

ΑΣΚΗΣΗ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΟΣ

Δίνεται το υποστύλωμα του σχήματος. Να γίνει έλεγχος σε κάμψη και αξονική της διατομής του υποστυλώματος (με χρήση διαγρ. αλληλεπίδρασης για S400 και $d/h=0.10$) και έλεγχος σε διάτμηση της διατομής του υποστυλώματος.

Έχουμε τα δεδομένα :

Σκυρόδεμα :

Ποιότητα C20 (Συντελεστής Ασφαλείας $\gamma_c = 1,50$)

Χάλυβας :

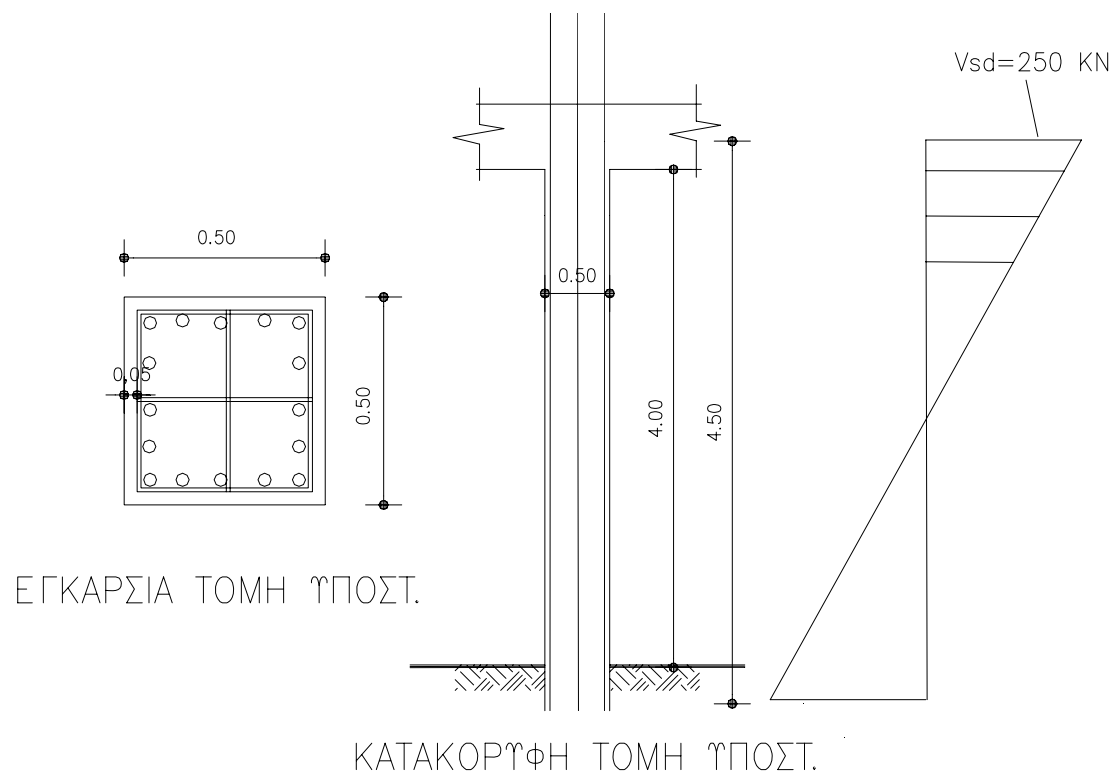
Ποιότητα S400 (Συντελεστής Ασφαλείας $\gamma_s = 1,15$)

$b = 0,50\text{m}$

$h = 0,50\text{m}$

$d_1 = d_2 = 0,05\text{m}$

Άρα $d = 0,45\text{ m}$



I. ΕΥΡΕΣΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΚΑΜΨΗΣ-ΑΞΟΝΙΚΗΣ

Έχουμε τα δεδομένα :

$$M_d = 250kNm$$

$$N_d = -670kN$$

Με χρήση του διαγράμματος αλληλεπίδρασης για S400 και $d/h=0.10$ υπολογίζουμε τα ν_d ,
 μ_d

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-670kN}{0,50m \cdot 0,50m \cdot \frac{20}{1,5} 10^3} = -0,201$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{250kNm}{0,50m \cdot (0,50m)^2 \cdot \frac{20}{1,5} 10^3} = 0,15$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $\omega_{tot} = 0,20$.

