

Διαμενέες Διαφορές

Εάν μας δοθεί ένα σύνολο από $(n+1)$ -συντεταγμένα $(x_k, f(x_k))$, $k=0,1,2,\dots,n$ τότε οι διαμενέες διαφορές ορίζονται από τις σχέσεις

Ⓘ μηδενικής τάξης

$$f[x_i] = f(x_i) \quad i=0,1,2,\dots,n$$

Ⓜ 1ης τάξης

$$f[x_i, x_j] = \frac{f[x_i] - f[x_j]}{x_i - x_j} = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \quad (x_i > x_j)$$

Ⓝ 2ης τάξης

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k} = \frac{\frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} - \frac{f(x_j) - f(x_k)}{x_j - x_k}}{x_i - x_k}$$

⋮

Ⓟ n-οστής τάξης

$$f[x_n, \dots, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, x_0]}{x_n - x_0}$$

Οι διαμενέες διαφορές υπολογίζονται με την βοήθεια του πίνακα

x_0	$f(x_0)$				
		$f[x_1, x_0]$			
x_1	$f(x_1)$		$f[x_2, x_1, x_0]$		
		$f[x_2, x_1]$		$f[x_3, x_2, x_1, x_0]$	...
x_2	$f(x_2)$		$f[x_3, x_2, x_1]$		
					$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0]$
		$f[x_n, x_{n-1}]$			
x_n	$f(x_n)$				

Παράδειγμα

(α) Δίνονται τα σημεία $(0,0)$, $(2,8)$, $(3,27)$. Να υπολογιστούν οι διαμεγμένες διαφορές.

(β) Αν προστεθεί κ' ένα τέταρτο σημείο $(1,1)$, να επαναυπολογιστούν οι διαφορές.

(α)

$x_0=0$	$f(x_0)=0$	$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{8-0}{2-0} = 4$	$f[x_2, x_1, x_0] =$
$x_1=2$	$f(x_1)=8$	$f[x_2, x_1] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{27-8}{3-2} = 19$	$= \frac{19-4}{3-0} = 5$
$x_2=3$	$f(x_2)=27$		

(β)

$x_0=0$	$f(x_0)=0$	$f[x_1, x_0] = \frac{8-0}{2-0} = 4$	$f[x_2, x_1, x_0] = \frac{19-4}{3-0} = 5$	$f[x_3, x_2, x_1, x_0] =$
$x_1=2$	$f(x_1)=8$	$f[x_2, x_1] = \frac{27-8}{3-2} = 19$	$f[x_3, x_2, x_1] = \frac{13-19}{1-2} = 6$	$\parallel$ $\frac{6-5}{1-0} = 1$
$x_2=3$	$f(x_2)=27$	$f[x_3, x_2] = \frac{1-27}{1-3} = \frac{-26}{-2} = 13$		
$x_3=1$	$f(x_3)=1$			

#