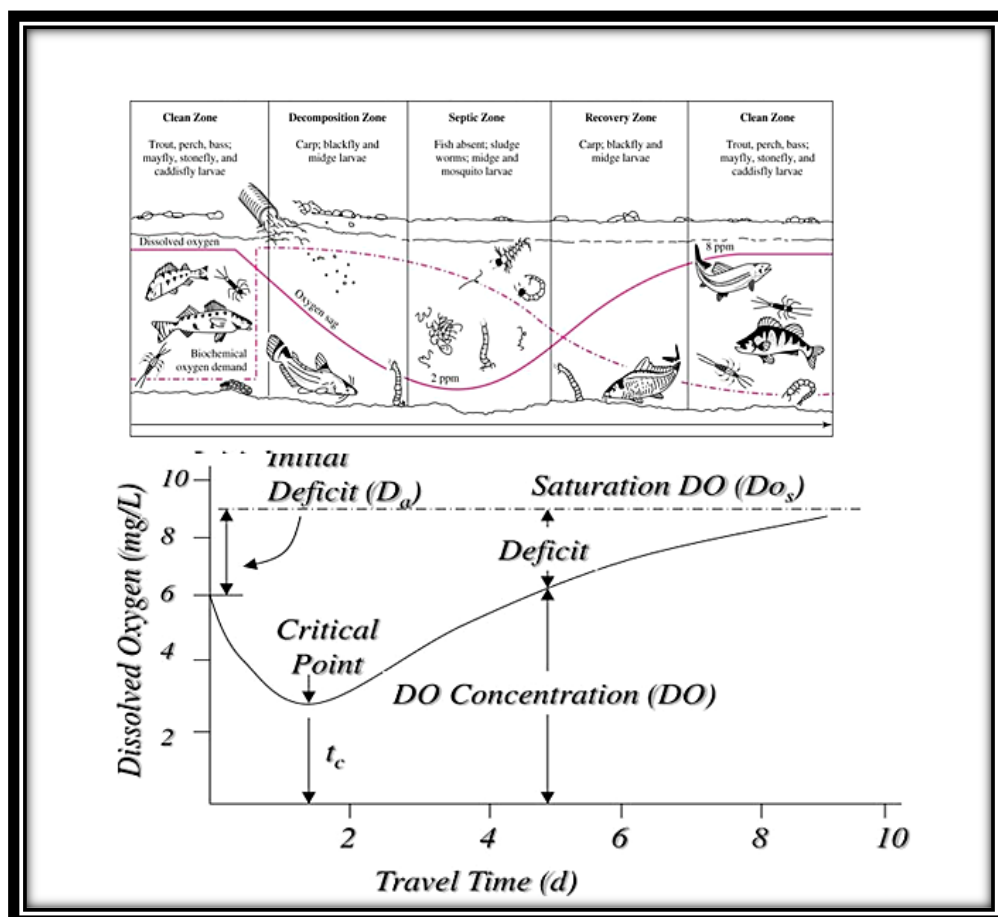


<<BOD & DO Sag Curve Modeling Analysis >>

Παντής Άγγελος – 2018050055



Πρόβλημα

Ο ποταμός Οχάιο των ΗΠΑ δέχεται οργανικά φορτία από ένα εργοστάσιο βιολογικού καθαρισμού που βρίσκεται στα 472 μίλια. Σύμφωνα με τα δεδομένα από το πεδίο, θα γίνει η βαθμονόμηση του μοντέλου Streeter-Phelps, υπολογίζοντας τις σταθερές k_a και k_d . Ακόμα, θα υπολογιστεί το φορτίο του βιολογικού (kg BOD/day) με δεδομένη παροχή 5000 cfs. Τέλος, θα βρεθεί το επιτρεπτό όριο του φορτίου του βιολογικού στη περίπτωση που οι περιβαλλοντικές επιταγές υποδεικνύουν ότι η κατώτατη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου δεν πρέπει να γίνει μικρότερη από 5mg/L.

