

gvoutsina

ΕΥΤΡΟΦΙΣΜΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12 (Τοκμ. 15)

Λίμνη: μέσο βάθος $H = 5 \text{ m}$

χρόνος παρ/μής $\tau = 0,5 \text{ yr}$

όγκος νερά $V = 5 \text{ km}^3 = 5 \cdot 10^9 \text{ m}^3$

Συντ. καθ/σης φωσφ/ρου $k_s = 0,005/\text{d}$

Αρχική C ανόργαν. διαλ. φωσφ. : $P_0 = 2 \text{ mg/L}$ P στη λίμνη

C ανόργ. διαλυτού φωσφ στο ποτάμι : $P = 5 \text{ mg/L}$ P

Η λίμνη δέχεται απόβλητα από βιοεργοστάσιο, του οποίου το φορτίο είναι $L = 30 \text{ g/m}^3/\text{yr}$
Αφαιρέται η βιοεξοφεία του βιοεργ. στην περιοχή και στον υδ/κό κύκλο της λίμνης

1) Γράψτε το ισοζύγιο μάζας υποθέτοντας ότι η λίμνη είναι πλήρως αναμειγνύμενη

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q_{in}C_{in} - Q_{out}C_{out} - k_s VC + L \Rightarrow$$

$$A = \frac{V}{H} = \frac{5 \cdot 10^9 \text{ m}^3}{5 \text{ m}} = 10^9 \text{ m}^2 \Rightarrow \frac{dVP}{dt} = Q_{in}P_{in} - Q_{out}P_{out} - k_s VP + LA \quad (1)$$

$\rightarrow$ λίμνη + φορτίο

2) Ποιά είναι η συγκ/ση (C) του P στη λίμνη λόγω από εναρμόνιες

Σε SS: $P = P_{out}$ (λίμνη)

$$\textcircled{1} \frac{V}{C} \frac{dP}{dt} = \frac{P_{in}}{C} - \frac{P}{C} - k_s P + \frac{LA}{V} \Rightarrow$$

$$P \left(\frac{1}{C} + k_s \right) = \frac{LA}{V} + \frac{P_{in}}{C} \Rightarrow$$

$$P = \frac{\frac{LA}{V} + \frac{P_{in}}{C}}{k_s + \frac{1}{C}} = \frac{\frac{30 \text{ g/m}^3/\text{yr} \cdot 10^9 \text{ m}^2}{5 \cdot 10^9 \text{ m}^3} + \frac{2 \text{ mg/L}}{182,5 \text{ d}}}{\frac{0,005}{\text{day}} + \frac{1}{182,5 \text{ d}}}$$

$$\tau = 0,5 - 365 = 182,5 \text{ d}$$

$$\Rightarrow P = 603 \text{ mg/L}$$

β) Σε κάποιο χρόνο η τιμή θα φτάσει το 95% των σταθ. συνθηκών.

$$\frac{C - C_0}{C_{ss} - C_0} = 0.95 \Rightarrow \frac{P - P_0}{P_{ss} - P_0} = 0.95 \Rightarrow P \approx P_0$$

$$(P - P_0) = 0.95 (P_{ss} - P_0) \Rightarrow$$

$$P - P_0 = 0.95 P_{ss} - 0.95 P_0 \Rightarrow$$

$$P = 0.95 P_{ss} + 0.05 P_0$$

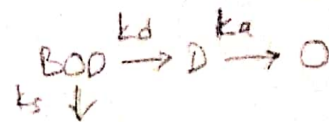
$$P = P_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + \frac{P_{in}}{\tau} (1 - e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t})$$

$$P_0 e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} = 0.05 P_0 \Rightarrow \ln e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} = \ln 0.05 = -3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{0.005}{d} + \frac{1}{182.5d} \right) t = 3 \Rightarrow$$

$$\frac{0.01}{d} t = 3 \Rightarrow t = 300 d$$

Υπολογισμός Προσφάξεων



Σ Πρόβλημα 2: (Ιουνίου '15)

Ποταμός ρίχνει απόβλητα εργοστάσιο. Υπόρ, ποταμού = 0.3 m/s

Το διαλυμένο οξυγόνο: $\text{DO} = 8 \text{ mg/L}$

Το >> >> κορεσμό: $\text{BOD} = C_{sA} = 8.3 \text{ mg/L}$.

Μετρήσεις BOD έγιναν κατά μήκος του ποταμού → αποστ./τα λίνακα.

Χρησιμοποιήστε μοντέλο Streeter-Phelps. (σταθερή παροχή)

A) Γράψτε τα ισοζύγια μάζας για BOD, DO.

$$\text{BOD: } \frac{d(VL)}{dt} = -k_d \cdot L \cdot V \Rightarrow V \frac{dL}{dt} = -k_d \cdot L \cdot V \Rightarrow \frac{dL}{dt} = -k_d \cdot L$$

$$\Rightarrow \frac{dL}{L} = -k_d \cdot dt \Rightarrow \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = -k_d \int_0^t dt \Rightarrow \left[\ln L \right]_{L_0}^L = \left[-k_d \cdot t \right]_0^t \Rightarrow$$

$$\ln \frac{L}{L_0} = -k_d t \Rightarrow e^{\ln \frac{L}{L_0}} = e^{-k_d t} \Rightarrow \frac{L}{L_0} = e^{-k_d t} \Rightarrow L = L_0 e^{-k_d t} \quad t = \frac{x}{u}$$

$$L = L_0 e^{-\frac{k_d \cdot x}{u}} \quad (1)$$

$$\text{DO: } \frac{d(VD)}{dt} = -k_a \cdot D \cdot V + k_d \cdot L \cdot V \Rightarrow \frac{dD}{dt} = -k_a D + k_d \cdot L \Rightarrow$$

$$\frac{dD}{dt} + k_a \cdot D = k_d \cdot L_0 \cdot e^{-\frac{k_d \cdot x}{u}}$$

$$D = D_0 \cdot e^{-k_a \frac{x}{u}} + e^{-k_a \frac{x}{u}} \cdot \int_0^x e^{\frac{k_a \cdot x}{u}} \cdot k_d \cdot L_0 \cdot e^{-\frac{k_d \cdot x}{u}} dx \Rightarrow$$

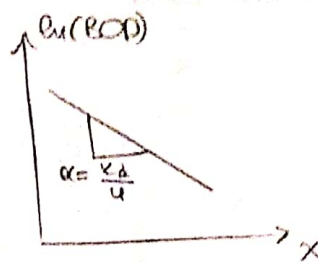
$$D = D_0 \cdot e^{-k_a \frac{x}{u}} + \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_d} \left(e^{-k_d \frac{x}{u}} - e^{-k_a \frac{x}{u}} \right)$$

$$\text{Επίσης } \text{DO}(x) = \text{DO}_{\text{sat}} - \text{DO}_d(x) \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow \text{DO}_d = 8.3 - 8 = 0.3 \text{ mg/L}$$

Β) Υπολογίστε το k_d (συνθετικά αποικοδόμησις)

x Απόσταση	y BOD (mg/L)	$\ln BOD$
0	12	2,48
2	11	2,39
7	9,3	2,23
:		



Μορφή Εξίσωσης: $y = a \cdot x + b$

$$\textcircled{A} \Rightarrow \ln L = \ln L_0 - \frac{k_d}{u} \cdot x$$

Για $x=0$: $b = y = 2,48$

$x=2$: $2,39 = a \cdot 2 + 2,48 \Rightarrow a = -0,045$

Άρα: $-k_d = -u \cdot a = 0,3 \cdot 0,045 = 0,014/d \Rightarrow \boxed{k_d = 0,014/d}$

L ή U από εκτίμηση

Γ) Χρησιμοποιήστε την εξίσωση O'Connor για τον υπολογισμό της σταθ. αερίων $K_a = 12,9 \cdot u^{0,5} / H^{2,5}$ με $1/day$, u η μέση ταχ. ποταμού με ft/sec και H το μέσο βάθος με ft . Υπολογίστε το ελάχιστο DO .
 $\hookrightarrow H = 3 ft$ ($1 ft = 0,3048 m$)

$$K_a = \frac{12,9 \cdot u^{0,5}}{H^{2,5}} = \frac{12,9 \cdot 0,3^{0,5}}{3^{2,5}} = \frac{7,07}{55,9} \Rightarrow K_a = 0,13/day$$

όπου δεν έχω αποστάσεις: $X_c = \frac{u}{K_a + k_d} \cdot \ln \left[\frac{K_a}{k_d} - \frac{K_a DO(0)(K_a - k_d)}{k_d \cdot L(0)} \right]$

Αρχικά βρίσκω το DO_d

$$DO_d = \frac{K_d}{K_a} L(0) \cdot e^{-\frac{k_d}{u} x_c}$$

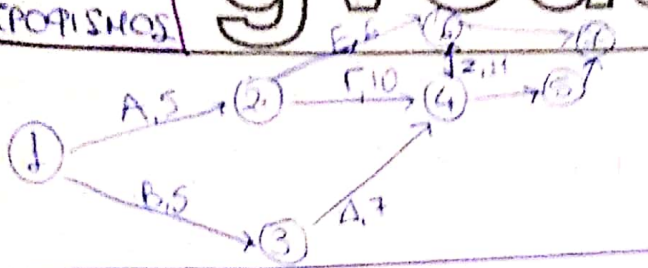
Από το βρω αντικαθιστών $DO = DO_{sat} - DO_d$

$$DO_d = DO_{dmax}$$

$\hookrightarrow$ Το DO που θα βρω είναι το ελάχιστο!

gvoutsina

ΕΥΡΩΠΙΣΜΟΣ



Πρόβλημα 1^ο (Γεω. 2015)

$$Q_n = 2 \cdot 10^5 \frac{m^3}{yr}$$

$$C_{in} = 24 \mu g/L-P = C_{in}$$

$$V_{lipon} = 10^6 m^3 \quad \text{λίπνη: σταθ. συνθήκες}$$

$$Q = 2 \cdot 10^5 \frac{m^3}{yr}$$

$$C_{out} = 15 \frac{\mu g}{L} - P = C_{ss}, \quad k_s: \text{surv. coefficient (στο νερό)}$$

1) Γράψτε το ισοζύγιο κλάσης για το φωσφόρο στα τα λίπνη.

$$\textcircled{1} \frac{d(VC)}{dt} = C_{in} Q_{in} - C_{out} Q_{out} - k_s \cdot V \cdot C \quad \Rightarrow \quad \% V = 60\%$$

$$Q_{in} = Q_{out} = Q \quad \text{και} \quad C = C_{out}$$

$$\Rightarrow \frac{dC}{dt} = C_{in} \cdot \frac{Q}{V} - C \cdot \frac{Q}{V} - k_s \cdot C \quad \left(\tau = \frac{V}{Q} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - k_s \cdot C \quad \textcircled{2}$$

2) Να βρείτε την αναλυτική λύση του ισοζυγίου που να υπολογίζει την αλλαγή της συγκέντρωσης του φωσφόρου ως προς τον χρόνο.

$$\frac{dC}{dt} + C \left(k_s + \frac{1}{\tau} \right) = \frac{C_{in}}{\tau}$$

$$y' + P(x) \cdot y = q(x) \rightarrow P(x) = \left(k_s + \frac{1}{\tau} \right) \cdot x$$

$$P(x) = k_s + \frac{1}{\tau}, \quad q(x) = \frac{C_{in}}{\tau}$$

$$C_{in} = 24 \mu g - P$$

$$Q = 2 \cdot 10^5 \frac{m^3}{yr}$$

$$V = 10^6 m^3$$

$$C = 24 \mu g/L$$

$$C_s = 15 \mu g - P$$

(2)

$$C = C_0 \cdot e^{-P(x)t} + e^{-P(x)t} \cdot \int_0^x e^{P(x)} q(x) \cdot dx \Rightarrow$$

$$C = C_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} \cdot \int_0^t e^{+(k_s + \frac{1}{\tau})t} \cdot \frac{C_{in}}{\tau} dt \Rightarrow$$

$$C = C_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} \cdot \frac{C_{in}}{\tau} \left[\frac{e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t}}{-(k_s + \frac{1}{\tau})} \right]_0^t \Rightarrow$$

$$C = C_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} \cdot \frac{C_{in}}{\tau} \left(\frac{e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t}}{k_s + \frac{1}{\tau}} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$C = C_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + \frac{C_{in}}{\tau} (1 - e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t})$$

3) Υπολογίστε τον βιωτέον καθαρισμό k_s χρησιμοποιώντας τις συγκεντρώσεις του φωσφ. σε σταθ. συνείας.

