

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**



**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΜΕΣΗΣ
ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΡΑΒΔΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ**

Μ. ΠΑΠΑΔΡΑΚΑΚΗΣ

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ 1999

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΜΕΣΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΡΑΒΔΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

Βασικές ενότητες προγραμματισμού

Οι βασικές ενότητες ενός προγράμματος H/Y της άμεσης μεθόδου δυσκαμψίας ραβδωτών φορέων είναι οι εξής: (i) Εισαγωγή δεδομένων των κόμβων και στοιχείων του φορέα. (ii) Υπολογισμός μητρώων δυσκαμψίας στοιχείων. (iii) Υπολογισμός δράσεων παγίωσης των στοιχείων. (iv) Μόρφωση του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας και των ισοδύναμων δράσεων των κόμβων του φορέα. (v) Επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας (vi) Υπολογισμός εντατικών μεγεθών και τάσεων των ράβδων του φορέα. Τα βασικά στάδια συμπληρώνονται με τα στάδια προ-επεξεργασίας των δεδομένων (αυτόματη γένεση συνδεσμολογίας και γραφική απεικόνιση του φορέα) και μετ-επεξεργασίας των αποτελεσμάτων (γραφική απεικόνιση μετατοπίσεων, εντατικών μεγεθών και τάσεων). Τα δύο αυτά στάδια επηρεάζουν σημαντικά τον συνολικό χρόνο που απαιτείται για την ανάλυση του φορέα και καθιστούν το πρόγραμμα φιλικότερο προς τον χρήστη.

Κυρίως πρόγραμμα

Το πρόγραμμα **PFrame** έχει τη δυνατότητα ανάλυσης επίπεδων ραβδωτών φορέων με τρεις τύπους στοιχείων: (i) πλήρως δεσμευμένα τα δύο άκρα (στοιχείο τύπου P_2), (ii) πλήρως δεσμευμένο το ένα άκρο και ελευθέρωση της στροφής στο άλλο (στοιχείο τύπου P'_2), (iii) ελευθέρωση της στροφής στα δύο άκρα (στοιχείο τύπου P_1). Το πρόγραμμα αποθηκεύει το καθολικό μητρώο δυσκαμψίας σε μορφή ημιζώνης και επιλύει τις εξισώσεις ισορροπίας με τη μέθοδο απαλοιφής Gauss. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα **PFrame** δέχεται μόνο επικόμβια φορτία.

Ο κώδικας του προγράμματος **PFrame** που παρατίθεται στο Παράρτημα αποτελείται από το κυρίως πρόγραμμα που ονομάζεται **program PFrame** και τις υπορουτίνες **gdata**, **formk**, **load**, **solve**, **stress** και **stift2**.

Το κυρίως πρόγραμμα αφού αντιστοιχίσει το αρχείο των δεδομένων στη μεταβλητή **name1** και το αρχείο των αποτελεσμάτων στη **name2** στη συνέχεια τα ανοίγει. Ακολούθως διαβάζονται από την υπορουτίνα **gdata** τα δεδομένα που αφορούν στις ιδιότητες των στοιχείων, τη μεταξύ τους συνδεσμολογία τις συντεταγμένες των κόμβων και τις συνοριακές συνθήκες. Ακολουθεί η υπορουτίνα **formk** η οποία αφού καλέσει την υπορουτίνα **stift2** με την οποία υπολογίζονται τα μητρώα δυσκαμψίας των στοιχείων, μορφώνει

το καθολικό μητρώο δυσκαμψίας του φορέα. Στην υπορουτίνα **load** μορφώνεται το καθολικό διάνυσμα της φόρτισης, ενώ στη υπορουτίνα **solve** γίνεται η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων ισορροπίας με τη μέθοδο της απαλοιφής **Gauss**. Τέλος στην υπορουτίνα **stress** υπολογίζονται τα εντατικά μεγέθη των άκρων των ράβδων του φορέα.

Υπορουτίνα **gdata**

Αρχικά διαβάζεται το όνομα (**title**) που έχει δοθεί στον φορέα με το **format (a30)** και κάτω από τη λέξη **Title** γράφεται στο αρχείο των αποτελεσμάτων η ονομασία που έχει δοθεί στον φορέα. Στη συνέχεια διαβάζονται και γράφονται κάτω από τον τίτλο **General Data** τα εξής δεδομένα :**np**=πλήθος κόμβων, **ne**=πλήθος στοιχείων, **nb**=πλήθος δεσμευμένων κόμβων, **ndf**=βαθμοί ελευθερίας ανά κόμβο, **nmat**=πλήθος ομάδων στοιχείων με διαφορετικές ιδιότητες.