Εισαγωγή

Ο ποταμός Οχάιο έχει μήκος 1.579 χιλιόμετρα . Ξεκινάει από το κέντρο του Πίτσμπουργκ στην Πενσυλβάνια, με την ένωση δύο μικρότερων ποταμών και εκβάλλει στον Μισισισιπί, στο Ιλλινόι. Διέρχεται από έξι πολιτείες (Πενσυλβάνια, Ιλλινόι, Ιντιάνα, Κεντάκι, Οχάιο και Δυτική Βιρτζίνια), ενώ η λεκάνη απορροής του είναι 528 χιλιάδες τετραγωνικά χιλιόμετρα και επηρεάζει συνολικά 14 πολιτείες

Ο ποταμός Οχάιο στο σύνολό του κατατάσσεται ως ο πιο μολυσμένος ποταμός στις Ηνωμένες Πολιτείες, με βάση τα δεδομένα του 2009 και του 2010. Σύμφωνα με την Επιτροπή Αποχέτευσης Υδάτων της Κοιλάδας του Οχάιο (ORSANCO), ήταν ο πιο μολυσμένος ποταμός για τουλάχιστον 10 χρόνια μέχρι το 2013. Η Επιτροπή διαπίστωσε ότι το 92% των τοξικών απορρίψεων ήταν νιτρικά άλατα, συμπεριλαμβανομένων της απορροής των αγροκτημάτων και των λυμάτων από βιομηχανικές διεργασίες (όπως η παραγωγή χάλυβα).

Για αρκετές δεκαετίες ξεκινώντας από τη δεκαετία του 1950, ο ποταμός Οχάιο ήταν μολυσμένος με εκατοντάδες χιλιάδες λίβρες PFOA, μια χημική ουσία με βάση το φθόριο που χρησιμοποιείται για την παρασκευή τεφλόν, από έναν σωλήνα εκροής βιομηχανικών εγκαταστάσεων στη Δυτική Βιρτζίνια.

Δεδομένα Πεδίου

Μέση ταχύτητα του ποταμού: $u_{avg} = 0,3 \text{ m/s}$

Διαλυμένο οξυγόνο κορεσμού: $C_{sat} = 8,3 \text{ mg/L}$

Απόσταση (μίλια)	BOD (mg/L)	DO (mg/L)
460	4	7,5
465	4	7,8
470	4	8
472	12	8
475	11	6,7
480	9,3	5,3
490	7,5	3,8
500	6	3,2
510	5,3	2,8
520	4,5	2,8
540	4	3,1
560	3	4,1
580	2,5	5,3

1. Βαθμονόμηση μοντέλου Streeter – Phelps

Το εργοστάσιο βιολογικού καθαρισμού βρίσκεται στα 472 μίλια, συνεπώς οι αποστάσεις θα υπολογιστούν ως προς τη συγκεκριμένη τοποθεσία. Θα αφαιρεθούν δηλαδή από κάθε απόσταση τα 472 μίλια για να προκύψει κάθε φορά η απόσταση από τη πηγή του ρύπου. Οι μετρήσεις που αφορούν μεγέθη DO και BOD πριν την επενέργεια της μόλυνσης, δεν λαμβάνονται υπόψη στη διαδικασία βαθμονόμησης.

Από τα δεδομένα που συλλέχθηκαν στο πεδίο, βρίσκεται:

Αρχική συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου μετά την απόρριψη των λυμάτων: D.O. = 8mg/L

Αρχικό έλλειμμα διαλυμένου οξυγόνου αμέσως μετά την ανάμιξη: $D_o = C_{sat} - C = 8,3 - 8 = 0,3$ mg/L.

Αρχική συγκέντρωση BOD αμέσως μετά την απόρριψη των λυμάτων: $L_o = 12$ mg/L.

Συγκέντρωση BOD πριν την εισροή του βιολογικού: $L_{priv} = 4$ mg/L.