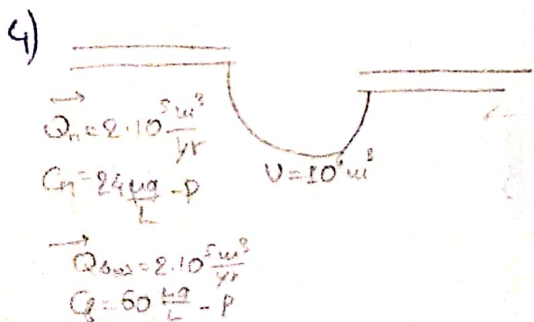
Επειδή έχω Steady state:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - k_s \cdot C \Rightarrow k_s = \frac{C_{in} - C}{C} \cdot \frac{1}{\tau}$$

$$k_s = \frac{24 - 15}{1805} \cdot \frac{1}{15} = 0,00033 / \text{day}$$

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{10^6 \text{ m}^3}{2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}} = 5 \cdot \text{yr} = 5 \cdot 365 = 1805 \text{ d}$$

Στη διπλή θα ελεγχθούν οι επιπτώσεις των βιολ. $Q_{bio} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}$, $C_{bio} = 60 \frac{\mu\text{g}}{\text{L}} - p$
 και $U_A = 10^6 \text{ m}^3$



$$Q_B \cdot C_B + Q_n \cdot C_n = C_A' \cdot Q_A' \Rightarrow$$

$$C_A' = \frac{Q_B \cdot C_B + Q_n \cdot C_n}{Q_A'} \Rightarrow$$

$$C_A' = \frac{2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot 60 \frac{\mu\text{g}}{\text{L}} + 2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot 24 \frac{\mu\text{g}}{\text{L}}}{(2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5) \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}}$$

$$C_A' = \frac{2 \cdot 10^5 (60 + 24)}{4 \cdot 10^5} = 42 \frac{\mu\text{g}}{\text{L}}$$

gvoutsina

5) *Ποια θα 'ταν η νέα συγκέντρωση του P σε συνδυασμένη με την*

αύξηση;

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{e'} - \frac{C'}{e'} - k_s C' \xrightarrow{SS} 0 = \frac{C'}{e'} - \frac{C'}{e'} - k_s C' \Rightarrow$$

$$\text{Τότε: } e' = \frac{U}{Q'} = \frac{10^6 \text{ m}^3}{4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}} = 2,5 \text{ yr} = 2,5 \cdot 365 \text{ d} = 912,5 \text{ d}$$

$$\Rightarrow C' \cdot \left(\frac{1}{e'} - k_s \right) = \frac{C_A'}{e'} \Rightarrow C' = \frac{\frac{C_A'}{e'}}{\frac{1}{e'} - k_s}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{\frac{42}{912,5}}{\frac{1}{912,5} - 0,00033} = 32,29 \text{ mg/L}$$

$$C' = \frac{C_A'}{1 + k_s \cdot e'}$$

6) Σε πόσο χρόνο η συγκέντρωση είναι θα 'ταν 95% του S.S.;

$$\frac{C - C_0}{C_{ss} - C_0} = 0,95 \Rightarrow C - C_0 = 0,95 C_{ss} - 0,95 C_0$$

$$C = 0,95 \cdot C_{ss} + 0,05 \cdot C_0$$

$$C = C_0 \cdot e^{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t} + \frac{C_{in}}{e'} \left(1 - e^{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t}\right)$$

$$0,05 = e^{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t} \xrightarrow{\ln} \ln(0,05) = -\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t \Rightarrow t = \frac{\ln(0,05)}{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)}$$

$$t = \frac{\ln(0,05)}{-\left(0,00033 + \frac{1}{912,5 \text{ d}}\right)} \Rightarrow t = 68,18 \text{ d}$$

7) Σε S.S. υπολογιστεί η ποσότητα που φέρει στο ίδιο σε περίοδο 5 χρόνων.

$t = 5 \text{ yr}$, θεωρούμε $t = 0$.

$$C = C_0 \cdot e^{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t} + \frac{C_{in}}{e'} \left(1 - e^{-\left(k_s + \frac{1}{e'}\right)t}\right)$$

$$C = 15 \cdot 1 + 0 \Rightarrow C = 15 \text{ mg/L} = C_{ss} = C_0$$

Για χρόνο $t = 1825$ d

$$C = C_0 \cdot e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t} + \frac{C_n}{\tau} (1 - e^{-(k_s + \frac{1}{\tau})t})$$

$$C = 15 \cdot e^{-(0,00033 + \frac{1}{912,5})1825} + \frac{42}{912,5} (1 - e^{-(0,00033 + \frac{1}{912,5})1825})$$

$$C = 13,79 \text{ } \mu\text{g} \cdot \text{L} \cdot 10^9 \text{ L}$$

$$\text{Ποσότητα: } C \cdot V = 13,79 \cdot 10^9 \text{ } \mu\text{g} = 13,79 \cdot 10^3 \text{ g} = 13,79 \text{ kg}.$$

ΕΥΤΡΟΦΙΣΜΟΣ ΣΕ ΠΟΤΑΜΙ

Πρόβλημα 2ο

Ένα ποτάμι έχει εισροές P από βραζιζες ανάμειξη με παροχή $Q = 2 \cdot 10^5 \frac{m^3}{yr}$ και $C_{in} = 24 \mu g/L - P$. Στις εκβολές του ποταμού οι εγροές του P έχουν $Q = 2 \cdot 10^5 \frac{m^3}{yr}$ και $C_{ex} = 15 \mu g/L - P$. και ο χρόνος παραμής είναι το μήκος του ποταμού $L = 5 \text{ yr}$. Η μείωση του P οφείλεται στην καθήλωση του διαλύτη με συντελεστή k_s .

1) Γράψτε το ισοζύγιο μάζας για τον P για το ποτάμι, υποθέτοντας μόνο συμμεταφορά.

$$\frac{dC}{dt} = -u \frac{dC}{dx} - k_s C$$

2) Βρείτε την αναλυτική λύση του ισοζυγίου μάζας που να υπολογίζει την αλλαγή συγκεντρώσεως του P ως προς τον χρόνο ή την απόσταση.

Θεωρώ Steady State (SS)

$$\frac{dC}{dt} = -u \frac{dC}{dx} - k_s C \Rightarrow u \frac{dC}{dx} = -k_s C \Rightarrow$$

$$\frac{dC}{C} = -\frac{k_s}{u} dx \Rightarrow \int_0^C \frac{1}{C} dC = -\frac{k_s}{u} \int_0^x dx \Rightarrow [\ln C]_0^C = \left[-\frac{k_s}{u} x \right]_0^x \Rightarrow$$

$$\ln \frac{C}{C_0} = -\frac{k_s}{u} x \Rightarrow e^{\ln \frac{C}{C_0}} = e^{-\frac{k_s}{u} x} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = e^{-\frac{k_s}{u} x} \Rightarrow C = C_0 \cdot e^{-\frac{k_s}{u} x}$$

$$x = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u} \Rightarrow C = C_0 \cdot e^{-k_s \cdot t}$$

3) Υπολογίστε τον συντελεστή καθ/σης k_s , χρησιμοποιώντας τις συγκεντρώσεις του P στην εισροή και στην εκροή.

$$\ln \frac{C}{C_0} = -\frac{k_s}{u} x \Rightarrow \ln \frac{15}{24} = -k_s \cdot 5 \Rightarrow k_s = \frac{-\ln(\frac{15}{24})}{5} = \frac{-\ln(0.625)}{5} = 0.00026/d$$

$$\Rightarrow k_s = 0.00026/d$$

$$C = C_0 \cdot e^{-\frac{k_s}{u} x} = C_0 \cdot e^{-\frac{k_s \cdot x \cdot A}{u \cdot A}} = C_0 \cdot e^{-\frac{k_s \cdot V}{Q}} = C_0 \cdot e^{-k_s \cdot t}$$

$$V = x \cdot A \quad \text{και} \quad t = \frac{V}{Q}$$

gvoutsina

Διαγώνισμα - Αύγουστος 2017

1^ο Πρόβλημα: Ευτροφισμός

Ταμειωμένος Αγνός σε Χανιά



Ένα εργοστάσιο ρίχνει σε λίμνη
5000 kg/year
 $\hookrightarrow W$

$$k_s = 0.01 / \text{day}$$

$$Q = 5 \cdot 10^7$$

$$C_0 = 10 \mu\text{g/L}$$

$$V = 10^7$$

1) Ποιό είναι το ισοζύγιο μάζας ευτροφισμού

2) Αριθμητική ανάλυση ως προς τον χρόνο.

3) Η ουχλόντα P ή P_{ss}

4) Αν μειώσουμε το φορτίο κατά 50% ποιό το P_{ss} ;

Λύση

$$1) \frac{d(VC)}{dt} = Q \cdot C_{in} - Q \cdot C_{out} - k_s \cdot V \cdot C$$

Πάχυνω το $C_{in} = \frac{W}{Q} = \frac{5000 \cdot k_s \cdot 10^6}{5 \cdot 10^7 \text{ mg/yr}} = 10000 \text{ mg/m}^3$
ή $100 \mu\text{g/L}$

$$2) C = C_0 \cdot e^{-(\frac{1}{\tau} + k_s)t} + \frac{C_{in} (1 - e^{-(\frac{1}{\tau} + k_s)t})}{1 + k_s \tau}$$

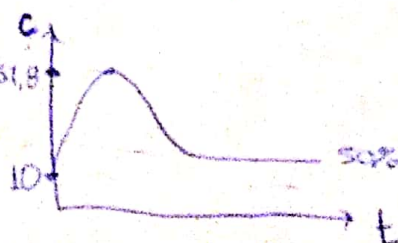
3) $t \rightarrow \infty$

$$C_{ss} = \frac{C_{in}}{1 + k_s \tau} \quad \text{⊕}, \quad \tau = \frac{V}{Q} = \frac{10^7 \text{ m}^3}{5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}} = 0.2 \text{ yr} \text{ ή } 73 \text{ days}$$

$$k_s = 0.01 / \text{day}$$

$$\text{⊕} \Rightarrow C_{ss} = \frac{100 \mu\text{g/L}}{1 + 0.01 \cdot 73 \text{ ds}} = 57.8 \mu\text{g/L}$$

$$4) C_{ss} = \frac{C_0}{2}$$



gvoutsina

ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΑΛΙΕΥΤΙΚΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q_{in} \cdot C_{in} - Q_{out} \cdot C - r \cdot V$$

$$r = -k \cdot C$$

Γενικά αρχή:

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q \cdot C_{in} - Q \cdot C_{out} - k_d \cdot V \cdot C \quad \begin{matrix} \text{SS} \\ \text{SS} \\ Q_{in} = C \end{matrix}$$

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q \cdot C_{in} - Q \cdot C - k_d \cdot V \cdot C \quad \begin{matrix} \text{SS} \\ \text{SS} \\ r = -\frac{V}{C} \end{matrix}$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{Q}{V} \cdot C_{in} - \frac{Q}{V} \cdot C - k_d \cdot V \Rightarrow$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - k_d \cdot C$$

Πρόβλημα 2 (Aug. 11)

$$V = 2500 \text{ m}^3$$

$$\text{πλάτος} = 2 \text{ m} = W$$

$$\text{Ύψος} = H = 1 \text{ m}$$

$$\text{Μήκος} = L = 500 \text{ m}$$

$$Q_r = 2 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{d}$$

$$\text{Η μονάδα εκπέμπει } 2000 \text{ m}^3/\text{d} = Q_H$$

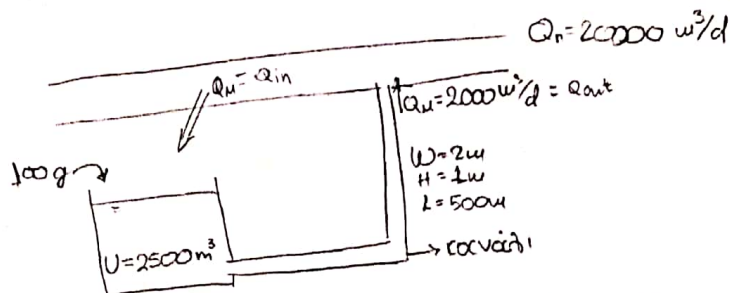
$$t = 0 : M = 100 \text{ g/d οργανικής ουσίας}$$

$$\text{Σταθερά βιοδιάσπασης: } k_d = Q_D t / d \text{ day}$$

$$C_0 = 0 = C_{in}$$

1) Ποιά είναι η μέγιστη συχέντρωση της ουσίας στο τέλος του καναλιού (πριν βγει το νερό στο ποτάμι).

Q_r ορό 20000
δίνεται 19.000
δωρί οργάνω 2000



$$\frac{d(VC)}{dt} = Q_{in} \cdot C_{in} - Q \cdot C - k_d \cdot V \cdot C \Rightarrow \frac{dC}{dt} = -\frac{Q}{V} \cdot C - k_d \cdot C \Rightarrow \frac{dC}{dt} = -\frac{C}{\tau} - k_d \cdot C$$

$$- \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) t$$

$$\Rightarrow \frac{dC}{dt} = -C \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) \Rightarrow \frac{dC}{C} = - \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) dt \Rightarrow C = C_0 \cdot e$$

$$C_0 = \frac{m}{V} = \frac{100 \text{ g}}{2500 \text{ m}^3} = \frac{0,04 \text{ g}}{10^{-3} \text{ L}} = 40 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\frac{\text{m}^3}{\text{L}} = 10^{-3} \text{ L}$$

$$e = \frac{U_r}{Q_H} = \frac{2500}{2000} = 1,25 \text{ d}$$

$$e_{\text{cavali}} = \frac{U_c}{Q_c} = \frac{500 \cdot 2 \cdot 1 \text{ m}^3}{2.000 \frac{\text{m}^3}{\text{d}}} = 0,5 \text{ d}$$

$$\int_{C_0}^C \frac{1}{C} dC = - \int_0^t \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) dt \Rightarrow \ln \frac{C}{C_0} = - \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) t - 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{\ln \frac{C}{C_0}} = e^{- \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) t} \Rightarrow$$

$$\frac{C}{C_0} = e^{- \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) t} \Rightarrow$$

$$C = C_0 \cdot e^{- \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) t}$$

$$t_{\text{tot}} = 1,75 \text{ d}$$

$$1 \text{ g} =$$

ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΗΜΙΚΩΝ
ΣΤΑΙΣΗΜΑΤΑ
ΥΔΡΟΒΙΟΛΟΓΟΥ

gvoutsina

$$10^{-3} \text{ L} = 1 \text{ mL}$$

Πρόβλημα 3^ο (Αύγουστος 2017)

Όγκος ανιονισμένου νερού: $V = 21 \text{ mL}$

Απόσταση διάχυσης: $L_{\text{diff}} = 3 \text{ cm}$

Διόρειπος οδός: $d = 3 \text{ cm}$

Συγκέντρωση ιόντος στο πορώδες: $C = 5 \text{ mg/L}$

Συντελεστής Διάχυσης: $E = 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$

- 1). Γράψτε το ισούχνο μάζας ενός ιόντος για μία θέση του δειγματολήτη αναφέροντας τον όγκο ελέγχου και ότι υποθέτεις κάνετε.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - K_d \cdot C \quad , \text{ ισχύει } U = \frac{dx}{dt}$$

- 2). Υπολογίστε τη ροή μάζας εστιαρχή της δειγματοληψίας:

$$J = -E \cdot A \frac{dC}{dx} \quad \text{1^{ος} N.Fick ①}$$

$$\text{Έχουμε: } A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 7,07 \text{ cm}^2, \quad \frac{dC}{dx} = \frac{5-0}{3} = 1,67 \frac{\text{mg/L}}{\text{cm}}$$

$$\text{①} \Rightarrow J = -10^{-5} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \cdot 7,07 \text{ cm}^2 \cdot 1,67 \frac{\text{mg/L}}{\text{cm}} \Rightarrow J = 1,18 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mg}}{\text{s}}$$

$$J = 1,18 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mg}}{\text{s}} \cdot 3.600 \frac{\text{s}}{\text{hr}} \Rightarrow J = 0,4248 \frac{\text{mg}}{\text{hour}}$$