Ο συνολικός οπλισμός (ο οποίος ισομοιράζεται στις δύο πλευρές κατά τη διεύθυνση οπλίσεως του υποστυλώματος) δίνεται από τη σχέση :

$$A_{tot} = \omega_{tot} \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,20 \cdot 50cm \cdot 50cm \cdot \frac{\frac{20}{1,50}}{347,8} = 19,17cm^2$$

Άρα κατά τη διεύθυνση οπλίσεως του υποστυλώματος έχουμε 6Φ18 και 4Φ14 = (21,42 cm²),
οπότε σε κάθε πλευρά του υποστυλώματος θα έχουμε 3Φ18 και 2Φ14 (10,71cm²), όπως φαίνεται στο σχήμα..

Ομοίως θα έχουμε αντίστοιχο οπλισμό και προς την άλλη πλευρά (κάθετα στη διεύθυνση οπλίσεως), άρα συνολικά στο υποστύλωμα θα έχουμε 8Φ18 και 8Φ14 όπως φαίνεται στο σχήμα.

I. ΕΥΡΕΣΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

Έχουμε τα δεδομένα :

$$N_d = -670kN$$

$$V^{(\kappa)}_{sd} = 250kN$$

Η κρίσιμη περιοχή υποστυλώματος δίνεται από:

$$l_{cr} = \max\left(h, \frac{H}{6}, 450mm\right) = \max\left(500mm, \frac{4,0m}{6}, 450mm\right) = 0,67m$$

Από όμοια τρίγωνα προκύπτουν και τα $V_{Sd}^{(\pi)}$, $V_{Sd}^{(\pi+d)}$, $V_{Sd}^{(\pi+2h_b)}$

$\frac{V_{sd}^{(\kappa)}}{L/2} = \frac{V_{sd}^{(\pi)}}{\gamma} = \frac{V_{sd}^{(\pi+d)}}{\beta} = \frac{V_{sd}^{(\pi+l_{cr})}}{\alpha}$

Επειδή στον κόμβο: $\kappa=2,25\text{ m}$ ($L/2=4.5/2$)

$\gamma=2,25-0,25=2,00\text{ m}$ (παρειά)

$\beta=2,00-0,45=1,55\text{ m}$ (παρειά+d)

$\alpha=2,00-0,67=1,33\text{ m}$ (παρειά+l_{cr})

$V_{Sd}^{(\pi)} = 222,22kN$

$V_{Sd}^{(\pi+d)} = 172,22kN$

$V_{Sd}^{(\pi+l_{cr})} = 147,77kN$

1^{ος} Έλεγχος Διάτμησης : $V_{Rd1} \geq V_{Sd}^{(\pi+d)} = 172,22kN$

Ισχύει : $V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,20 + 40 \cdot \rho_l) \cdot d \cdot b_w$

Από πίνακα ιδιοτήτων σκυροδέματος, αφού έχουμε C20 $\rightarrow \tau_{Rd} = 0,26MPa = 260\text{ kN/m}^2$
 $k = 1,6 - d = 1,6 - 0,45 \Leftrightarrow k = 1,15 > 1,0$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b \cdot d} = \frac{10,71\text{cm}^2}{50\text{cm} \cdot 45\text{cm}} \Leftrightarrow \rho_l = 0,00476$$

(Σε κάθε πλευρά του υποστυλώματος έχουμε 3Φ18 και 2Φ14 (10,71cm²))

Οπότε έχουμε :

$$V_{Rd1} = 260 \cdot 1,15 \cdot (1,20 + 40 \cdot 0,00476) \cdot 0,45 \cdot 0,50 \Leftrightarrow V_{Rd1} = 93,54kN < 172,22kN$$

Άρα χρειάζεται οπλισμός διάτμησης.

(Έτσι κι αλλιώς θα έμπαινε, έστω ο ελάχιστος, αφού οπλίζουμε ένα υποστύλωμα!)

2^{ος} Έλεγχος Διάτμησης : $V_{Rd2} \geq V_{Sd}^{(\pi)} = 222,22kN$

Ισχύει : $V_{Rd2} = 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot (1 + \cot a)$

$a = 90^\circ \rightarrow \cot a = 0$

$\nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{20}{200} \Leftrightarrow \nu = 0,60 > 0,5$

Οπότε έχουμε : $V_{Rd2} = 0,5 \cdot 0,60 \cdot \frac{20}{1,5} 10^3 \cdot 0,50 \cdot 0,9 \cdot 0,45 \Leftrightarrow V_{Rd2} = 810kN > 222,22kN$

Άρα δε χρειάζεται αλλαγή διατομής.