Μεθοδολογία και Αποτελέσματα

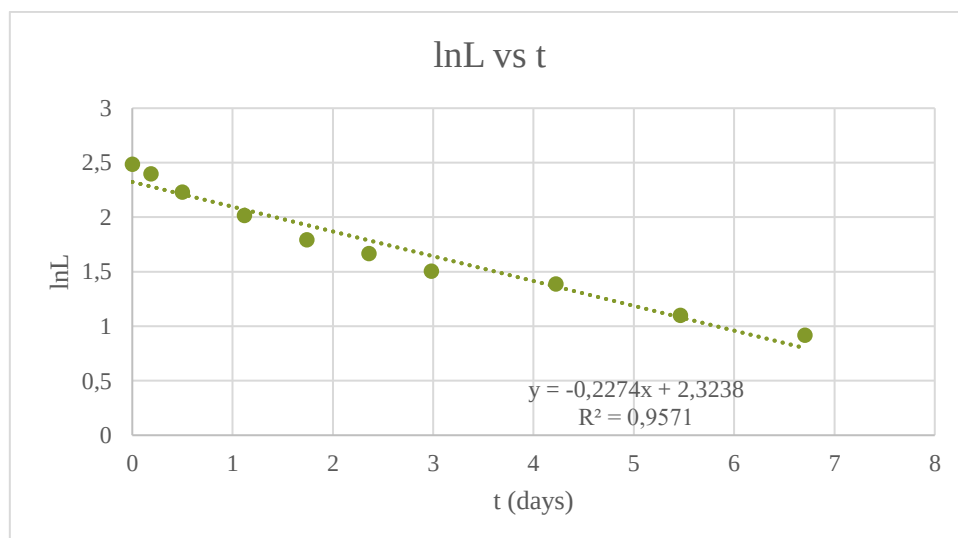
Η οξείδωση του ανθρακούχου BOD θεωρείται 1^{ης} τάξης αντίδραση, της μορφής $dC/dt = -kC$. Συμβολίζοντας τη συγκέντρωση του BOD με L και θεωρώντας τη σταθερά k_d (σταθερά αποξυγόνωσης), τότε:

$$\frac{dL}{dt} = -k_d L \quad \text{ή} \quad \frac{u_{avg} dL}{dx} = -k_d L$$

Χωρίζοντας μεταβλητές και ολοκληρώνοντας κατά μέλη οποιαδήποτε από τις δύο προηγούμενες εξισώσεις, προκύπτει: $\ln\left(\frac{L}{L_o}\right) = -k_d t = -k_d \frac{x}{u}$

Η σταθερά k_d μπορεί να βρεθεί από τη κλίση της ευθείας $\ln L = \ln L_o - k_d t$.

Απο τις μετρήσεις απόστασης και μέσης ταχύτητας υπολογίζεται ο χρόνος (σε ημέρες), αφού πρώτα γίνει μετατροπή της απόστασης στη μονάδα του μέτρου. Η συγκέντρωση του BOD έχει συμβολιστεί με L . Σύμφωνα με τα παραπάνω, η γραφική αναπαράσταση του $\ln L$ με το χρόνο θα δώσει ευθεία με κλίση $-k_d$.



Διάγραμμα 1

Από την εξίσωση της ευθείας γραμμής τάσης προκύπτει $k_d = 0,2274 \text{ days}^{-1}$.

Εξίσωση Streeter – Phelps

Η εξίσωση δίνει το έλλειμμα του διαλυμένου οξυγόνου συναρτήσει του χρόνου (ή της απόστασης). Συνδυάζει τον ρυθμό αποξυγόνωσης k_d (ανθρακούχο BOD) και τον ρυθμό επαναερισμού k_a (και οι δυο έχουν θεωρηθεί αντιδράσεις 1^{ης} τάξης). Και οι δύο σταθερές εξαρτώνται από το βάθος, τη μέση ταχύτητα και τη θερμοκρασία του νερού.

Το έλλειμμα του διαλυμένου οξυγόνου εκφράζει το κατά πόσο απέχει η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου από συνθήκες κορεσμού. Αποτελεί την αιτία του επαναερισμού (ισορροπία οξυγόνο σε αέρια και υγρή φάση).

$$\text{Deficit } D = C_{\text{sat}} - C = [\text{DO}]_{\text{sat}} - [\text{DO}]$$

$$\text{Εξ. Streeter – Phelps: } D = D_0 e^{-k_a t} + \frac{k_d L_0}{k_a - k_d} (e^{-k_d t} - e^{-k_a t}), t = \frac{x}{u}$$

Αν το έλλειμμα αντικατασταθεί και η εξίσωση λυθεί ως προς τη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου:

$$C = C_{\text{sat}} - (C_{\text{sat}} - C_0) e^{-k_a t} - \frac{k_d L_0}{k_a - k_d} (e^{-k_d t} - e^{-k_a t}) \quad (1)$$