- 3). Πόσο χρόνο πρέπει να αφύδατε το δειγματολήτη στο πεδίο για να είναι το βότσημα σε ισορροπία;

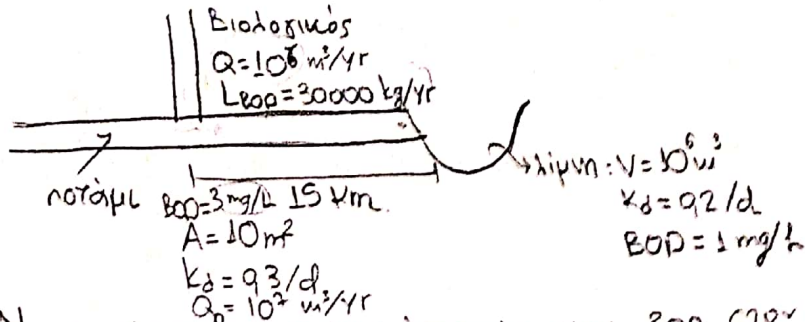
$$C = \frac{m}{V} \Rightarrow m = C \cdot V = 5 \text{ mg/L} \cdot 21 \text{ mL} = 105 \text{ mg}$$

$$\bar{t} = \frac{m}{J} = \frac{105 \text{ mg}}{0,4248 \frac{\text{mg}}{\text{hr}}} = 247 \text{ hr} \cdot 0,04 \frac{\text{days}}{\text{hr}} \Rightarrow t = 10 \text{ days}$$

Βιολογικός σε ποτάμι και λίμνη

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10 (Σεντ '18)

Σε ποτάμι εκρέουν λύματα βιολογικά ή καταλύουν σε λίμνη



1) Υπολογίστε την συχνέντρωση του BOD στον ποταμό μετά τον βιολ/κό.

$$Q_B \cdot C_B + Q_n \cdot C_n = Q_n' \cdot C_n' \Rightarrow$$

$$10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 + 10^7 \cdot 1 = 10^7 \cdot C_n' \Rightarrow$$

$$30000 \frac{\text{kg}}{\text{yr}} + 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot 3 \cdot \frac{\text{mg}}{\text{L}} = (10^7 + 10^6) \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot BOD \Rightarrow$$

$$(0.1 \cdot 10^7 + 10^7) \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot BOD = 30000 \cdot 10^3 \frac{\text{g}}{\text{yr}} + 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot 3 \cdot \frac{10^{-3} \text{ g}}{10^{-3} \text{ m}^3} \Rightarrow$$

$$1.1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} BOD = 3 \cdot 10^7 \frac{\text{g}}{\text{yr}} + 3 \cdot 10^7 \frac{\text{g}}{\text{yr}} \Rightarrow$$

$$BOD = \frac{6 \cdot 10^7 \frac{\text{g}}{\text{yr}}}{1.1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}} \Rightarrow BOD = 5.45 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = C_0$$

2) Γράψτε το ισοζύγιο BOD στο ποτάμι, μόνο για συμπερασματικά.

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = Q_{in} \cdot C - Q_{out} \cdot (C + \Delta C) - k_d \cdot V \cdot C \Rightarrow Q_{in} = Q_{out} \quad C = \frac{m}{V} \Rightarrow m = C \cdot V$$

$$\frac{\Delta(C \cdot V)}{\Delta t} = Q \cdot C - Q \cdot C - Q \cdot \Delta C - k_d \cdot V \cdot C \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = - \frac{Q \cdot \Delta C}{V} - k_d \cdot C \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = -u \frac{\Delta C}{\Delta x} - k_d \cdot C \Rightarrow$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial x} - k_d \cdot C \Rightarrow C = C_0 \cdot e^{-k_d t}$$

3) Υπολογίστε την ευθ. BOD πριν το νερό μπει στη λίμνη.

$$t = \frac{x}{u} = \frac{15 \text{ km}}{3 \text{ km/d}} \Rightarrow t = 5,47 \text{ d}$$

$$Q = U \cdot A \Rightarrow U = \frac{Q}{A} = \frac{10^7}{10} = 10 \frac{\text{m}}{\text{yr}}$$

$$C = C_0 \cdot e^{-k_d \cdot t} \Rightarrow$$

$$U = \frac{10^6}{365} \frac{\text{m}}{\text{d}} \Rightarrow U = 2739,7 \frac{\text{m}}{\text{d}}$$

$$C = 5,45 \cdot e^{-0,3 \cdot 5,47} \Rightarrow C = 1,83 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

4) Γράψτε το ισορροπιο του BOD στη λίμνη.

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q \cdot C_{in} - Q \cdot C - k_d \cdot V \cdot C \stackrel{\div V}{\Rightarrow}$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{Q}{V} \cdot C_{in} - \frac{Q}{V} C - k_d \cdot C \Rightarrow$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - k_d C \stackrel{\text{ολοκλ}}{\Rightarrow} C = C_0 \cdot e^{-k_d \cdot t} + \frac{C_{in}}{1+k_d \cdot \tau} (1 - e^{-k_d \cdot t})$$

5) Υπολογίστε την ευθ. του BOD στη λίμνη 16 μέρες μετά την έναρξη του βιολογικού

$$C = \frac{U}{Q_0} = \frac{10^6}{1,1 \cdot 10^7} = \frac{1}{11} = 0,091 \text{ yr}$$

$$\Rightarrow C = 1 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \cdot e^{-0,2 \cdot 16} + \frac{1,83 \text{ mg/L}}{1+0,2 \cdot 16} (1 - e^{-0,2 \cdot 16})$$

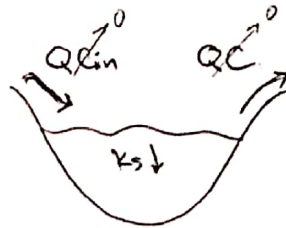
$$\Rightarrow C = 0,041 \frac{\text{mg}}{\text{L}} + 0,418 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \Rightarrow C = 0,459 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

Αντιδράσεις

Πρόβλημα 3 (Γεν. '19)

Έχουν μειωθείς ολικού φωσφόρου στην Αμβραβία. Η μείωση της συγκεντρώσεως του Ρ είναι λόγω καθίζσεως στον βυθιακούς φωσφόρο στο έδαφος. Αν η λίμνη θεωρηθεί σύστημα Batch αντιδραστήρα, υπολογίστε τον ρυθμό καθίζσεως του Ρ. Λίμνη: $H = 5,5 \text{ m}$, υπολ. τον συν. καθίζσεως (m/d) του ολικού φωσφόρου.

Ισολογισμ. Μέρα	P ($\mu\text{g/L}$)
250	97
254	90
264	86
270	72
275	51
280	57
290	62
295	55
300	46



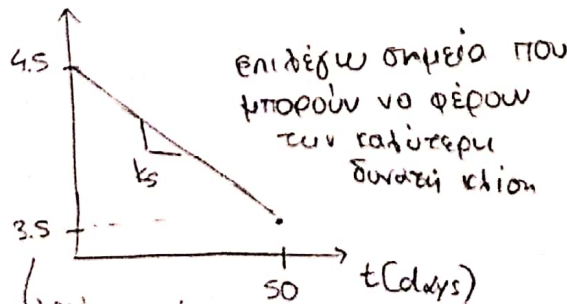
καθίζση: -

a) Ισολόγιο Λίμνης για Ρ

$$\frac{d(VP)}{dt} = -k_s V \cdot P \Rightarrow \frac{dP}{dt} = -k_s P \quad (*)$$

ολ/υν $\Rightarrow \int \frac{dP}{P} = -k_s \int dt \Rightarrow P = P_0 e^{-k_s t} \rightarrow \text{ρυθμός καθίζσεως}$

t	P	ln P	ln P
1	97	4,57	17
4-250	90	4,5	24
4-250	86	4,45	30
20	72	4,27	40
25	51	3,93	50
30	57	4,04	60
40	62	4,13	70
45	55	4,01	80
50	46	3,83	90



επιλέγω σημεία που μπορούν να φέρουν την καλύτερη δυνατή κλίση

Εάν επιλέγω να ξεκινήσω από 3,5.

$$k_s = \frac{\ln P_1 - \ln P_2}{t} = \frac{4,57 - 3,83}{50} = 0,0148 / \text{d}$$

$$k_s' = H \cdot k_s = 5,5 \text{ m} (0,0148 / \text{d}) = 0,08 \frac{\text{m}}{\text{d}}$$

⊗ θεωρώ των 250 ως των 10 μέρα

$$(*) \Rightarrow \frac{dP}{P} = -k_s dt \Rightarrow \int \frac{1}{P} dP = \int -k_s dt \Rightarrow [\ln P]_1^t = [-k_s t]_1^t \Rightarrow \ln P - \ln P_1 = -k_s t \Rightarrow \ln \frac{P}{P_1} = -k_s t \Rightarrow \frac{P}{P_1} = e^{-k_s t} \Rightarrow P = P_1 e^{-k_s t}$$

ΚΑΡΤΙΣΤΗΣ

gvoutsina

Πρόβλημα 1: (Γερ' 1ε)Έκταση: $A = 120 \text{ km}^2$ εφορικού βόρειουΦορτίο ΔΟΑ (Διαλυτό Οργανικό Άζωτο): $L_0 = 288 \text{ t/yr}$ Φορτίο ΔΑΑ (Διαλυτό Ανόργανο Άζωτο): $L = 192 \text{ t/yr}$ Ετήσια βροχόπτωση: $P = 2 \text{ m/yr}$ Χρόνος παραμονής νερού στον υδροφόρο: $\tau = 40 \text{ days}$ Ζταθερά ρυθμού αναγεννησιμότητας: $k_m = 0,01/\text{day}$

Α) Γράψτε τα ισοζύγια μάζας νερού, ΔΟΑ, ΔΑΑ.

$$\frac{dV C_0}{dt} = L_0 - Q_n \cdot C_0 - k_m \cdot V \cdot C_0$$

$$\frac{dV C_0}{dt} = L_a - Q_n \cdot C_a + k_m V \cdot C_0$$

$$Q_{in} = Q_n = P \cdot A = 2 \text{ m/yr} \cdot 120 \text{ km}^2 = 240 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{yr}$$

β). Προσδιορίστε τις εξισώσεις των συχ/σεων ΔΟΑ, ΔΑΑ σε κανονικές συνθήκες και σταθερή παροχή ή υπολογίστε τις.

$$\text{Σε steady state} \rightarrow \frac{dV C_0}{dt} = 0$$

$$Q_n (Q_n + k_m V) \cdot C_0 = L_0 \rightarrow C_0^{ss} = \frac{L_0}{Q_n + k_m V}$$

$$\Rightarrow C_0^{ss} = \frac{L_a + k_m V C_0^{ss}}{Q_n}$$

$$\text{Γενικά:} \\ (k_m V + Q_n) C = C_0$$

$$\Rightarrow k_m V = \frac{L_0}{C} - Q_n$$

$$\Rightarrow k_m = \frac{L_0 - Q_n \cdot C}{C \cdot V}$$

$$\text{Γίνεται: } \tau = \frac{V}{Q} \Rightarrow V = \tau \cdot Q = 40 \text{ days} \cdot \left(\frac{1 \text{ yr}}{365 \text{ days}} \right) \cdot 240 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \Rightarrow V = 26,3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$k_m = 0,01 \cdot \frac{1}{\text{day}} \cdot 365 \frac{\text{days}}{\text{yr}} = 365/\text{yr}$$

$$k_m \cdot V = 693,7 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}$$

$$C_0^{ss} = \frac{288 \cdot 10^6 \text{ g/yr}}{240 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} + 691,7 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}}} \Rightarrow C_0^{ss} = \frac{288}{931,7} \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 0,31 \text{ mg/L}$$

$$C_a^{ss} = \frac{191 \cdot 10^6 + 691,7 \cdot 10^6 \cdot 0,31}{240 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{yr}} = \frac{406,4}{240} = 1,69 \text{ mg/L}$$

γ) Μετρήσεις έδειξαν τις συγκεντρώσεις $\Delta A A, \Delta O A = 1 \text{ mg/L}$. Υπολόγισε το k_m .

$$k_m = \frac{L_0 - Q_a \cdot C_0}{V \cdot C_0} = \frac{288 \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{yr}} - 240 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{yr}} \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}}{26 \cdot 3 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \cdot 10^6 \cdot (1 \text{ g/m}^3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_m = \frac{48 \frac{\text{g}}{\text{yr}}}{263 \text{ g}} \Rightarrow k_m = 1,83/\text{yr}$$

Παρατηρώ ότι το k_m στην πραγματικότητα ήταν $3,65/\text{yr}$, τιμή διπλάσια του πραγματικού, οφείλεται στην αναοξείδωση.