3^{ος} Έλεγχος Διάτμησης : Εύρεση Οπλισμών Διάτμησης

α) Στην κρίσιμη περιοχή

Πρέπει : $V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} \geq V_{Sd}^{(\pi+d)} = 172,22kN \quad (1)$

Από το παραπάνω ερώτημα έχουμε (για υποστύλωμα ελέγχουμε το αξονικό του φορτίο) ότι $|v_d| = 0,201 > 0,10$, άρα η V_{cd} στην κρίσιμη περιοχή είναι :
 $V_{cd} = 0,90 \cdot V_{Rd1} = 0,90 \cdot 93,54kN \Leftrightarrow V_{cd} = 84,19kN$

Άρα από την (1) προκύπτει :

$V_{wd} = V_{Sd}^{(\pi+d)} - V_{cd} = 172,22kN - 84,19kN \Leftrightarrow V_{wd} = 88,03kN$

Για το V_{wd} ισχύει : $V_{wd} = \frac{0,9 \cdot d}{s} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot (1 + \cot a) \cdot \sin a \quad (2)$

$a = 90^\circ \rightarrow \cot a = 0, \sin a = 1$

Η διάμετρος των συνδετήρων θα είναι :

$\Phi \geq \max\left(8mm, \frac{\Phi_{L,max}}{3}\right) = \max\left(8mm, \frac{18mm}{3}\right) = 8mm$

(Στην πράξη επιλέγουμε συνήθως Φ10 σε υποστυλώματα ...)

Επιλέγουμε τρίμητους συνδετήρες Φ8 ισχύει :

$$A_{sw} = 3 \frac{\pi \cdot (8mm)^2}{4} = 1,507cm^2$$

$$f_{ywd} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$$

Αντικαθιστώντας στην (2) έχουμε :

$$88,03 \text{ kN} = \frac{0,9 \cdot 0,45}{s} \cdot 1,507 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 347,8 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \Leftrightarrow s = 0,241 \text{ m} = 24,1 \text{ cm}$$

ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΙ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΟΧΗ
(Ο πρώτος από αυτούς είναι ο πιο σημαντικός)

i) Έλεγχος μέγιστης απόστασης συνδετήρων εντός κρίσιμης περιοχής (βιβλίο Κεφαλαίου σελίδα 216)

$$S_{\max}^{cr} = \min\{8 \min \phi_l, 0,5 b_{\min}, 100 \text{ mm}\} = \min\{8 \cdot 14 \text{ mm}, 0,5 \cdot 500 \text{ mm}, 100 \text{ mm}\} = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm} > 24,1 \text{ cm}$$

Άρα έχουμε Φ8/10 τρίμητοι στις κρίσιμες περιοχές.

ii) Έλεγχος ποσοστού διατμητικού οπλισμού

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{1,507 \text{ cm}^2}{50 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}} \Leftrightarrow \rho_w = 0,003 > \rho_w^{\min} = 0,0009 \text{ (για C20 \& S400)}$$

iii) Έλεγχος αποστάσεων σκελών συνδετήρα

$$V_{Sd}^{(\pi+d)} = 172,22 \text{ kN} < 0,67 \cdot V_{Rd2} = 0,67 \cdot 810 = 650 \text{ kN}$$

$$V_{Sd}^{(\pi+d)} \geq 0,2 \cdot V_{Rd2} = 0,2 \cdot 810 = 162 \text{ kN}$$

$$a = \max\{0,6 \cdot d, 300 \text{ mm}\} = \max\{0,6 \cdot 450 \text{ mm}, 300 \text{ mm}\} = 300 \text{ mm} = 30 \text{ cm}$$

Για τη εξεταζόμενη διατομή με πλάτος 50cm, αφαιρώντας τις πλάγιες επικαλύψεις, τότε είναι περίπου $a = 21 \text{ cm} < 50 \text{ cm}$ η απόσταση των σκελών στον τρίμητο συνδετήρα που διαλέξαμε, άρα ΟΚ.

β) Εκτός κρίσιμης περιοχής

$$\text{Πρέπει : } V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} \geq V_{Sd}^{(\pi+l_{cr})} = 147,77 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\text{Εκτός κρίσιμων περιοχών ισχύει : } V_{cd} = V_{Rd1} = 93,54 \text{ kN}$$