Έχοντας ως πρώτη εκτίμηση του k_d το **0,2274**, γίνονται υποθέσεις για τη τιμή του k_a κοντά σε αυτό το αποτέλεσμα. Υπολογίζεται για κάθε δοκιμή k_a η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου σε κάθε χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση Streeter – Phelps (τιμή μοντέλου). Στη συνέχεια υπολογίζεται ο δείκτης RMSE για κάθε περίπτωση.

$$RMSE = \sqrt{\frac{(\text{τιμές πεδίου} - \text{τιμές μοντέλου})^2}{\text{αριθμός μετρήσεων}}}$$

Η τιμή του k_a που θα εμφανίσει τιμή RMSE κάτω από 1 θεωρείται αποδεκτή.

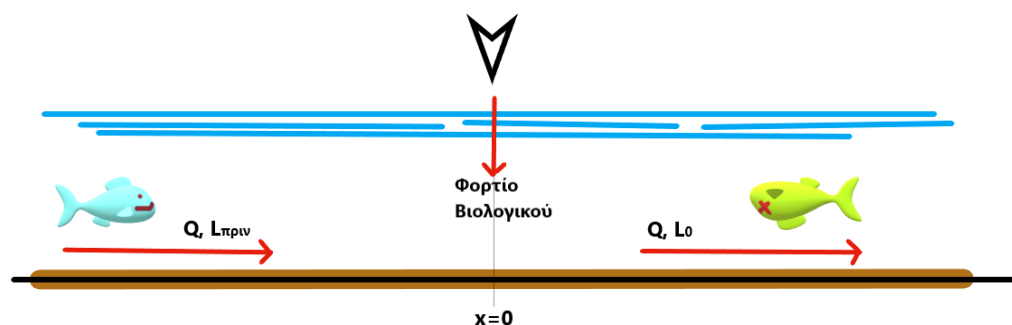
Από τις τιμές που ελέγχονται για το k_a , το **0,20** είχε τη μικρότερη τιμή δείκτη $RMSE = 1,21$. Σε αυτή τη περίπτωση όπου το RMSE δεν είναι μικρότερο της μονάδας, γίνεται ξανά δοκιμή στην εξίσωση Streeter – Phelps, αυτή τη φορά με μεταβλητές και τις δύο σταθερές k_a , k_d . Οι τιμές που ελέγχονται είναι κοντά στις αρχικές εκτιμήσεις των τιμών τους. Έπειτα από δοκιμές προέκυψε: **$k_a = 0,29 \text{d}^{-1}$, $k_d = 0,48 \text{d}^{-1}$ με $RMSE = 0,2094$.**

Το RMSE προέκυψε αρκετά μικρό, συνεπώς οι δεύτερες εκτιμήσεις θα είναι αυτές που θα γίνουν δεκτές.

Οι πίνακες με τις δοκιμές και τους υπολογισμούς παρουσιάζονται στο Παράρτημα II.

2. Υπολογισμός φορτίου που απορρίπτει το εργοστάσιο βιολογικού καθαρισμού

Γίνεται εφαρμογή του ισοζυγίου μάζας για ένα τμήμα του ποταμού:



