

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ($i=[O3]/2$, $j=[E4]/2$, $k=[E5]/2$)

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΜΑΘΗΜΑ : Ανάλυση Κατασκευών και Οπλισμένο Σκυρόδεμα
ΕΞΑΜΗΝΟ : 5^ο
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : Ι. ΤΣΟΜΠΑΝΑΚΗΣ
ΠΑΡΑΔΟΣΗ : 15/1/2020
ΤΡΟΠΟΣ : σε έντυπη μορφή ή με mail στο it@science.tuc.gr

Θ Ε Μ Α Α Ν Α Λ Υ Σ Η Σ Κ Α Τ Α Σ Κ Ε Υ Ω Ν

Να επιλυθεί ο επίπεδος φορέας του σχήματος με τη μητρική μέθοδο της δυσκαμψίας θεωρώντας ότι τα μέλη (1), (2) και (3) είναι τροποποιημένα μέλη επίπεδου πλαισίου (τύπος **P2'**), επειδή θα απαλειφθεί ο **στροφικός βαθμός ελευθερίας σε καθένα από αυτά: για το μεν πρώτο μέλος (1) στην αρθρωτή εξωτερική στήριξη στον κόμβο 1 και για τα άλλα δύο στην εσωτερική άρθρωση στον κόμβο 4**. Τα μέλη (4), (5), (6), (7) και (8) είναι στοιχεία επίπεδου δικτυώματος (τύπος **P1**). Συνολικά ο φορέας έχει **14** «ενεργούς» βαθμούς ελευθερίας (από τρεις στους κόμβους 2 & 3 και από δύο στους υπόλοιπους), εκ των οποίων 6 δεσμευμένους στις στηρίξεις και 8 ελεύθερους. Να υπολογισθούν:

- Τα μητρώα μετασχηματισμού των μελών της κατασκευής.
- Τα μητρώα δυσκαμψίας των μελών στο τοπικό (βλ. στο τέλος της εκφώνησης) και στο καθολικό σύστημα αξόνων κάθε μέλους.
- Να υπολογισθεί το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής, καθώς επίσης και τα διανύσματα των επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων της μητρικής σχέσης $[\bar{K}] \cdot [\bar{\Delta}] = [\bar{P}]$.

Παρατήρηση: Για το διάνυσμα των φορτίων θα ληφθούν υπόψη και οι μη-επικόμβιες δράσεις → **δράσεις παγίωσης**, σύμφωνα με αυτά που αναφέρονται στην επόμενη σελίδα.

- Να σχηματισθεί και να επιλυθεί (με κατάλληλο πρόγραμμα, όπως π.χ. το MATLAB) η μητρική εξίσωση $[\bar{K}_{ff}] \cdot [\bar{\Delta}_f] = [\bar{P}_f]$ για την εύρεση του διανύσματος των μετατοπίσεων των ελεύθερων βαθμών ελευθερίας $[\bar{\Delta}_f]$. Στη συνέχεια να υπολογισθεί και το διάνυσμα των αντιδράσεων των στηρίξεων $[\bar{P}_s]$.
- Τέλος, να βρεθούν οι δράσεις όλων των μελών στους τοπικούς άξονες $[A^i]$ και να γίνουν τα διαγράμματα εντατικών μεγεθών (M,Q,N) για τα μέλη πλαισίου (1), (2) και (3). (Όπως φαίνεται και στο σχήμα η εφελκυσόμενη ίνα των μελών, δηλαδή η διακεκομμένη γραμμή, είναι από την εσωτερική πλευρά του πλαισίου.)

Δίδονται:

- $E=2.0 \cdot 10^7$ kN/m², $b \times h=0,15\text{m} \times 0,40\text{m}$, άρα $A=0,06$ m² και $I=0,0008$ m⁴.
- $L_x = 3.00+0.20 \cdot i$ (m), $L_y = 3.50+0.10 \cdot j$ (m).
- $P=100$ kN, $g=30$ kN/m και $P_1 = P+5 \cdot k$ (kN), $P_2=2 \cdot P_1$ (kN), $M= 30+5 \cdot i$ (kNm).