Προβλημα 2^ο : Υπολογισμός Παραμέτρων (Ιούλιος '15 - Γενάρ '14 - Γεωρ '13)

$$V_{μ,π} = 0,3 \text{ m/s}$$

$$\text{Διαλυμένο οξυγόνο: } C = 8 \text{ mg/l}$$

$$\text{Διάλ/νο οξ/νο κορεσμού: } E_{sat} = 8,3 \text{ mg/l}$$

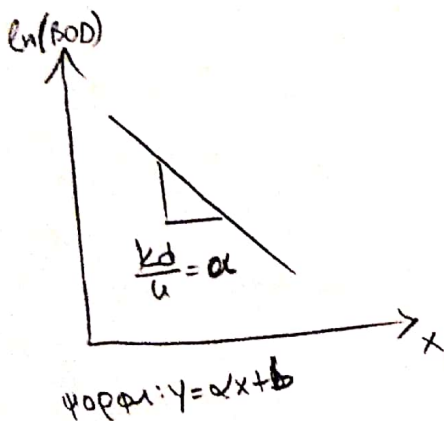
Χρησιμοποιήστε μοντέλο Streeter-Phelps

A) Γράψτε τα ισοδύναμα BOD, DO

$$\text{BOD: } \frac{dVL}{dt} = -k_d \cdot V \cdot L \stackrel{V}{\Rightarrow} \frac{dL}{dt} = -k_d L$$

$$\text{DO: } \frac{dD}{dt} = -u \frac{dD}{dx} - k_d D + k_d L$$

B) Υπολογίστε τη σταθερά αποικοδόμησης k_d .



$$\frac{k_d}{u} = \alpha \Rightarrow k_d = u \cdot \alpha \quad \textcircled{1}$$

$$\text{για } x=0: y=b=2,5$$

$$\text{για } x=2: y=\alpha \cdot 2 + 2,5 = 2,4 \Rightarrow 2\alpha = -0,1 \Rightarrow \alpha = -0,05$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow k_d = 0,3 \cdot 0,05 = 0,015/d$$

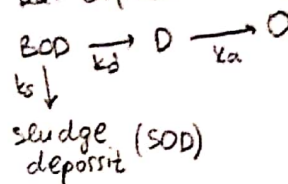
Συμβατοί Ρύποι

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (Αυγ' 14)



1) Εξηγήστε πώς λειτουργεί η λίμνη (πορεία νερού ή μεταφορά ρύπων) ή γιατί το O_2 του υπολίμνιου κατακλιώνεται τον κερώνο.

Δεν υπάρχει ανάμιξη μεταξύ επιλίμνιου και υπολίμνιου. Οι εισροές μπαίνουν κάτω από τον κερώνο αναμιγνύονται με το επιλίμνιο και εγέρουν. Το υπολίμνιο δεν έχει εισροές νερού, μόνο:



2) Γράψτε τα ισοζύγια μάζας για το οργανικό (BOD) ή διαλυτό οξυγόνο για το επιλίμνιο ή το υπολίμνιο (θεωρώντας ότι το βάθος του θερμαινόμενου είναι μηδέν, ε.ε.) ή δικαιολογήστε τις παραδοχές σας (ο όγκος του νερού της λίμνης είναι σταθ.)

Υπολίμνιο: BOD: $\frac{d(VL)}{dt} = -k_d \cdot V \cdot L - SOD \cdot A$

D.O. deficit $\frac{d(VD)}{dt} = +k_d \cdot V \cdot L + SOD \cdot A$
↳ έλλειψη

Επιλίμνιο: BOD: $\frac{d(VL)}{dt} = Q \cdot L_{in} - Q \cdot L - k_d \cdot V \cdot L$

D.O. deficit $\frac{d(VD)}{dt} = Q \cdot D_{in} - Q \cdot D - k_d \cdot V \cdot D - k_a \cdot V \cdot D$, $D = C_{sat} - C$ (*)

3) Αν η σπαίσιση των κημάτων σε οξυγόνο είναι q_2 g O_2 /d/m² ή μ² ή μ³, $C=0$, υπολογίστε πόσο τέρες το αρχικό οξυγόνο της λίμνης (g/mg/L) θα καταναλωθεί αν το βάθος του υπολίμνιου είναι 1m, αν υποθέσουμε ότι η καταναάλωση του O_2 προέρχεται απ' τα κηματα μόνο ή ότι το υπολίμνιο είναι κορεσμένο με O_2 αρχικά.

$\frac{d(VD)}{dt} = k_d \cdot V \cdot L + SOD \cdot A \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{SOD \cdot A}{V} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{SOD}{H} \Rightarrow \int_0^D dD = \int_0^t \frac{SOD}{H} dt$

$D = \frac{SOD}{H} \cdot t \Rightarrow D = C_{sat} - C = \frac{SOD}{H} \cdot t \Rightarrow C = C_{sat} - \frac{SOD}{H} \cdot t = 0 \Rightarrow$

$t = \frac{C_{sat} \cdot H}{SOD} = \frac{9 \text{ g/m}^3 \cdot 1 \text{ m}}{0.2 \text{ g/d/m}^2} = 45 \text{ days.}$

gvoutsina

ΕΥΡΩΠΑΪΣ ΜΟΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 28 (Aug. 14)

Ταμπελάριος λίπας αυξημένους αριθμούς ζωοφάρμακων
λίπης μέσο βάθος $H=2\text{m}$

μέσο όριο $U=550000\text{m}^3$

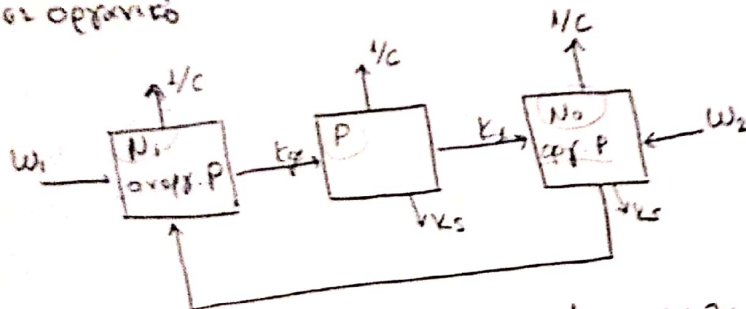
χρόνος ανάρτησης $\tau=10\text{d}$

τον νερό στον ταμπελάριο

ο επιθυμητός παράγοντας ζωοφάρμακων στο λίπας είναι ο φωσφόρος.

λίπας ολική πυκνότητα $\rho=90\text{kg/L}$

ρ σε ανάγκη
σε οργανικό



$$\begin{aligned} V_0 &= 0,9/d \text{ (από } P \rightarrow N_1) \\ K_5 &= 9002/d \text{ (από } N_1 \rightarrow P) \\ K_2 &= 0,4 \text{ kg/kg d (από } P \rightarrow N_2) \\ K_1 &= 0,4/d \text{ (από } N_2 \rightarrow P) \\ W_1 &= 1350 \text{ kg/yr} \\ W_2 &= 500 \text{ kg/yr} \\ &= 1,37 \text{ kg/d} \end{aligned}$$

1) Γράψτε το ισοζύγιο μάζας του φωσφόρου για το λίπας (βλέπε ότι οι λίπας αυξάνονται)

Ισοζύγιο

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{W_1}{\tau} - \frac{N_1}{\tau} - K_1 P N_1 + K_2 N_2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{\tau} + K_1 P N_1 - K_2 P - K_5 P = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{W_2}{\tau} - \frac{N_2}{\tau} + K_2 P - K_5 N_2 - K_3 N_2 = 0 \quad (3)$$

2) Βρείτε τις συγκεντρώσεις του P στο λίπας, καθώς από σταθερό όριο.

Για να βρω τα SS μείνιζω το $\frac{dN_i}{dt}$

$$(3) \rightarrow N_2 \left(\frac{1}{\tau} + K_5 + K_3 \right) = \frac{W_2}{\tau} + K_2 P \Rightarrow N_2 (0,1/d + 0,002/d + 0,9/d) = 0,137 \frac{\text{kg}}{\text{d}} + 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{L}} P$$

$$1,002 N_2 =$$

$$(1) \rightarrow N_1 \left(\frac{1}{\tau} + K_1 P \right) = \frac{W_1}{\tau} + K_3 N_2 \Rightarrow$$

$$(2) \rightarrow P \left(\frac{1}{\tau} + K_5 + K_3 \right) = K_1 P N_1 \Rightarrow$$

ΛΟΓΙΣΤΗΡΙΟ
ΠΑΡΣΕΥΚΟΥ
ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ

gvoutsina

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3^ο (Αυγ. 14)

$A = 120 \text{ km}^2$: καρβινός όγκος

Φορτίο ΔΟΑ (διαλυτό θρεπτικό Άζωτο): $L_0 = 288 \text{ t/yr}$

Φορτίο ΔΑΑ (διαλυτό ανόργανο Άζωτο): $L_a = 192 \text{ t/yr}$

Επίδια λήχηση: $P = 1,5 \text{ m/yr}$

$\rightarrow 80\%$ καταβύει στο καρβινό εύαιμα: $a = 0,8$

σταθερά ευθείας απορρόφησης: $k_m = 90 \text{ t/yr}$

Χρόνος παραμονής: $\tau = 5 \text{ yr}$

1) Γράψτε τα ισοζύγια νερού, ΔΟΑ και ΔΑΑ.

$$\frac{d(V C_0)}{dt} = L_0 - Q_n C_0 - k_m C_0 V$$

$$\frac{d(V C_a)}{dt} = L_a - Q_n C_a + k_m C_0 V$$

$$\frac{dV}{dt} = a \cdot A \cdot P - Q_n \Rightarrow Q_n = a \cdot A \cdot P = 0,8 \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{yr}} \cdot 120 \text{ km}^2 \Rightarrow Q_n = 144 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

2) Προσδιορίστε εξισώσεις των συγκεντρώσεων παρακ. Υπολογίστε τις συγκεντρώσεις.

- Group Steady State: $C_0 = C_{ss}$

$$\frac{dV C_0}{dt} = L_0 - Q_n C_0 - k_m C_0 V \Rightarrow \frac{dC_0}{dt} = \frac{L_0}{V} - \frac{Q_n C_{ss}}{V} - k_m C_{ss}$$

ΔΟΑ και ΔΑΑ. σε κανονικές συνθ. κ' σταθ.

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{L_0}{V} - \frac{Q_n C_{ss}}{V} - k_m C_{ss} \Rightarrow \tau = \frac{V}{Q}$$

$$0 = \frac{L_0}{V} - \frac{C_{ss}}{\tau} - k_m C_{ss} \Rightarrow C_{ss} \left(\frac{1}{\tau} + k_m \right) = \frac{L_0}{V} \Rightarrow \boxed{C_{ss} = \frac{L_0 / V}{\frac{1}{\tau} + k_m}}$$

$$\frac{dV C_a}{dt} = L_a - Q_n C_a + k_m C_0 V \Rightarrow \frac{dC_a}{dt} = \frac{L_a}{V} - \frac{Q_n C_{ss}}{V} + k_m C_{ss} \Rightarrow \tau = \frac{V}{Q}$$

$$0 = \frac{L_a}{V} - \frac{C_{ss}}{\tau} + k_m C_{ss} \Rightarrow C_{ss} \left(\frac{1}{\tau} \right) = \frac{L_a}{V} + k_m C_{ss} \Rightarrow \boxed{C_{ss} = \frac{\frac{L_a}{V} + k_m C_{ss}}{\frac{1}{\tau}}}$$

$$\Rightarrow C_{ss} = \left(\frac{L_a}{V} + k_m C_{ss} \right) \cdot \tau$$

$$\Delta OA: \frac{L_0}{V} = \frac{288 \text{ t/yr}}{c \cdot Q} = \frac{288 \cdot 10^6 \text{ g/yr}}{5 \text{ yr} \cdot 144 \cdot 10^6 \text{ m}^3} = \frac{288 \text{ g/yr}}{720 \text{ m}^3} = 0,4 \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}$$

$$c = \frac{U}{Q}$$

$\rightarrow U = c \cdot Q$

$$\frac{1}{T} + k_m = \frac{1}{5 \text{ yr}} + 0,01 \cdot \frac{1}{\text{yr}} = 0,21 / \text{yr}$$

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}$$

$\rightarrow L = 10^3 \text{ m}^3$

$$\text{Αρα: } C_{\text{ass}} = \frac{0,4 \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}}{0,21 / \text{yr}} = 1,9 \text{ mg/L}$$

$$\frac{1 \text{ g/yr}}{\text{m}^3} = \frac{1 \text{ mg/yr}}{\text{L}}$$

$$\Delta AA: \frac{L_a}{V} = \frac{192 \text{ g/yr}}{c \cdot Q} = \frac{192 \cdot 10^6 \text{ g/yr}}{720 \cdot 10^6 \text{ m}^3} = 0,267 \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}$$

$$k_m C_{\text{ass}} = 0,01 / \text{yr} \cdot 1,9 \text{ mg/L} = 0,019 \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}$$

$$\text{Αρα: } C_{\text{ass}} = (0,267 + 0,019) \text{ L} \Rightarrow C_{\text{ass}} = 1,43 \text{ mg/L}$$

$$\left(\frac{\frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}}{\frac{\text{L}}{\text{yr}}} \right) \cdot \left(\frac{\frac{\text{mg}}{\text{L}}}{\frac{\text{L}}{\text{yr}}} \right) = \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}$$

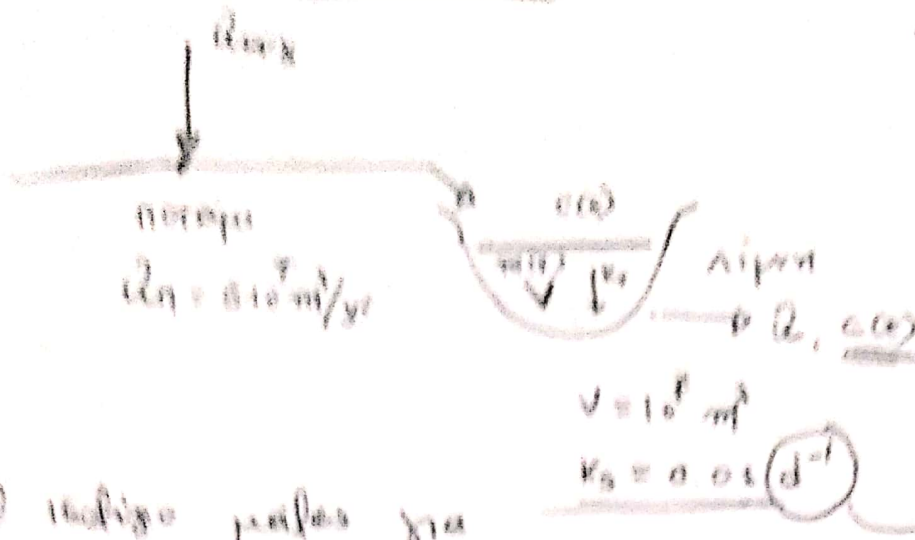
3) Μετάφραση εδωξάν ότι $L'_0 = 1,33 \text{ mg/L}$ και $L'_a = 2 \text{ mg/L}$. Βρείτε το k_m .