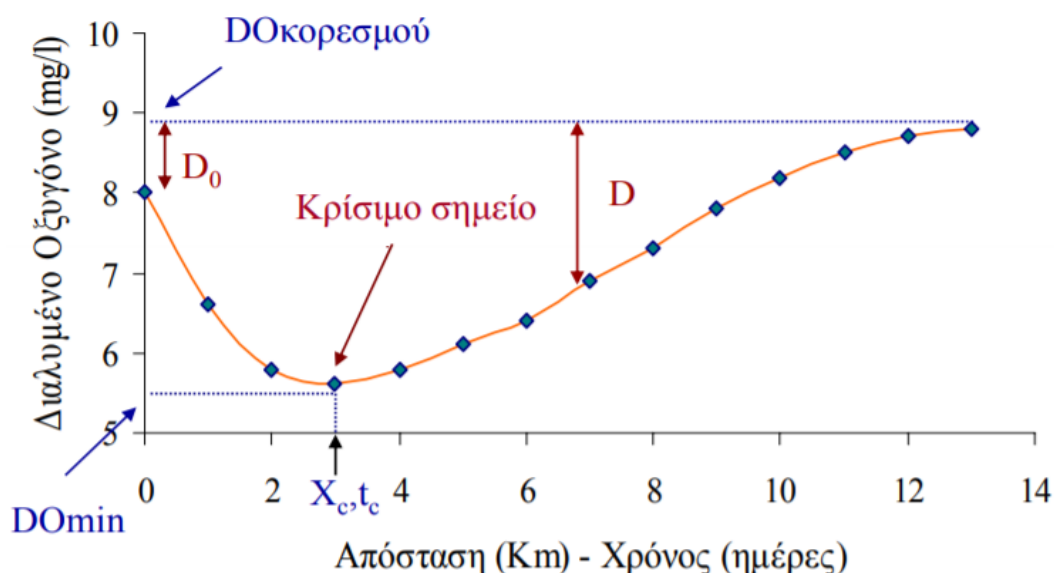
Το συνολικό φορτίο στο σημείο 0 είναι $F_0 = F_{\pi\rho\iota\nu} + F_{\beta\iota\omicron\lambda} \leftrightarrow F_{\beta\iota\omicron\lambda} = F_0 - F_{\pi\rho\iota\nu}$

$$\text{ή } F_{\beta\iota\omicron\lambda} = Q \times (L_0 - L_{\pi\rho\iota\nu}) \quad (2)$$

Αν η παροχή είναι $Q = 5000 \text{ cfs} = 5000 \times 28,32 \frac{\text{L}}{\text{s}} \times 24 \times 60 \times 60 \frac{\text{s}}{\text{day}} = 1,23 \text{ L/day}$, τότε:

$$F_{\beta\iota\omicron\lambda} = 1,23 \times 10^{10} \text{ L/day} \times (12 - 4) \times 10^{-6} \text{ kg/L} = 98400 \text{ kg/day}$$

3. Επιτρεπτό φορτίο εργοστασίου αν το διαλυμένο οξυγόνο δεν πρέπει να μειωθεί κάτω από 5mg/L.



Εικόνα 1: Καμπύλη μεταβολής συγκέντρωσης διαλυμένου οξυγόνου

Στην Εικόνα 1 φαίνεται η μεταβολή της συγκέντρωσης του διαλυμένου οξυγόνου μετά την απόρριψη οργανικού φορτίου στο υδάτινο σώμα. Στο χρόνο μηδέν, το διαλυμένο οξυγόνο ενδέχεται να είναι μικρότερο της συγκέντρωσης κορεσμού, λόγω διαφόρων μεταβολικών δραστηριοτήτων των οργανισμών του υπό μελέτη οικοσυστήματος. Αυτό το μικρό έλλειμα που δημιουργείται φυσικά δεν αποτελεί κίνδυνο για την ισορροπία του οικοσυστήματος.

Με την απόρριψη του φορτίου, το διαλυμένο οξυγόνο εντός της λίμνης καταναλώνεται σε μεγάλο βαθμό, μέχρι να φτάσει σε μια ελάχιστη συγκέντρωση. Μετά από αυτή τη συγκέντρωση, ο ρυθμός επαναερισμού θα είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό κατανάλωσης DO, με αποτέλεσμα το έλλειμα συνεχώς να μειώνεται. Αυτή η ελάχιστη συγκέντρωση που προβλέπεται να φτάσει το διαλυμένο οξυγόνο ονομάζεται κρίσιμη και έχει μεγάλη σημασία, καθώς μπορεί να προκαλέσει τον θάνατο πληθυσμών του οικοσυστήματος (ανοξικές και τοξικές συνθήκες).

