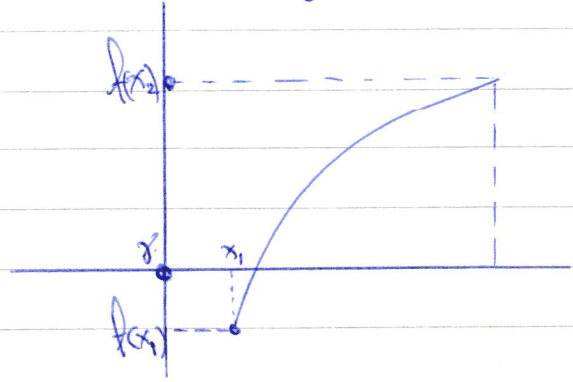
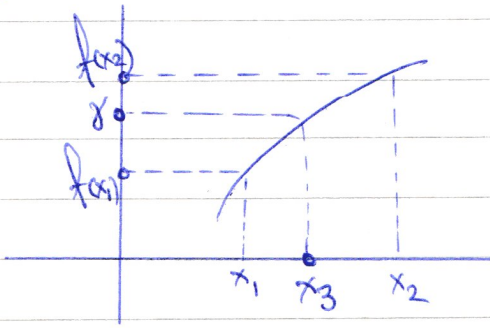


Θεώρημα Ανάλυσης

Θεώρημα (ενδιάμεσος τιμής)

Εάν $f(x)$ συνεχής στο $[a, b]$ κ' έστω ότι για κάποια $x_1, x_2 \in [a, b]$, ισχύει $f(x_1) \leq \gamma \leq f(x_2)$, τότε $\exists x_3 \in [a, b]$ π.ω $f(x_3) = \gamma$

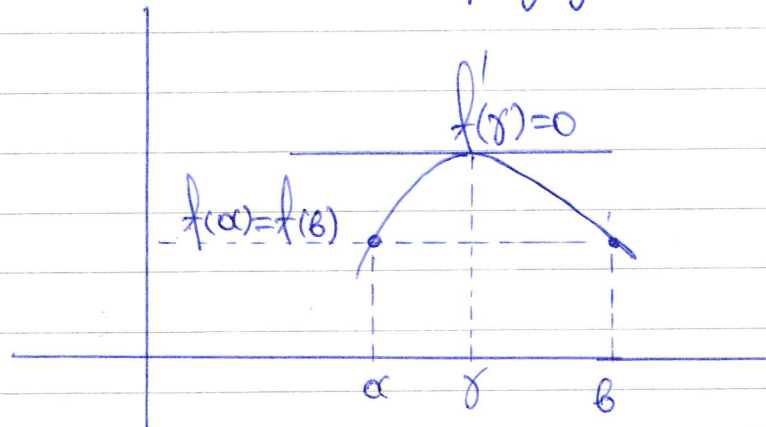


Παρατήρηση (Α. Bolzano)

Εάν $\gamma = 0$, το θεώρημα αναφέρει ότι: εάν $x_1, x_2 \in [a, b]$ π.ω $f(x_1) \leq 0 \leq f(x_2)$ (δηλ. $f(x_1) \cdot f(x_2) \leq 0$), τότε $\exists x_3$ π.ω $f(x_3) = 0$ (δηλαδή το $[a, b]$ περιέχει μια τουλάχιστον ρίζα της $f(x) = 0$).

Θεώρημα Rolle's

Εστω ότι η $f(x)$ είναι συνεχής στο $[a, b]$ και παραγωγίσιμη στο (a, b) .
Εάν $f(a) = f(b)$, τότε $\exists \gamma \in (a, b)$ π.ω $f'(\gamma) = 0$
(f' = παράγωγος της f)



(δηλαδή, $\exists$ ένα σημείο γ π.ω η εφαπτομένη της $f(x)$ στο γ είναι παράλληλη προς τον άξονα Ox).

Παράδειγμα.

Το θεώρημα αναφέρει ότι: εάν η εξίσωση $f(x)=0$ έχει δύο ρίζες $f(a)=f(b)=0$, τότε η $f'(x)=0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα $\gamma \in (a,b)$.

Ένα γενικότερο θεώρημα είναι το εξής:

Θεώρημα (μέσης τιμής.)

Εάν $f(x)$ συνεχής στο διάστημα $[a,b]$ ή παραγωγισίμη στο (a,b) , τότε $\exists \gamma \in (a,b)$ τ.ω

$$f'(\gamma) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