$$L'_0 = C'_{\text{ass}} = \frac{\frac{L_0}{U}}{\frac{1}{c} + k_m} \Rightarrow C'_{\text{ass}} \left(\frac{1}{c} + k_m \right) = \frac{L_0}{U} \Rightarrow \frac{C'_{\text{ass}}}{c} + C'_{\text{ass}} \cdot k_m = \frac{L_0}{U} \Rightarrow$$

$$k_m = \frac{\frac{L_0}{U} - \frac{C'_{\text{ass}}}{c}}{C'_{\text{ass}}} = \frac{L_0}{U \cdot C'_{\text{ass}}} - \frac{1}{c} = \frac{0,4 \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{yr}}}{1,33 \text{ mg/L}} - \frac{1}{5 \text{ yr}}$$

$$\Rightarrow k_m = 0,3 / \text{yr} - 0,2 / \text{yr} \Rightarrow k_m = 0,1 / \text{yr}$$

$$\frac{L_0}{U \cdot C'_{\text{ass}}}$$



$$W_{ep\gamma} = 5 \cdot 10^3 \text{ kg/yr}$$

$$C(t) = 20 \mu\text{g l}^{-1} \text{ P}$$

$$W = Q \cdot C$$

Δ) υπολογίστε μάζες για τον P επιμύνη

$$\frac{dm_P(t)}{dt} = \dot{m}_{P,in} - \dot{m}_{P,out} - \dot{m}_P \downarrow$$

{ μονάδες μάζας
μονάδα χρόνου }

$$\frac{d(C(t)V)}{dt} = \dot{m}_{P,in} - \dot{m}_{P,out} - \dot{m}_P \downarrow$$

$$\Rightarrow V \frac{dC(t)}{dt} = W_{ep\gamma} - Q \cdot C(t) - V \cdot k_s \cdot C(t)$$

μάζα / χρόνος μάζα / χρόνο μάζα / χρόνο

$$V_s = k_s \cdot C(t)$$

↓
ταχύτητα καθίζησης

$$\Rightarrow V \frac{dC(t)}{dt} = W_{ep\gamma} - Q \cdot C(t) - k_s \cdot C(t) \cdot V$$

$$\Rightarrow V \frac{dC(t)}{dt} = W_{ep\gamma} - (Q + k_s \cdot V) \cdot C(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dC(t)}{dt} = \frac{W_{ep\gamma}}{V} - \left(\frac{Q}{V} + k_s \right) \cdot C(t)$$

Τ χρόνος παραμονής
 $T = \frac{V}{Q}$

$$\Rightarrow \frac{dC(t)}{dt} = \frac{W_{ep\gamma}}{V} - \left(\frac{1}{T} + k_s \right) \cdot C(t)$$

Τελικός υπολογισμός

(B) Αναλυτική λύση του ισοφύσιου παρίστα

(2)

$$\frac{dC_p(t)}{dt} = \frac{W_{in} \gamma}{V} - \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) \cdot C_p(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dC_p(t)}{dt} + \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) \cdot C_p(t) = \frac{W_{in} \gamma}{V}$$

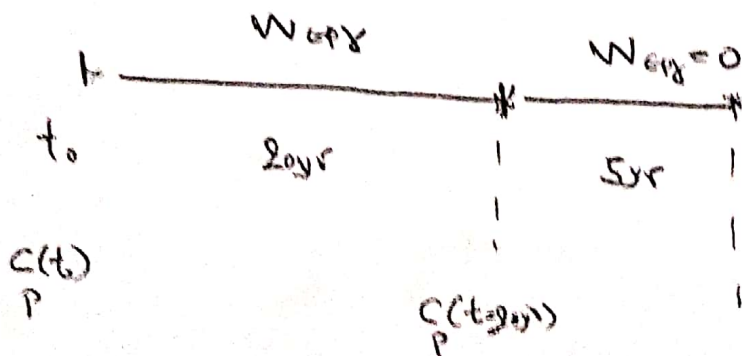
$$C'_p(t) + \underbrace{\left(\frac{1}{\tau} + k_s \right)}_P \cdot C_p(t) = \underbrace{\frac{W_{in} \gamma}{V}}_R$$

Γραμμική δ.ε. 1ης τάξης

$$C_p(t) = C_p(t_0) \cdot e^{-\int_{t_0}^t P dt'} + e^{-\int_{t_0}^t P dt'} \cdot \int_{t_0}^t R \cdot e^{\int_{t_0}^{t'} P dt'} dt'$$

$$\Rightarrow C_p(t) = C_p(t_0) \cdot e^{-Pt} + \frac{R}{P} \cdot \left\{ 1 - e^{-Pt} \right\}$$

$$\Rightarrow C_p(t) = C_p(t_0) \cdot e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) t} + \frac{W_{in} \gamma}{V \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right)} \cdot \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) t} \right\}$$



$$C_p(t=5yr) = ;$$

$$C_p(t=5)$$

$$C(t'_0) = C(20yr)$$

$$C(t) = \dots - \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) t$$

$$\textcircled{1} \quad \underline{C_{p,ss}} = ; \quad (\Sigma \text{ exogenous inputs})$$

③

$$\frac{dC_p(t)}{dt} = \frac{W_{eff}}{V} - \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) \cdot C_p(t) \quad (1)$$

S.S. $\Rightarrow$

$$\frac{dC_p(t)}{dt} = 0$$

$$C_p(t) \rightarrow C_{ss}$$

$$(1) \Rightarrow 0 = \frac{W_{eff}}{V} - \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right) \cdot C_{ss}$$

$$\Rightarrow C_{ss} = \frac{W_{eff}}{V \left(\frac{1}{\tau} + k_s \right)} = \frac{5000 \text{ kg} \cdot \text{yr}^{-1}}{10^7 \text{ m}^3 (0,02 \text{ d}^{-1})}$$

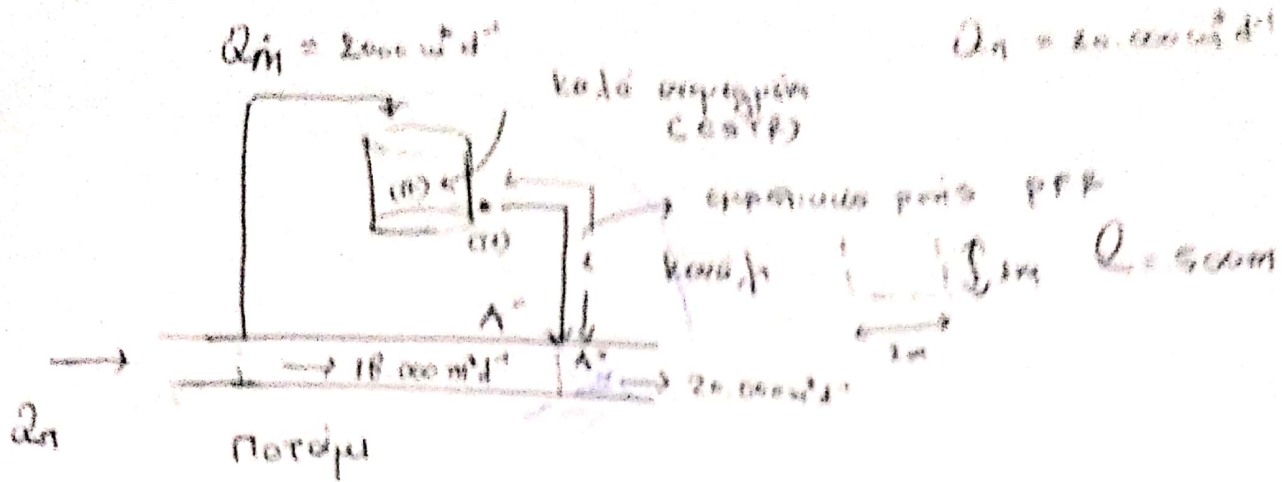
$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{10^7 \text{ m}^3}{5 \cdot 10^7 \text{ m}^3/\text{yr}} = 0,2 \text{ yr} = 73 \text{ d} = \frac{5000 \text{ kg}}{365 \text{ d}} = \dots$$

$$\frac{1}{\tau} + k_s = \frac{1}{73 \text{ d}} + 0,01 \text{ d}^{-1} = 0,02 \text{ d}^{-1}$$

$$10^7 \text{ m}^3 \cdot 0,02$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Av} \quad W'_{eff} = W_{eff}/2 \quad C'_{ss} = ;$$

$$C'_{ss} = \frac{1}{2} \cdot C_{ss}$$



Σε χρόνο $t_0 = 0$ η μεταβα γίνεται να γίνει μια ουσία με $W = 100 \text{ g d}^{-1}$ ($k_b = 0.01 \text{ d}^{-1}$ σταθερά βιοδιάσπασης)
 $C(t_0) = 0$

Ποια είναι η Συγκ της ουσίας στο σημείο A^+ (πριν το ποτάμι)

Αν δέχεται Συγκ στο A^+ (στο ποτάμι) Ποιο $W =$;

Λύση

$$C(t) = C(t_0) \cdot e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_b\right)t} + \frac{W}{v\left(\frac{1}{\tau} + k_b\right)} \cdot \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_b\right)t} \right\}$$

$$C(t) = + \frac{W}{v\left(\frac{1}{\tau} + k_b\right)} \cdot \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_b\right)t} \right\}$$

1. συμείκνωση της ουσίας κάθε χρονική στιγμή στη διαφάνη αλλα
 2. στη είσοδο της διαφάνης (είσοδο κανάλι).

Στο βραχίολο είναι εφαρμοσμένη δύναμη

(5)

$$C(t) = C(\infty) \cdot e^{-\frac{k_b}{\lambda} \cdot x} \quad \left[\text{όχι στον το χώρο της ραβδόλης} \right]$$

Στη θέση του κέντρου (στη το μήκος) $x = \lambda$

$$C(\lambda) = C(\infty) \cdot e^{-\frac{k_b}{\lambda} \cdot \lambda} \quad \text{u : η ταχύτητα προς το κέντρο}$$

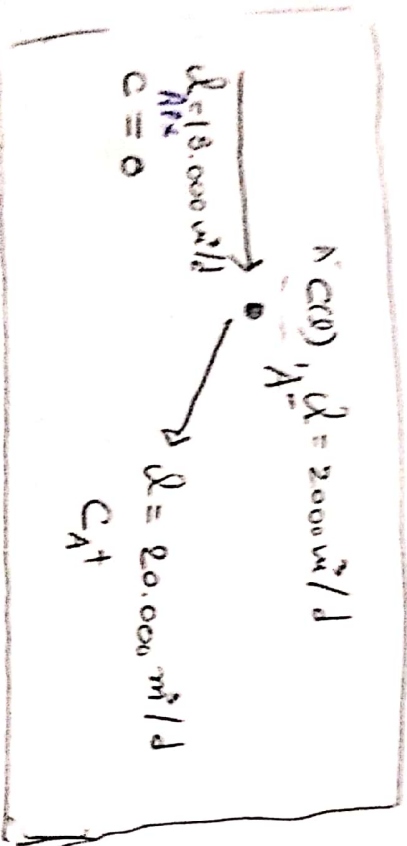
Η συγκέντρωση στο κέντρο είναι C_A^+

$$\lambda = \frac{2m}{h} \cdot \lambda = 2m \cdot \lambda$$

$$C(t) = \frac{N}{V(\frac{1}{\lambda} + k_b)} \cdot \left\{ 1 - e^{-(\frac{1}{\lambda} + k_b)t} \right\} \cdot e^{-\frac{k_b}{\lambda} \cdot \lambda}$$

$$= \frac{2000 \text{ m}^3/\text{d}}{2 \text{ m}^2} = 1000 \text{ m/d}$$

Η συγκέντρωση στο κέντρο του κεντρικού



$$C_{\text{max}}(\lambda) = \frac{N \cdot e^{-\frac{k_b}{\lambda} \cdot \lambda}}{V(\frac{1}{\lambda} + k_b)} = \dots$$

μέγιστη συγκέντρωση στο τέλος του κεντρικού

Στο A είναι ομογενής

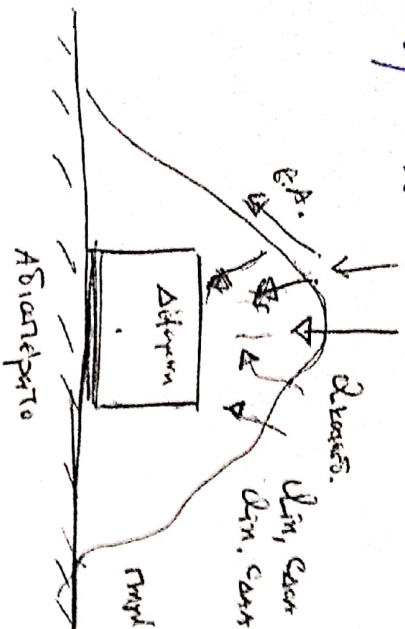
$$\Theta \frac{d}{dt} \omega \quad C_A^+ = 10 \text{ } \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1} \quad N = ?$$

$$Q_{\text{max}} \cdot C_{\text{max}} = Q_{\text{in}} \cdot C_{\text{in}}$$

$$N_A^+ = N_A^- + N_{\text{AS}}^-$$

$$\Rightarrow N_A^+ = N_A^-$$

Ιανουάριος 2018



$A = 120 \text{ m}^2$

$L_{loss} = 2000 \text{ W/m}^2$

$L_{AA} = 492 \text{ W/m}^2$

$L_{eq} = 200 \text{ W/m}^2$

$T = 40^\circ \text{C}$

$L_{AA} \xrightarrow{k_m} L_{AA}$

Α) Ισχύει καίτοι για Δ.Ο.Α. & Δ.Α.Α.