Η εξίσωση Streeter – Phelps μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διαχείριση αυτών των περιπτώσεων. Συγκεκριμένα, στο κρίσιμο σημείο (σημείο καμψής) θα ισχύει: $dD/dt = 0$. Τροποποιώντας βάσει αυτού την εξίσωση (1), βρίσκεται ο κρίσιμος χρόνος στον οποίο θα ελαχιστοποιηθεί η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου:

$$t_{cr} = \frac{1}{k_a - k_d} \times \ln \left(\frac{k_a}{k_d} \left(1 - \frac{(k_a - k_d) D_0}{L_0} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{0,29 - 0,48} \times \ln \left(\frac{0,29}{0,48} \left(1 - \frac{(0,29 - 0,48) 0,3}{0,48} \right) \right) = 2,6 \text{ days}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) τις κρίσιμες τιμές $C = C_{cr} = 5 \text{ mg/L}$ και $t = t_{cr} = 2,6 \text{ days}$, λύνοντας ως προς L_0 θα υπολογιστεί το L_0' , δηλαδή η συγκέντρωση του BOD που πρέπει να υπάρχει αμέσως μετά την απόρριψη ώστε η κρίσιμη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου να είναι 5 mg/L .

$$5 = 8,3 - (0,3)e^{-0,29 \cdot 2,6} - \frac{0,48 L_0'}{0,29 - 0,48} (e^{-0,48 \cdot 2,6} - e^{-0,29 \cdot 2,6})$$

$$\Rightarrow L_0' = 6,82 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

Από τη σχέση (2) υπολογίζουμε το νέο (οριακό) φορτίο που επιτρέπεται να απορρίπτει το εργοστάσιο βιολογικού καθαρισμού στο ποτάμι.

$$F_{\text{βιολ.}}' = 1,23 \times 10^{10} \text{ L/day} \times (6,82 - 4) \times 10^{-6} \text{ kg/L} = 28200 \text{ kg/day}$$

Το τελικό φορτίο που μπορεί να καταλήγει στον ποταμό θα πρέπει να είναι το πολύ 28200 kg/day για να μην πέσει η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου κάτω από 5 mg/L .

Σχόλια

1. Για την εφαρμογή της εξίσωσης Streeter – Phelps έχει γίνει η παραδοχή ότι δεν υπάρχει δημιουργία οξυγόνου εντός της λίμνης (το διαλυμένο οξυγόνο που παράγουν τα άλγη δεν λαμβάνεται υπόψη) καθώς και ότι δεν υπάρχει μεταφορά οξυγόνου εκτός της λίμνης.
2. Η ταχύτητα ενός ποταμού μεταβάλλεται σημαντικά, ανάλογα με το βάθος και το πλάτος κατά μήκος της διατομής. Επίσης, η διατομή του δεν είναι σταθερή σε όλη την έκτασή του. Επομένως, στην ανάλυση που προηγήθηκε, με τη θεώρηση μιας μέσης ταχύτητας ενός μεγάλου ποταμού υπεισέρχονται σημαντικά σφάλματα στον ακριβή υπολογισμό του χρόνου.
3. Στο Διάγραμμα 1 ο σταθερός όρος 2,32 έπρεπε θεωρητικά να ισούται με $\ln L_0 = 2,48$. Η απόκλιση μεταξύ τους είναι αποδεκτή, ενώ ο συντελεστής R^2 είναι επίσης αποδεκτός.
4. Η κρίσιμη συγκέντρωση του DO με το προηγούμενο φορτίο θα ήταν:

$$C_{cr} = 8,3 - (0,3)e^{-0,29 \cdot 2,6} - \frac{0,48 \cdot 12}{0,29 - 0,48} (e^{-0,48 \cdot 2,6} - e^{-0,29 \cdot 2,6}) = 2,6 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \ll 5 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

5. Το φορτίο πρέπει να μειωθεί κατά $98400 - 28200 = 70200 \text{ kg/day}$. Αυτή η μείωση δεν είναι ρεαλιστική, όσον αφορά τη δυνατότητα του εργοστασίου για άμεση προσαρμογή στις νέες επιταγές. Ένας άλλος τρόπος για να προληφθεί η μεγάλη μείωση του διαλυμένου οξυγόνου εντός της λίμνης είναι να γίνεται αερισμός των λυμάτων πριν ή /και κατά την εισροή τους στο ποτάμι. Εναλλακτικά θα μπορούσε να γίνεται τοπικά αερισμός της λίμνης, κοντά στο υπολογισμένο x_{cr} . Οργανισμοί που ενδέχεται να βρεθούν σε κίνδυνο, θα πρέπει να μεταφέρονται – αν είναι δυνατό – σε άλλο οικοσύστημα.
6. Με την αύξηση της θερμοκρασίας η μικροβιακή δραστηριότητα αυξάνεται. Κατά συνέπεια, αυξάνεται και ο ρυθμός αποξυγόνωσης. Επίσης σε υψηλότερες θερμοκρασίες η συγκέντρωση κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου αποκτά μικρότερες τιμές (μείωση ταχύτητας επαναερισμού). Λόγω των παραπάνω, το

κρίσιμο σημείο της καμπύλης εμφανίζεται νωρίτερα, ενώ η κρίσιμη συγκέντρωση του D.O. εντοπίζεται χαμηλότερα.

