960-8183-77-4.