Β) $C_{AA,ss}$ & $C_{AA,ss}$ σε W/m^2

Γ) επιβεβαιώνεται υπολογίζοντας ότι $C_{AA,ss} = C_{AA,ss} = 1 \text{ m}^2 \text{ K}^{-1}$

Αδεια

$$\frac{V}{dt} \frac{dC_{AA}(t)}{dt} = L_{AA} - Q \cdot C_{AA}(t) + V_{AA} \cdot V$$

$$\frac{dC_{AA}(t)}{dt} = \frac{L_{AA}}{V} - \frac{Q \cdot C_{AA}(t)}{V} + \frac{V_{AA}}{V}$$

$$\frac{V}{dt} \frac{dC_{AA}(t)}{dt} = L_{AA} - Q \cdot C_{AA}(t) + V_{AA} \cdot V$$

$$\frac{V}{dt} \frac{dC_{AA}(t)}{dt} = L_{AA} - Q \cdot C_{AA}(t) + V_{AA} \cdot V$$



$$V = k_m \cdot C_{AOA} \quad V_{AOA} = -\frac{V}{1} = -k_m \cdot C_{AOA}$$

$$V_{AAA} = +\frac{V}{1} = +k_m \cdot C_{AOA}$$

$$V \frac{dC_{AOA}(t)}{dt} = L_{AOA} - Q \cdot C_{AOA}(t) - k_m \cdot C_{AOA} \cdot V$$

$$V \frac{dC_{AAA}(t)}{dt} = L_{AAA} - Q \cdot C_{AAA}(t) + k_m \cdot C_{AOA} \cdot V$$

③ Σε μόνιμες συνθήκες (in steady state) $\frac{dC_{AOA}(t)}{dt} = \frac{dC_{AAA}(t)}{dt} = 0$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{L_{AOA}}{V} - \left(\frac{1}{\tau} + k_m \right) \cdot C_{AOA,ss} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$0 = \frac{L_{AAA}}{V} - \frac{C_{AAA,ss}}{\tau} + k_m \cdot C_{AOA,ss}$$

$$C_{AOA,ss} = \frac{L_{AOA}}{V \left(\frac{1}{\tau} + k_m \right)}$$

⇒

$$C_{AAA,ss} = \frac{L_{AAA} \cdot \tau}{V} + k_m \cdot \tau \cdot C_{AOA,ss}$$

$$\Rightarrow C_{AAA,ss} = \frac{L_{AAA} \cdot \tau}{V} + k_m \cdot \tau \cdot \left(\frac{L_{AOA}}{V \left(\frac{1}{\tau} + k_m \right)} \right) = \dots$$

(4)

$$\textcircled{\Gamma} \quad C_{\text{DOA,ss}} = C_{\text{AAA,ss}} = 1 \text{ mg} \cdot \text{l}^{-1} \quad k_{\text{m}}' = ;$$

$$C_{\text{DOA,ss}} = 1 \text{ mg} \cdot \text{l}^{-1} \Rightarrow \frac{L_{\text{DOA}}}{V \left(\frac{1}{L} + k_{\text{m}} \right)} = 1 \text{ mg} \cdot \text{l}^{-1}$$

$$\Rightarrow k_{\text{m}}' = \dots$$

Εφόσον $k_{\text{m}} \neq k_{\text{m}}'$ γαρ;

$$\boxed{\begin{array}{l} k_{\text{m}} \neq k_{\text{m}}(T) \\ \neq k_{\text{m}0} \cdot e^{-\frac{E_a}{R(T-T_0)}} \end{array}}$$

$$\text{ή } k_{\text{m}} = k_{\text{m}0} (T - 20)^{\dots} = f$$

~~$$V_e \frac{dL_{BOD}}{dt} = L_{BOD, in} \cdot Q_{in} - L_{BOD}(t) \cdot Q_{out} - k_b \cdot L_{BOD}(t) \cdot V_e$$~~

~~$$V_e \frac{dDO(t)}{dt} = Q_{in} \cdot DO_{in} - Q_{out} \cdot DO(t) - k_a \cdot D$$~~

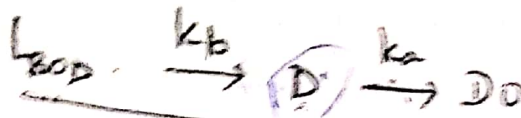
→ example 02

$$r_{BOD} = -k_b \cdot L_{BOD}$$

$$r_D = k_b \cdot L_{BOD} - k_a \cdot D$$

k_a = αναεργητος

k_b = βιοδιαμεση



ισοζυγιο

$$V_e \frac{dC_i}{dt} = Q_{in} \cdot C_{i, in} - Q_{out} \cdot C_i(t) + r_i \cdot V_e$$

BOD, $C_i = L_{BOD}(t)$

$$V_e \frac{dL_{BOD}}{dt} = Q_{in} \cdot L_{BOD, in} - Q_{out} \cdot L_{BOD}(t) + r_{BOD} \cdot V_e$$

$$V_e \frac{dD(t)}{dt} = Q_{in} \cdot D_{in} - Q_{out} \cdot D(t) + r_D \cdot V_e$$

$$V_e \frac{dDO(t)}{dt} = Q_{in} \cdot DO_{in} - Q_{out} \cdot DO(t) + r_{DO} \cdot V_e$$

$$r_{DO} + D = D_{in}$$

$k_a = 0$ γιατι δεν ειναι αεριοποιητω νερω.

Υπολογισμοι

$$V_y \cdot \frac{dL_{BOD}}{dt} = Q_{in} \cdot L_{BOD, in} - Q_{out} \cdot L_{BOD}(t) + r_{BOD} \cdot V_y + S_{BOD} \cdot A$$

$$\Rightarrow V_y \cdot \frac{dL_{BOD}}{dt} = r_{BOD} \cdot V_y$$

$$V_y \cdot \frac{dL_{BOD}}{dt} = \bar{V}_{BOD} \cdot Y - S_{OD} \cdot \frac{A}{v}$$



$$\Rightarrow \frac{dL_{BOD}}{dt} = \bar{V}_{BOD} \left(- \frac{S_{OD} \cdot \frac{A}{v}}{V} \right)$$

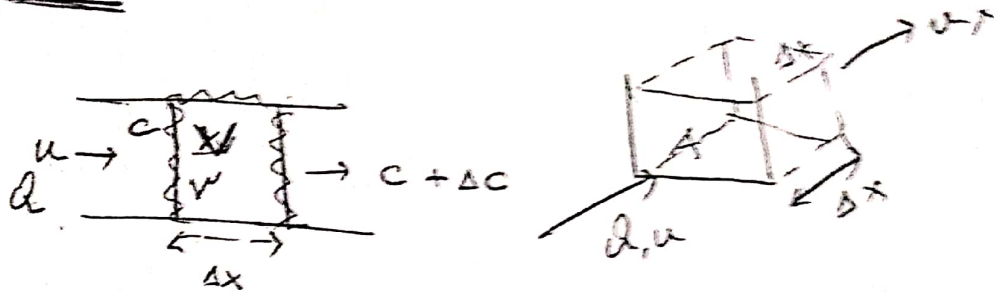
$$\bar{V}_{BOD} = -k_d \cdot L_{BOD}$$

① Ισορροπία σε ποσότητες (PFR) :- ισορροπία μαζας

(12)

- Λίστα υπό σταθερά συνθήκες

Λίστα



$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = Q \cdot c - Q \cdot (c + \Delta c) + V \cdot V$$

{ PFR ξεκινάει με Δ αρχικά d

$$\Rightarrow V \frac{\Delta c}{\Delta t} = -Q \cdot \Delta c + V \cdot V$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta c}{\Delta t} = - \frac{Q \cdot \Delta c}{V} + V = - \frac{Q \cdot \Delta c}{A \cdot \Delta x} + V$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta c}{\Delta t} = -u \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} + V \Rightarrow \frac{\Delta t \rightarrow 0}{\Delta x \rightarrow 0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + V}$$

Εφ. ισορροπίας μαζας
σε μητέλο PFR

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + V \xrightarrow{\text{μόνο σταθερές}} \frac{\partial c}{\partial t} \rightarrow 0$$

$$0 = -u \frac{dc}{dx} + V$$

$$\Rightarrow 0 = -u \frac{dc}{dx} + V$$

$$0 = -u \frac{dc}{dx} - k_d \cdot C$$

Αν ο ποσός συνδράμει
δίνει με χαρτί ο οποίος
βιοδιασπάται με $k_d = 0.01 d^{-1}$

$$\text{τότε } V = -k_d \cdot C$$

(13)

$$0 = -u \frac{dc}{dx} - k_d \cdot c \Rightarrow \frac{dc}{c} = -\frac{k_d}{u} \cdot dx$$



Δ.ε. χωρίσμων
μεταβλητών

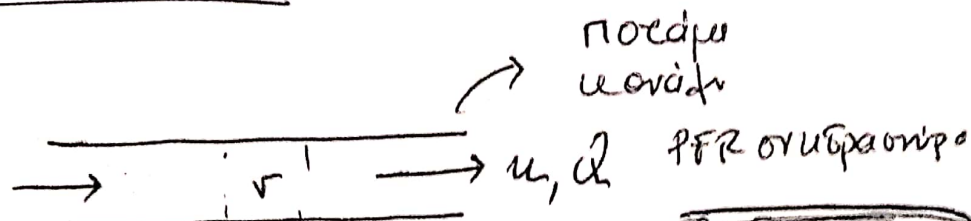
$$\Rightarrow \int_{c(x_0)}^{c(x)} \frac{dc}{c} = -\frac{k_d}{u} \cdot \int_{x_0}^x dx$$

$$\Rightarrow \boxed{c(x) = c(x_0) \cdot e^{-\frac{k_d}{u} \cdot (x - x_0)}}$$

Η αναγωγή της PFR σε μόνιμο (ή σταθερό) συνθήκες.

PFR μοντέλο

αντιδραστήρα ερευνητικής πορείας



$$A_{\lambda,a} = 330 \text{ km}^2 \quad A_{\lambda} = 82.4 \text{ km}^2 \quad H_{\lambda} = 4.48 \text{ m}$$

$$Q = 32 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{yr.}$$

$$V_{\lambda} = A_{\lambda} \cdot H_{\lambda}$$

$$C_{P,1960} = 6 \text{ ppb (ή } 6 \mu\text{g}\cdot\text{l}^{-1}\text{)}$$

$$C_{P,2010} = 25 \text{ ppb (ή } 25 \mu\text{g}\cdot\text{l}^{-1}\text{)}$$

Α) ισοδύναμο μάζας C!

Β) $L_{P,1960} = ;$ $L_{P,2010} = ;$ $L_{P,max}$ ώστε να έχω βιολογικούς συνδυασμούς.

Γ) Να χαρακτηρίσει η τιμή (ως προς το ευραδίο)

Δ) L_P με τη μέθοδο των συντελεστών.

Λύση

Β) μοντέλο Dillon για τον ευραδισμό

$$L_P (1-R) \tau = H \cdot C_P \rightarrow \text{Βαθός}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\swarrow$
 φορτίο $\downarrow$ συντελεστής $\downarrow$ χρόνος
 απορ. φων $\downarrow$ παραγωγής

$$L_P = \frac{H_{\lambda} \cdot C_P}{(1-R) \tau}$$

$$R = \frac{k_S \cdot \tau}{1 + k_S \cdot \tau}, \quad k_S = \frac{12.4}{H_{\lambda}}, \quad \tau = \frac{V}{Q}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{A_{\lambda} \cdot H_{\lambda}}{Q}$$

$$k_S = \frac{12.4}{4.48} = 2.77 \text{ yr}^{-1} \quad R = \frac{2.77 \text{ yr}^{-1} \cdot 4.48 \text{ yr}}{1 + 2.77 \cdot 4.48} \Rightarrow R = 0.93$$

$$L_{P,1960} = \frac{4.48 \text{ m} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ mg}\cdot\text{l}^{-1}}{(1 - 0.93) \cdot 4.48 \text{ yr}} = \dots \text{ g}^r/\text{m}^2\cdot\text{yr}$$

0.5 € 10 ppb συγκροτικό
 1000 € 50 ppb συγκροτικό
 0.50 ppb συγκροτικό

T₀ 1960 C_p = 6 ppb < 10 (συγκροτικό)
 T₀ 2010 C_p = 26 ppb > 10 (συγκροτικό)

④

X, Γ _i	A _{ΔΔ} (t ₀)	L (g/m ² yr)
1 ^η	A ₁	L ₁
2 ^η	A ₂	L ₂
3 ^η	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
i ^η	A _i	L _i
⋮	⋮	⋮
n	A _n	L _n

$$W_p = A_{\Delta\Delta} \cdot \sum_{i=1}^n A_i \cdot L_i = \underline{320 \text{ km}^2} \cdot (A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + \dots + L_n \cdot L_n)$$

$$= 320 (92.0 + 26.8 \cdot 0.03 + \dots + 74 \cdot \dots)$$

$\underline{W_p = gr/yr}$ μεταίρεται στη διάρκεια

$$\left| \begin{array}{cc} W = A \cdot L \\ \hline \left(\frac{\text{km}^2}{\text{yr}} \right) & \left(\frac{\text{t}}{\text{km}^2 \cdot \text{yr}} \right) \end{array} \right|$$

$$L_{p,n} = \frac{W_p}{A_{\Delta\Delta}} = \dots$$

12. οπ για να είναι οξυγονοποιη θα πρέπει C_{p,max} = 10 ppb

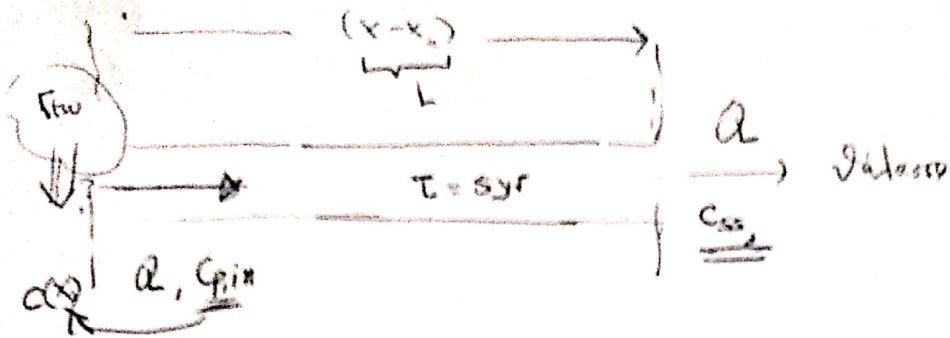
$$\Rightarrow L_{p,max} = \frac{H_n \cdot C_{p,max}}{(1-R)T} = \dots L_{p,max} = \dots gr/m^2yr$$

$$W_{max} = L_{p,max} \cdot A_{\Delta\Delta} = \dots gr/yr$$

(2015)