Ως εκ τούτου, η ανάλυση καμπύλης του DO πρέπει να γίνεται το καλοκαίρι, όπου επικρατούν οι λιγότερο ευνοϊκές συνθήκες.

Βιβλιογραφία

1. Streeter W & Phelps, B., A Study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River, US Department of Health, 1958.
2. Jerald L. , Περιβαλλοντικά Μοντέλα, 2^η Έκδοση. Εκδόσεις Τζιόλα, 2017.
3. Στασινάκης, Α. Εισαγωγή στη Περιβαλλοντική Μηχανική, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Παράρτημα Ι : Κατασκευή Καμπύλης $\ln L - t$

x (mi)	x(m)	uavg	t (s)	Csat	DO	D	BOD	t (days)	lnL
460	740301	0,3	2467670	8,3	7,5	0,8	4	28,561	1,3862
465	748347,8	0,3	2494493	8,3	7,8	0,5	4	28,8714	1,3862
470	756394,5	0,3	2521315	8,3	8	0,3	4	29,1818	1,3862
0	0	0,3	0	8,3	8	0,3	12	0	2,4849
3	4828,05	0,3	16093,5	8,3	6,7	1,6	11	0,1862	2,3978
8	12874,8	0,3	42916	8,3	5,3	3	9,3	0,4967	2,2300
18	28968,3	0,3	96561	8,3	3,8	4,5	7,5	1,1176	2,0149
28	45061,8	0,3	150206	8,3	3,2	5,1	6	1,7384	1,7917
38	61155,3	0,3	203851	8,3	2,8	5,5	5,3	2,3593	1,6677
48	77248,8	0,3	257496	8,3	2,8	5,5	4,5	2,9802	1,5040
68	109435,8	0,3	364786	8,3	3,1	5,2	4	4,222	1,3862
88	141622,8	0,3	472076	8,3	4,1	4,2	3	5,4638	1,0986
108	173809,8	0,3	579366	8,3	5,3	3	2,5	6,7056	0,9162

Παράρτημα 2: Εκτιμήσεις $k_a - k_d$

1^η Δοκιμή

	C μοντέλου								C πεδίου
ka	0,1	0,15	0,18	0,19	0,2	0,21	0,22	0,25	
472	8	8	8	8	8	8	8	8	8
475	7,5125	7,5175	7,5205	7,5215	7,5225	7,5235	7,5245	7,5274	6,7
480	6,7647	6,7873	6,8006	6,8050	6,8094	6,8138	6,8181	6,8311	5,3
490	5,4897	5,5756	5,6255	5,6419	5,6582	5,6743	5,6902	5,7374	3,8
500	4,4715	4,6490	4,7504	4,7833	4,8159	4,848	4,8798	4,9728	3,2
510	3,6710	3,9587	4,1202	4,1723	4,2235	4,2738	4,3234	4,4673	2,8
520	3,0544	3,4634	3,6891	3,7612	3,8318	3,9010	3,9688	4,1640	2,8
540	2,2613	2,9237	3,2764	3,387	3,4948	3,599	3,7009	3,9885	3,1
560	1,9067	2,8106	3,2751	3,4184	3,5565	3,6895	3,8176	4,174	4,1
580	1,8542	2,9694	3,5219	3,6895	3,8495	4,0023	4,1482	4,5483	5,3