Άρα από την (1) προκύπτει :

$$V_{wd} = V_{Sd}^{(\pi+l_{cr})} - V_{cd} = 147,77 \text{ kN} - 93,54 \text{ kN} \Leftrightarrow V_{wd} = 54,23 \text{ kN}$$

$$\text{Για το } V_{wd} \text{ ισχύει : } V_{wd} = \frac{0,9 \cdot d}{s} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot (1 + \cot a) \cdot \sin a \quad (2)$$

$$a = 90^\circ \rightarrow \cot a = 0, \sin a = 1$$

Επιλέγουμε πάλι τρίτημους συνδετήρες Φ8, άρα ισχύει :

$$A_{sw} = 3 \frac{\pi \cdot (8mm)^2}{4} = 1,507cm^2$$

Αντικαθιστώντας στην (2) έχουμε :

$$54,23kN = \frac{0,9 \cdot 0,45}{s} \cdot 1,507 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 347,8 \cdot 10^3 kN/m^2 \Leftrightarrow s = 0,3915m = 39,15cm$$

ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΙ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ΕΚΤΟΣ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
(Ο πρώτος από αυτούς είναι ο πιο σημαντικός)

i) Έλεγχος μέγιστης απόστασης συνδετήρων εκτός κρίσιμης περιοχής (βιβλίο Κεφαλιακού σελίδα 216)

$$S_{max}^{cr} = \min\{12 \min\phi_1, b_{min}, 300mm\} = \min\{12 \cdot 14mm, 500mm, 300mm\} = 168mm = 16,8cm$$

Άρα έχουμε Φ8/16,8 εκτός των κρίσιμων περιοχών

ii) Έλεγχος ποσοστού διατμητικού οπλισμού

Ομοίως όπως πριν:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{1,507cm^2}{50cm \cdot 16,8cm} \Leftrightarrow \rho_w = 0,0018 > \rho_w^{min} = 0,0009 \text{ (για C20 \& S400)}$$

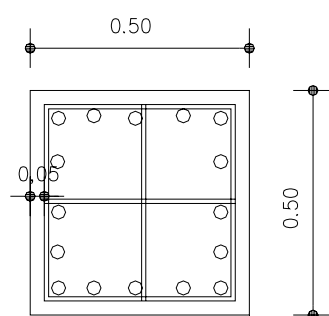
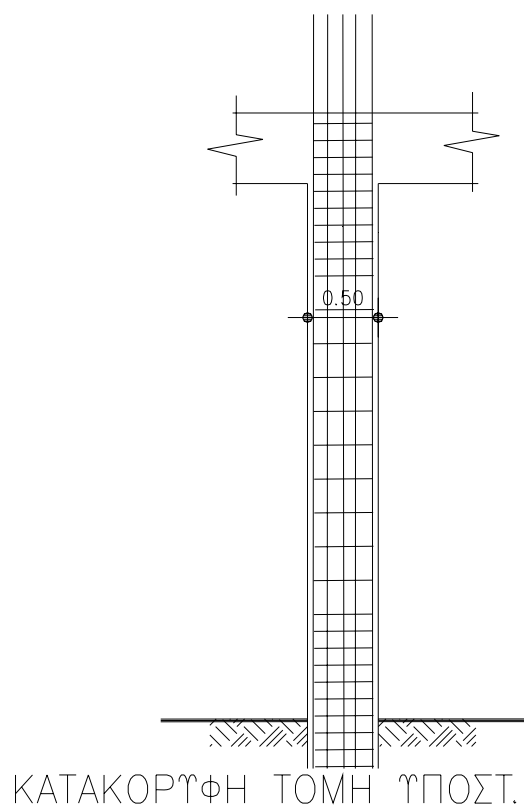
iii) Έλεγχος αποστάσεων σκελών συνδετήρα

$$V_{Sd}^{(\pi+1\kappa\rho)} = 147,77kN < 0,67 \cdot V_{Rd2} = 0,67 \cdot 810 = 542,70kN$$

$$V_{Sd}^{(\pi+d)} \geq 0,2 \cdot V_{Rd2} = 0,2 \cdot 810 = 162kN$$

$$a = \max\{0,6 \cdot d, 500mm\} = \max\{0,6 \cdot 450mm, 500mm\} = 500mm = 50cm$$

Ομοίως όπως πριν, για τη εξεταζόμενη διατομή με πλάτος 50cm, αφαιρώντας τις πλάγιες επικαλύψεις, τότε είναι περίπου $a = 21cm < 50cm$ η απόσταση των σκελών στον τρίτημο συνδετήρα που διαλέξαμε, άρα ΟΚ.



Διαμήκης οπλισμός 8Φ18 και 8Φ14.

Διατμητικός οπλισμός Φ8/10 τρίμητοι στις κρίσιμες περιοχές.

Διατμητικός οπλισμός Φ8/16,8 τρίμητοι εκτός κρίσιμων περιοχών.