Ανάλυση βιολογικοί ποταμού

(16)



Α) ισορροπία μάζας

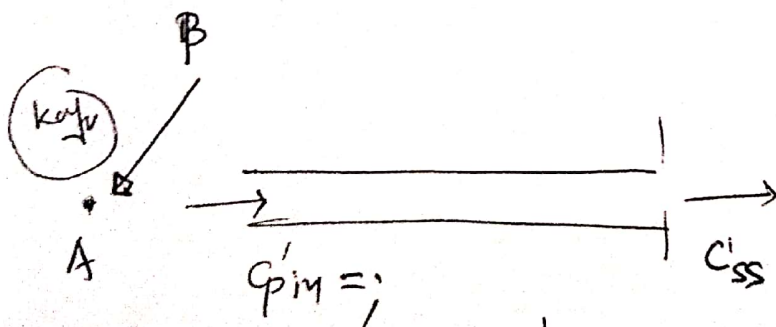
$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial x} - k_s \cdot C \quad (\text{δεδομένο})$$

Β) $C(x) = C(x_0) \cdot e^{-\frac{k_s}{u} \cdot (x-x_0)}$ (δεδομένο)

$$\Gamma) \quad k_s = i \quad C_{ss} = C_{in} \cdot e^{-\frac{k_s}{u} \cdot (x-x_0)} \Rightarrow C_{ss} = C_{in} \cdot e^{-k_s \cdot \tau}$$

$$\frac{x-x_0}{u} = \frac{L}{u} = \frac{L}{Q/A} = \frac{A \cdot L}{Q} = \frac{V}{Q} = \tau$$

$$\Rightarrow -k_s \cdot \tau = \ln \left(\frac{C_{ss}}{C_{in}} \right) \Rightarrow k_s = -\frac{\ln \left(\frac{C_{ss}}{C_{in}} \right)}{\tau}$$



Α) Ανάπτυξη δύο ρευμάτων

$$W_{koy} + W_B = W_{in}$$

$$\Rightarrow Q_k \cdot C_k + Q_B \cdot C_B = (Q_k + Q_B) \cdot C_{in}$$

$$\Rightarrow C_{in} = \frac{Q_k \cdot C_k + Q_B \cdot C_B}{Q_k + Q_B}$$

$$\Rightarrow C_{in} = \dots$$

$$C_{ss} = C_{in} \cdot e^{-\frac{k_s}{u} \cdot \tau} \Rightarrow C_{ss} = i \quad \tau = \frac{V}{Q} = \tau/2$$

με τη διαδικασία του Βιοαριθμού έχω C'_{pm} , τ' και C'_{pss} (17)
σε ποιο χρόνο θα έχω $C_{pm} = C'_{pss}$;
Το νέο C'_{pss} θα το έχω σε $t = \tau' = 2,5 \gamma \tau$

Λόγιστη με αλυσίδα (Γεν. 2016)

(15)

$C_{q,0} = 0$
 Q_0

* προκύπτει με διαφορά
 αρχική συγκέντρωση
 με
 παροχή ρυθμού



$$\frac{dm_q}{dt} = m_{q,0} - m_{q,1} + V_q \cdot V$$

(1)

$$V \frac{dC_q(t)}{dt} = m_{q,0} - Q \cdot C_q(t) - k_d \cdot C_q(t) \cdot V = \left[\frac{dC_q(t)}{dt} = - \left(\frac{1}{\tau} + k_d \right) C_q(t) \right]$$

Στο βιορόφιδο έχω $m_q = C_q \cdot V = 500 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 m^3 = 5000 kg$

Το φωτοφάρμακο αναμειγνύεται στη λίξη $C_q(0) = \frac{m_q}{V_1} = \frac{5000 kg}{1000000 m^3}$

$\Rightarrow C_q(0) = 5 mg \cdot l^{-1}$ (20)

Αν τρέχει $C_{q,0} = \dots mg \cdot l^{-1}$

$m_{q,0} = Q_0 \cdot C_{q,0} + \frac{m_q}{\tau}$

Η αναγκαία λίξη

$-\left(\frac{1}{\tau} + k_d\right) \tau$

$C_q(t) = C_q(t_0) \cdot e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_d\right) \tau} + \frac{m_{q,0}}{V \left(\frac{1}{\tau} + k_d\right)} \left[1 - e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_d\right) \tau} \right]$

$C_q(t) = C_q(t_0) \cdot e^{-\left(\frac{1}{\tau} + k_d\right) \tau}$

Ποια διεργασία "δίνονται" το φάρμακο

$\frac{1}{\tau} > k_d \Rightarrow$ ξεήλωση

αλλιώς είναι η αποδόμηση

Ξεήλωση από
 τη λίξη;
 αποδόμηση =;

$$\frac{dC}{dt} = \frac{I_{in} \left(\frac{C(t)}{C_0(t)} \right)}{\left(\frac{1}{t} + k_d \right)} = \text{Steady } C_0(t) = 0.1 \text{ mg/l}$$

$$\Rightarrow t = \dots$$

(19)

ODE: διαφορικό κρούση

$$V \frac{dC}{dt} = \sum_j Q_{jk} C_k - \sum_j Q_{kj} C_j + \sum_{j,k} Q'_{jk} C_k - \sum_{j,k} Q'_{kj} C_j \quad \text{όπου } Q'_{jk} = E_{jk} \cdot \frac{A_{jk}}{L_{jk}} \quad \begin{matrix} \text{(ενγόμενα)} \\ \text{μνηκας} \end{matrix}$$

Modelo CMS Σφαιρική λίμνη, δεξαμενής περιόχου
 θωρηκτικές μονάδες λητούργειας

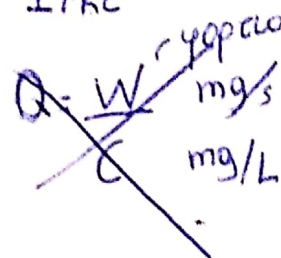
$$\frac{d(CV)}{dt} = Q_{in} C_{in} - Q_{out} C - kVC \quad \xrightarrow[\frac{V}{Q} = \tau]{V = \text{σταθ.}} \frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - kC \rightarrow$$

$$\frac{dC}{dt} + C\left(\frac{1}{\tau} + k\right) = \frac{C_{in}}{\tau} \quad \xrightarrow[\text{g}' + p(x)y = q(x)]{\text{παραμ. 1}^{\text{ο}} \text{ τάξης}} \quad C = C_0 e^{-(1/\tau + k)t} + \frac{C_{in}}{1 + k\tau} e^{-(1/\tau + k)t}$$

για SS (σταθ. συνθήκες) έχω: $C_{ss} = \frac{C_{in}}{1 + k\tau}$

είδαν εξίσωση για λήυθση (συχνή εκκ. ουλο)

$$C = \frac{M}{V}$$



$$C = C_0 e^{-(1/\tau + k)t} + \frac{C_{in}}{1 + k\tau} (1 - e^{-(1/\tau + k)t}) \quad \xrightarrow[k \neq 0]{C_{ss} = C_{in}} \rightarrow$$

$$C = C_0 e^{-t/\tau} + C_{ss} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \textcircled{1}$$

υπολογισμ χρόν. συν. σταθ. κατάσταση για λήυθση

$$\frac{C - C_0}{C_{ss} - C_0} = 0.95 \rightarrow C - C_0 = 0.95 C_{ss} - 0.95 C_0 \rightarrow C = 0.05 C_0 + 0.95 C_{ss} \quad \textcircled{1}$$

$$e^{-t/\tau} = 0.05 \rightarrow \ln 0.05 = -\frac{t}{\tau} \rightarrow t_{95\%_{ss}} = \frac{3\tau}{\tau} \quad (k=0)$$

χρόν. συν. σταθ. κατάσταση

$$e^{-(1/\tau + k)t} = 0.05 \rightarrow t_{95\%_{ss}} = \frac{3}{1/\tau + k}$$

ΠΟΛΕ C_2 είναι μέγιστο.

$$\frac{C_2}{\tau} = \frac{C_1}{\tau} - \frac{C_2}{\tau} \rightarrow C_1 = C_{2, \max}$$

$$\begin{aligned} n=2 &\rightarrow C_2 = \frac{C_0 \cdot t}{\tau} e^{-t/\tau} \\ n=1 &\rightarrow C_1 = C_0 e^{-t/\tau} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} n=2 \\ n=1 \end{aligned}} \right\} C_1 = C_2, t = \tau \Rightarrow C_{2, \max} = 0.368 C_0$$

Ενικό $C_n = C_{n-1}$, όταν $C_n = \max$ και $t = (n-1)\tau$

ΠΡΟΣΤΗΡΕΙ ΣΕ ΣΕΙΡΑ (ΕΞΩ 3)

$$\frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C_1}{\tau} - kC_1, \quad \frac{dC_2}{dt} = \frac{C_1}{\tau} - \frac{C_2}{\tau} + kC_2, \quad \frac{dC_3}{dt} = \frac{C_2}{\tau} - \frac{C_3}{\tau} + kC_3$$

$$\downarrow$$

$$C_1 = \frac{C_{in}}{1+k\tau}$$

$$\downarrow$$

$$C_2 = \frac{C_1}{1+k\tau} = \frac{C_{in}}{(1+k\tau)^2}$$

$$C_3 = \frac{C_2}{1+k\tau} = \frac{C_{in}}{(1+k\tau)^3}$$

τα εμβολικής ροής (plug flow) $\rightarrow$ Ποταμια

αγκυρ, σταθερή ροή $\rightarrow \frac{\partial C}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial C}{\partial x} - kC$ μη-σταθ. κατάσταση

$$\rightarrow \frac{\partial C}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial C}{\partial x} - kC \xrightarrow{\bar{U} = \frac{Q}{A}} \bar{U} \frac{\partial C}{\partial x} = -kC \xrightarrow{\int_0^x} \frac{dC}{C} = \int_0^x \frac{-k}{\bar{U}} dx \rightarrow$$

$$\frac{kx}{\bar{U}} \quad t = \frac{x}{\bar{U}} \quad C = C_0 e^{-kt}$$

$\left(\frac{V = xA}{\text{χρόνος μετακίνησης}} \right)$

$$C = C_0 e^{-\frac{kx}{\bar{U}}} = C_0 e^{-\frac{kxA}{Q}}$$

$$C = C_0 e^{-kV/Q} = C_0 e^{-k\tau} \quad (C_0 = C_{in})$$

$$t_{95\%} = \frac{3}{1 + (k_s \otimes)} \text{ years}$$

• Ειδική περίπτωση για CMS $\rightarrow C_0 = \frac{C_{in}}{1 + k_s}$ αβρυσή

• + Δt + PFR $\rightarrow \frac{C_{in}}{1 + k_s} > C_{in} e^{-k_s \Delta t} \rightarrow \frac{0.1}{1 + k_s} > C_{in} e^{-k_s \Delta t}$
Για απεφόρτιση των όγκων

• Ειδική περίπτωση αγωγού σε RFR ($C_{in} = 0$)

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{in}}{\tau} - \frac{C}{\tau} - kC \rightarrow \frac{dC}{dt} = \left(\frac{1}{\tau} - k \right) C \rightarrow \frac{dC}{C} = \left(\frac{1}{\tau} - k \right) dt \xrightarrow{\int}$$

$$\int_{C_0}^C \frac{1}{C} dC = \left(\frac{1}{\tau} - k \right) t \rightarrow C = C_0 e^{-(\frac{1}{\tau} - k)t} \quad \text{όπου } C_0 = \frac{M}{V_{total}}$$

Συστήματα συμμεταφοράς & διασποράς (ADS) $E = 1.0 \text{ km}^2/\text{day}$ για ποταμίσια
Εκβολικό ποταμίσια με ύπαρξη παλιρροίας, εκβολή νερού σε θαλάσσια

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial C}{\partial x} + E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC \xrightarrow{\text{σταθ. κατά (1)}} E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \bar{U} \frac{\partial C}{\partial x} - kC = 0 \quad \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \text{ αμελητέο}$$

$$C_1 = C_0 e^{gx} \quad -\infty < x < 0 \quad \text{ορίζεται συνθήκη}$$

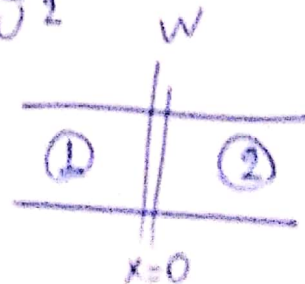
$$C_2 = C_0 e^{jx} \quad 0 < x < \infty$$



$$g = \frac{\bar{U}}{2E} (1 + m), \quad j = \frac{\bar{U}}{2E} (1 - m), \quad m = \sqrt{1 + \frac{4kE}{\bar{U}^2}}$$

όπου γνωρίζω $\bar{U}, E, k$ και φανταστικό

$$Q C_0 - E A \left. \frac{dC_1}{dx} \right|_{x=0} + W = Q C_0 - E A \left. \frac{dC_2}{dx} \right|_{x=0}$$



$$\left. \frac{dC_1}{dx} \right|_{x=0} = C_0 g$$

$$\left. \frac{dC_2}{dx} \right|_{x=0} = C_0 j$$

$$C_0 = \frac{W}{Q \cdot m} \quad \text{λειτουργία διασποράς} \quad E = Q \cdot m \rightarrow m = 1$$

$$C_0 = \frac{W}{Q}$$

$$\text{ήταν πιο δύσκολο } C = C_0 e^{\sqrt{\frac{kx^2}{E}}} + C_0 e^{-\sqrt{\frac{kx^2}{E}}}$$

Υπολογισμός του E (από δεδομένα αλλατών)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = -v \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + EA \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^2} \rightarrow -v \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + EA \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x^2} = 0$$

$$S = C_1 e^{gx} + C_2 e^{jx} \quad \left\{ \begin{array}{l} S = C_1 e^{\frac{v}{E}x} + C_2 \end{array} \right.$$