RMSE

	$(C - C_{\mu 1})^2$	$(C - C_{\mu 2})^2$	$(C - C_{\mu 3})^2$	$(C - C_{\mu 4})^2$	$(C - C_{\mu 5})^2$	$(C - C_{\mu 6})^2$	$(C - C_{\mu 7})^2$	$(C - C_{\mu 8})^2$
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,6601	0,6683	0,6732	0,6749	0,6765	0,6781	0,6798	0,6847
	2,1454	2,2120	2,2518	2,265	2,2783	2,2916	2,304	2,3443
	2,8552	3,153	3,3327	3,3928	3,4529	3,5130	3,5731	3,7537
	1,6168	2,0997	2,4037	2,5070	2,611	2,7161	2,8218	3,1428
	0,758	1,3427	1,7430	1,8832	2,0264	2,1723	2,3209	2,7799
	0,064	0,4402	0,790	0,923	1,0647	1,2123	1,3662	1,8606
	0,7032	0,0310	0,0311	0,0824	0,1559	0,249	0,3611	0,7895
	4,810	1,6623	0,6804	0,4644	0,2953	0,1684	0,0797	0,0055
	11,872	5,4314	3,1615	2,5936	2,1038	1,6839	1,3265	0,5650
SUM/n	2,5487	1,7041	1,5068	1,4787	1,466	1,4685	1,4834	1,5926
RMSE	1,5964	1,3054	1,2275	1,2160	1,2110	1,2118	1,2179	1,2620

2^η Δοκιμή

	$C_{\text{μοντέλου}}$								$C_{\text{πεδίου}}$
ka	0,21	0,18	0,25	0,2	0,28	0,3	0,3	0,29	
kd	0,23	0,2	0,26	0,25	0,3	0,35	0,38	0,48	
472	8	8	8	8	8	8	8	8	8
475	7,5180	7,57839	7,4594	7,4751	7,3799	7,2799	7,2190	7,0170	6,7
480	6,8006	6,94090	6,6696	6,6957	6,4906	6,2662	6,1283	5,676	5,3
490	5,6504	5,88552	5,4508	5,4523	5,1709	4,8207	4,5991	3,8887	3,8
500	4,8183	5,08177	4,623	4,5599	4,3351	3,9706	3,7287	2,9678	3,2
510	4,2417	4,48668	4,1002	3,9477	3,8596	3,5466	3,3213	2,6233	2,8
520	3,8690	4,0637	3,8087	3,5579	3,6483	3,4211	3,2321	2,650	2,8
540	3,5720	3,61528	3,7067	3,2632	3,7390	3,7108	3,6116	3,2961	3,1
560	3,6697	3,5418	3,990	3,3903	4,1997	4,3432	4,3232	4,2235	4,1
580	3,9903	3,70568	4,458	3,751	4,7985	5,0591	5,0943	5,1335	5,3

	$(C - C_{\mu 1})^2$	$(C - C_{\mu 2})^2$	$(C - C_{\mu 3})^2$	$(C - C_{\mu 4})^2$	$(C - C_{\mu 5})^2$	$(C - C_{\mu 6})^2$	$(C - C_{\mu 7})^2$	$(C - C_{\mu 8})^2$
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,669208098	0,771576447	0,576770351	0,600782986	0,462323532	0,336322395	0,269404321	0,100533383
	2,252096726	2,692562912	1,875963246	1,948164609	1,417687435	0,933722128	0,686180275	0,141603594
	3,424322758	4,349414419	2,725369778	2,730393548	1,8794987	1,041864412	0,638562949	0,007877113
	2,619053734	3,541062592	2,027627763	1,849366795	1,288630156	0,593939303	0,279534664	0,053889394
	2,078705125	2,844897531	1,690670377	1,317413775	1,122911259	0,557440382	0,271817487	0,031197577
	1,142858729	1,59706851	1,01751834	0,574481713	0,719760626	0,385849961	0,186737612	0,022240524
	0,222836075	0,265521143	0,368094001	0,0266491	0,408388173	0,373182389	0,261743002	0,038455233
	0,185143669	0,311494005	0,011924044	0,503639861	0,009955442	0,059166316	0,049829813	0,015267318
	1,715240631	2,541833957	0,707387953	2,398914947	0,251499158	0,058018733	0,042293603	0,027701102
SUM/n	1,430946555	1,891543152	1,100132585	1,194980733	0,756065448	0,433950602	0,268610373	0,043876524
RMSE	1,196221783	1,375333833	1,048872054	1,093151743	0,86952024	0,658749271	0,518276348	0,209467238