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... (i=[O3]/2, j=[E4]/2, k=[E5]/2)

Παρατηρήσεις:

- 1) Τα τοπικά μητρώα δυσκαμψίας για τα τροποποιημένα μέλη επίπεδου πλαισίου (τύπος P2') είναι διαστάσεων 5X5 και δίνονται από τους τύπους που παρατίθενται στη συνέχεια.
- 2) Για το διάνυσμα των φορτίων $[\bar{P}]$ θα ληφθούν υπόψη και οι μη-επικόμβιες δράσεις → **δράσεις παγίωσης**, σύμφωνα με αυτά που αναφέρονται παρακάτω.

Δ Ρ Α Σ Ε Ι Σ Π Α Γ Ι Ω Σ Ε Ω Σ

Για το διάνυσμα των φορτίων θα ληφθούν υπόψη και οι μη-επικόμβιες δράσεις → **δράσεις παγίωσης**, λόγω του ενδιάμεσου συγκεντρωμένου και του κατανεμημένου φορτίου, θερμοκρασίας και ατελειών μελών. Πιο συγκεκριμένα, το καθένα από τα δύο μέλη (7) & (8) έχει μικρότερο μήκος από το κανονικό κατά $\Delta L=0.0002\text{m}$ και το **οριζόντιο** μέλος (4) έχει μεγαλύτερο μήκος από το κανονικό κατά $\Delta L=0.0001\text{m}$. Επίσης, δίνεται ότι η αρχική θερμοκρασία κατασκευής των μελών ήταν $T_0=-2^\circ\text{C}$ (ενώ οι θερμοκρασίες του περιβάλλοντος της κατασκευής είναι αυτές που φαίνονται στο σχήμα), και ότι ο συντ. γραμμικής διαστολής ισούται με $\alpha=0,3\cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Προσοχή: επειδή τα μέλη (1), (2) και (3) θεωρούνται ως **P2'** για την εύρεση των δράσεων παγίωσης τους θα χρησιμοποιηθούν οι σχετικοί πίνακες των μονόπακτων, ενώ για τα άλλα έχουμε μόνο αξονικές δράσεις παγίωσης αφού είναι μέλη δικτυώματος **P1**! Με βάση τα προαναφερθέντα στοιχεία να υπολογισθούν:

- Τα διανύσματα των δράσεων παγίωσης των μελών του φορέα στους τοπικούς και στους καθολικούς άξονες $[A_r^i]$ και $[\bar{A}_r^i]$, αντίστοιχα.
- Να υπολογισθεί το συνολικό διάνυσμα των δράσεων παγίωσης $[\bar{S}]$ ολόκληρου του φορέα και το συνολικό διάνυσμα των επικόμβιων δράσεων $[\bar{P}]=[\bar{P}_0]-[\bar{S}]$ της μητρώϊκής σχέσης $[\bar{K}]\cdot[\bar{\Delta}]=[\bar{P}]$.

Τ Ο Π Ι Κ Α Μ Η Τ Ρ Ω Α Δ Υ Σ Κ Α Μ Ψ Ι Α Σ Σ Τ Ο Ι Χ Ε Ι Ο Υ P 2 '

Τοπικό μητρώο δυσκαμψίας τροποποιημένου μέλος επίπεδου πλαισίου (P2') με απαλοιφή του στροφικού β.ε. στον κόμβο k (τέλος του μέλους)

$$[K_c] = \left[\begin{array}{ccc|cc} AE/L & 0 & 0 & -AE/L & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & 3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^3 \\ 0 & 3EI/L^2 & 3EI/L & 0 & -3EI/L^2 \\ \hline -AE/L & 0 & 0 & AE/L & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & -3EI/L^2 & 0 & 3EI/L^3 \end{array} \right]$$

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... (i=[O3]/2, j=[E4]/2, k=[E5]/2)

Τοπικό μητρώο δυσκαμψίας τροποποιημένου μέλος επίπεδου πλαισίου (P2') με απαλοιφή του στροφικού β.ε. στον κόμβο j (αρχή του μέλους)

$$[K_c] = \begin{bmatrix} AE/L & 0 & -AE/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L^3 & 0 & -3EI/L^3 & 3EI/L^2 \\ -AE/L & 0 & AE/L & 0 & 0 \\ 0 & -3EI/L^3 & 0 & 3EI/L^3 & -3EI/L^2 \\ 0 & 3EI/L^2 & 0 & -3EI/L^2 & 3EI/L \end{bmatrix}$$