για $x = -\infty \rightarrow S = 0, C_2 = 0 \Rightarrow S_1 = C_1 e^{\frac{v}{E}x}$
 για $x = +\infty \rightarrow S = S_0, C_1 = S_0 \Rightarrow S_1 = S_0 e^{\frac{v}{E}x}$ για $x \leq 0$

$$\ln S = \ln S_0 + \frac{v}{E} \cdot x$$

Υπολογισμός ταχύτητας

$$C = \frac{M}{2A\sqrt{\pi Et}} e^{-\frac{(x-ut)^2}{4Et}} - kt$$

(Μεταφορά υγρασιών)

$$C_p = k_p M \cdot C$$

k_p : συγκεντρωση σφαιρας φάσης
 k_r : συρτα. σφαιρας φάσης
 M : συγκε. ατφουμένου, συρταειδω
 C : η. διαλυμένης φάσης

$$C_T = C_p + C \Rightarrow C = \frac{C_T}{1 + k_p M}, \quad C_p = \frac{k_p M}{1 + k_p M} \cdot C_T$$

$$\text{Απορρόφηση φασίου} = \int (Q \cdot C)$$

για CMS $\rightarrow mp = \underbrace{k_s C_{ss, new}}_{\text{καθυσμηση}} V \cdot t$

για CMS $\rightarrow$ φάση $C_{max} = C_{ss, new} + \frac{mp}{V}$

Αν Ρ επαναλωρείται)

Κεφάλαιο 5: Μοντελοποίηση BOD και DO σε ποτάμια

Μοντέλο Streeter-Phelps για DO

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -u \frac{\partial D}{\partial x} - k_a D + k_d L \frac{1 - \exp(-k_d(x/u))}{k_a - k_d}$$

$$\frac{\partial D}{\partial x} + \frac{k_a}{u} D = \frac{k_d}{u} L \exp(-k_d(x/u)) \quad \frac{D=D_0}{x=0}$$

$$D = D_0 \exp(-k_a(x/u)) - \frac{k_d L_0}{k_a - k_d} \left(\exp(-k_d(x/u)) - \exp(-k_a(x/u)) \right) \quad (1)$$

$$x_c = \frac{u}{k_a - k_d} \ln \left(\frac{k_a}{k_d} - \frac{k_a D_0 (k_a - k_d)}{k_d k_d L_0} \right) \quad \text{κρίσιμη απόσταση}$$

$$(1) \frac{D=C_{\text{sat}}-L}{D_0=C_{\text{sat}}-C_0} \rightarrow C = C_{\text{sat}} - (C_{\text{sat}}-C_0) \exp(-k_a(x/u)) + \frac{k_d L_0}{k_a - k_d} \left(\exp(-k_d(x/u)) - \exp(-k_a(x/u)) \right)$$

$$\text{κρίσιμο ελάττωμα} \rightarrow D_c = \frac{k_d}{k_a} L_0 \exp(-k_d(x_c/u)) \quad C_{\text{sat}} = \text{συγκεκριμένη κορεσμός}$$

Μοντελοποίηση BOD (L) & DO σε εκβολή ποταμού

$$\frac{\partial L}{\partial t} = -u \frac{\partial L}{\partial x} + E \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - k_d L$$

$$L = \frac{W}{Q \cdot m} \exp\left(\frac{y}{2E}\right) \times (1 \pm m)$$

$$C_1 = C_0 \exp^{gx} \quad \text{αναρτα}$$

$$C_2 = C_0 \exp^{-jx} \quad \text{καταρτα}$$

$$m = \sqrt{1 + \frac{4k_d E}{u^2}}$$

$$g = \frac{u}{2E} (1+m)$$

$$j = \frac{u}{2E} (1-m)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -u \frac{\partial D}{\partial x} + E \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - k_a D + k_d L \xrightarrow{ss}$$

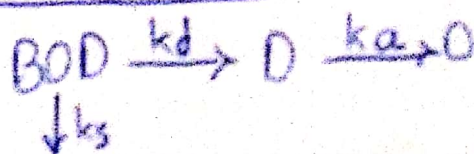
$$-u \frac{\partial D}{\partial x} + E \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - k_a D + k_d \frac{W}{Q \cdot m} \exp\left(\frac{y}{2E} \cdot x(1 \pm m)\right) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow \infty \rightarrow D=0 \\ x=0 \rightarrow D=D_0 \end{array} \right\} D = C_1 \exp^{gx} + C_2 \exp^{-jx} + g_p(x)$$

$$D = \frac{k_d}{k_a - k_d} \frac{W}{Q} \left(\frac{1}{m} \exp\left(\frac{y}{2E} \cdot x(1 \pm m)\right) - \frac{1}{m_1} \exp\left(\frac{y}{2E} \cdot x(1 \pm m)\right) \right)$$

$$m_1 = \sqrt{1 + \frac{4k_a E}{u^2}}$$

Ⓢ σχηματικό



Κεφάλαιο 4

Ολιγοτροφική $C_{ss} < 10 \text{ mg/L}$, μεσοτροφική $10 < C_{ss} < 20 \text{ mg/L}$

Ευτροφική $C_{ss} > 20 \text{ mg/L}$

W_i = εισροή αναρτημένου φωσφορού, W_o = εισροή οργανικού φωσφορού,

N_i = συγκέντρωση - II - , N_o = συγκέντρωση - II -

P = συγκέντρωση φωσφορού στο ρυζάκι, k_g = μετατροπή του αναρτημένου σε ρυζάκι

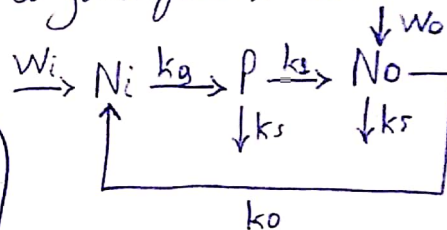
k_1 = μετατροπή ρυζακίου σε οργανικό, k_s = απομείωση ρυζακίου,

k_o = η οργανικού ρυζακίου σε αναρτημένο

Παραδοχές: σταθερή ροή, CMS ανεξαρτησία, το συνολικό K απομείωσης στο ρυζάκι δεν λαμβάνονται υπόψη

Ισοζύγιο για αναρτημένο φωσφόρο:

$$\frac{dN_i}{dt} = W_i - Q \cdot N_i + k_o V N_o - k_g V N_i \cdot P$$



Ισοζύγιο για οργανικό φωσφόρο:

$$\frac{dN_o V}{dt} = W_o - Q N_o - k_o V N_o + k_1 P \cdot V - k_s V N_o$$

$$\div V \Rightarrow \frac{dN_i}{dt} + \frac{dN_o}{dt} + \frac{dP}{dt} =$$

$$\frac{W_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + \frac{W_o}{V} - \frac{N_o}{\tau} - k_s N_o - \frac{P}{\tau} - k_s P$$

Ισοζύγιο για φωσφόρο του ρυζακίου:

$$\frac{dP V}{dt} = -P Q - k_1 P V - k_s P V + k_g P N_i \cdot V$$

$$N_{total} = N_i + N_o + P$$

$$W_{total} = W_i + W_o$$

$$\frac{dN_{total}}{dt} = - \frac{N_{total}}{\tau} + \frac{W_{total}}{\tau} - k_s N_o - k_s P$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{W_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + k_o N_o - k_g N_i \cdot P \quad (4)$$

$$\frac{dN_o}{dt} = \frac{W_o}{V} - \frac{N_o}{\tau} - k_s N_o + k_1 P - k_o N_o \quad (5)$$

$$\frac{dP}{dt} = - \frac{P}{\tau} + k_g P N_i - k_1 P - k_s P \quad (6)$$

Εάν μας ζητάνε ως σταθερές χρησιμοποιώ τα ίδια ισοζύγια χρησιμοποιώντας δεδομένα N_i, N_o, P .

$$(6) \xrightarrow{ss} N_i = \frac{k_1 + k_s + 1/\tau}{k_g} \quad (7) \quad (5) \xrightarrow{ss} N_o = \frac{\frac{W_o}{V} + k_1 P}{1/\tau + k_o + k_s} \quad (8)$$

$$(4) \xrightarrow{ss} P = \frac{a(N_o - N_i) + N_r \frac{k_o}{k_1}}{(a - k_o N_i - k_n) \tau} \quad a = \frac{(1/\tau + k_o + k_s)}{k_1}, \quad N_r = \frac{W_o \tau}{V}, \quad N_o = \frac{W_i \tau}{V} \quad (9)$$

Ισορροπία για ολόκο P

$$V \frac{dP}{dt} = P_{in} Q - P R - k_s V P_{int} \xrightarrow{ss} \frac{dP}{dt} = \frac{P_{in}}{\epsilon} - \frac{P}{\epsilon} - k_s P \xrightarrow{ss} P_{ss} = \frac{P_{in}}{1 + k_s \epsilon}$$

$$P_{in} = \frac{W}{Q} \text{ (απόρροη)}$$

$$k_s = \frac{P_{int}}{P} \cdot \frac{V_s}{H} \text{ (απόρροη)}, \quad R = 1 - \frac{P}{P_{in}} = \frac{k_s \epsilon}{1 + k_s \epsilon}$$

↳ ολόκοι απορροφούν

Μοντέλο Dillon ($k_s = \frac{V_s}{H}$)

$$V \frac{dL}{dt} = Q_{in} L_{in} - Q L - k_s L V \xrightarrow{ss} Q_{in} L_{in} - Q L - k_s L V = 0 \rightarrow$$

$$Q L_{in} = Q L + k_s L V \xrightarrow{A = \frac{V}{H} \rightarrow \text{απόρροη (m)}} \frac{Q L_{in}}{A} = \frac{Q L}{A} + \frac{k_s L V}{A} \xrightarrow{1/\epsilon = P}$$

$$\frac{L(1-R)}{P} = H C \quad \text{όπου } L = \frac{Q L_{in}}{A}, \quad R = \frac{Q/A}{13.51 Q/A}$$

↳ ολόκοι
↳ απορροφούν
↳ συγκέντρωση

$$L = \frac{Q L_{in}}{A(1-R)} \rightarrow g/m^2 y$$

Ισορροπία φυτοπλαγκτων

$$\frac{P}{t} = (G_P - D_P) P \rightarrow P = P_0 e^{(G_P - D_P) t}$$

↳ τακτική θανάτων
↳ τακτική αναπαραγωγής

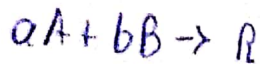
Εξίσωση Μονομικτικής → Michaelis-Menton $G(N) = \frac{N}{K_{MN} + N}$

$$K_{MN} + N$$

↳ ολόκοι κορεσμένοι

Χημική κινητική

$$r = \frac{1}{\Delta V} \frac{dN}{dt} \rightarrow r = \frac{dC}{dt}$$



$$r_A = -k[A]^a[B]^b$$

$$\text{νόμος Arrhenius}$$
$$k = Ae^{-(E_a/RT)}$$

Μονομοριακή ραγνή

$$\frac{dC}{dt} = -k \rightarrow \int_{C_0}^C \frac{1}{C} = -k \int_0^t dt \rightarrow \ln \frac{C}{C_0} = -kt \rightarrow C = C_0 e^{-kt}$$

1^{ος} ραγνή

$$\frac{dC}{dt} = -kC \rightarrow C = C_0 e^{-kt} \rightarrow \ln C = \ln C_0 - kt$$

2^η ραγνή

$$\frac{dC}{dt} = -kC^2 \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + kt$$

2^η ραγνή, 2 ανταγωνιστές, μίξη ανταγωνιστών

$$\frac{dC}{dt} = -kAB C + kAA C - kA^2 \rightarrow \ln \frac{A}{B_0} - \ln \frac{A_0}{B} = -k(B_0 - A_0)t$$

Κινητική Michaelis Menten (Μονο)

ρυθμός αντίδρασης $r_p = \frac{dP}{dt} = \frac{V_m \cdot S}{K_m + S}$

S: υποστρώμα

$$K_m = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1} = \text{συνολικά ημισυν. κορεσμού}$$

$$V_m = k_2 E_0 = \text{μέγιστη ταχύτητα}$$

κινητική Monod (αντίδραση βιοκύτταρων)
(χρόνος υποστρώματος)

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_s + S}$$

μ : μέγιστη ταχύτητα ανάπτυξης προκύπτει

μ_{max} : ειδική ταχύτητα ανάπτυξης

S: υποστρώμα

K_s ημισυν. σταθερά κορεσμού

Ανάλυση πορείας (Ιατρική)

Μέθοδος χ^2 $\rightarrow \chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\text{τιμές πειλίου} - \text{τιμές πορείας})^2}{\text{τιμές πορείας}}$

όπου $\chi^2 \leq \chi_{0.2}^2$ το αποτέλεσμα καλό

Μέθοδος t-test $\rightarrow t = \frac{\bar{d} \sqrt{n}}{S_d}$ όπου $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$ Διαφορά πειλίου και τιμής στο μ της I

και $S_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1} - \frac{n}{n-1} \bar{d}^2}$

κριτήριο αποδοχής $t^2 \leq t_{0.2}^2$

2ος Fick

$$\frac{C - C_0}{C_{in} - C_0} = \text{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

$$x = \frac{z}{\sqrt{4Dt}} \text{ --- } \text{Βάθος } \textcircled{1}$$

--- διαχύσις

① βρίσκω

② στο που θρήκα το αράφω στο ω 1

πχ $\frac{C - C_0}{C_{in} - C_0} = 0.999328852 \rightarrow 1 - \rightarrow = 0.0068$

$$\text{erfc}(x) = 0.0068$$

③ πληρώνω στον πίνακα & βρίσκω το αντιστοιχ $x = 2.4$

④ Λύνω την $\textcircled{1}$

Κεφάλαιο 6

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{1}{\tau} C \text{ --- } \text{δραστηριότητα γενήματος}$$

$$\frac{1}{\tau} C = -kC \text{ --- } \text{αποικοδόμηση βιοδιασπορά}$$

Εστω ένας βιολογικός φακός $C_{ss, \text{new}}$

$$Q_{in} \cdot C_{in} + Q_B \cdot C_B = Q_{new} \cdot C_{new}$$

$$C_{ss, \text{new}} = \frac{C_{new}}{1 + K_s C}$$

λύση

$$C_{new} = C_0 e^{-kC} \text{ --- } (Q_{in} + Q_B) \text{ } Q_{total}$$

ποσότητα

$$Q_{in} \cdot C_{in} + Q_B \cdot C_B = Q_{new} \cdot C_{new}$$