Στη συνέχεια διαβάζονται και γράφονται κάτω από τον τίτλο **Element Group Data** τα δεδομένα που αφορούν στις μηχανικές ιδιότητες των ομάδων των στοιχείων. Έτσι για το στοιχείο **m** έχουμε: **ort(m,1)**=μέτρο ελαστικότητας, **ort(m,2)**=επιφάνεια της διατομής, **ort(m,3)**=ροπή αδρανείας της διατομής. Ακολουθεί η ανάγνωση των συντεταγμένων όλων των κόμβων **np** του φορέα οι οποίες γράφονται κάτω από τον τίτλο **Nodal Coordinates** με τον αριθμό του κόμβου **ln** και τις δύο συντεταγμένες **cord(ln,1)** κατά **x** και **cord(ln,2)** κατά **y**.

Τα δεδομένα των στοιχείων περιλαμβάνουν για κάθε στοιχείο **ln** τους καθολικούς κόμβους της αρχής **nop(ln,1)** και του τέλους **nop(ln,2)**, την ομάδα στοιχείων στην οποία ανήκει το στοιχείο **imat(ln)** και τον τύπο του στοιχείου **itype(ln)** ανάλογα με τον εάν είναι ή όχι δεσμευμένα τα άκρα του. Τα δεδομένα των στοιχείων γράφονται κάτω από τον τίτλο **'Element Connectivity, Group and Type Data'**.

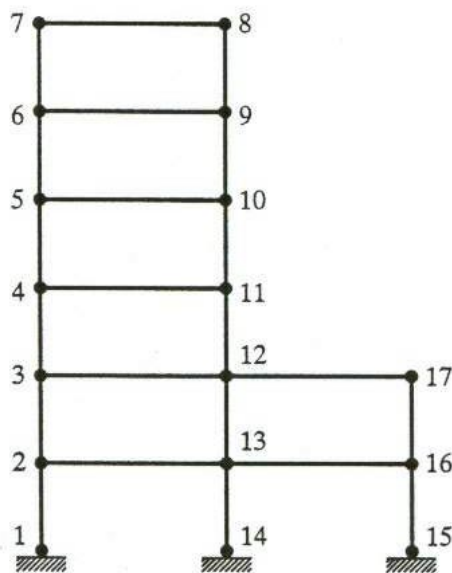
Η υπορουτίνα **gdata** ολοκληρώνεται με την ανάγνωση των συνοριακών συνθηκών οι οποίες γράφονται κάτω από τον τίτλο **'Boundary Conditions'**. Η ανάγνωση θα εξαντλήσει όλους τους δεσμευμένους κόμβους **nb**. Έτσι για τον δεσμευμένο κόμβο **i** θα διαβαστεί η καθολική αρίθμηση του κόμβου **nbc(i)** και ένας τριψήφιος ακέραιος αριθμός **nfix(i)** κάθε ψηφίο του οποίου αντιστοιχεί σε έναν από τους τρεις βαθμούς ελευθερίας του κόμβου. Η δέσμευση δηλώνεται με τη μονάδα και η ελευθέρωση με μηδέν.

Υπορουτίνα formk

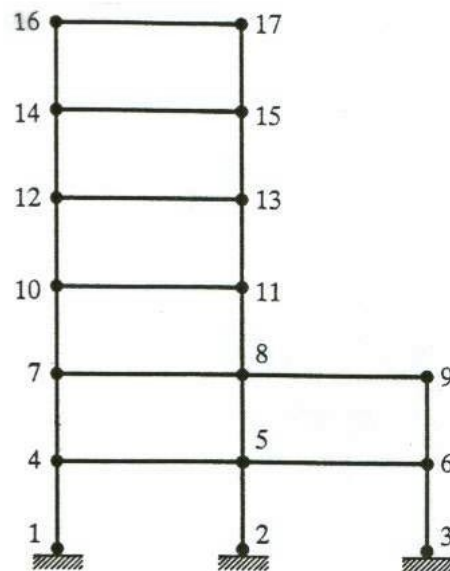
Αποθήκευση μητρώου δυσκαμψίας

Ο τρόπος αποθήκευσης του μητρώου δυσκαμψίας του φορέα εξαρτάται από τη μέθοδο επιλύσεως των εξισώσεων ισορροπίας καθώς και από την τεχνική διαχείρισης του μητρώου δυσκαμψίας που έχουν επιλεγεί. Σε όλες τις περιπτώσεις αποθηκεύονται λόγω συμμετρίας οι όροι που βρίσκονται μόνο στο άνω ή το κάτω τριγωνικό τμήμα του μητρώου δυσκαμψίας. Η απόσταση από την κύρια διαγώνιο του πιο απομακρυσμένου μηδενικού όρου του μητρώου εξαρτάται από τη μέγιστη διαφορά m_k της καθολικής αρίθμησης των βαθμών ελευθερίας των κόμβων όλων των στοιχείων (βλ. σχήματα 1 και 2). Η απόσταση αυτή καθορίζει και το εύρος της ζώνης εντός της οποίας βρίσκονται οι μη μηδενικοί όροι του μητρώου. Το ημиеύρος **nband** της ζώνης προσδιορίζεται από τη μέγιστη διαφορά m_k των καθολικών βαθμών ελευθερίας των στοιχείων:

$$nband = m_k + 1$$

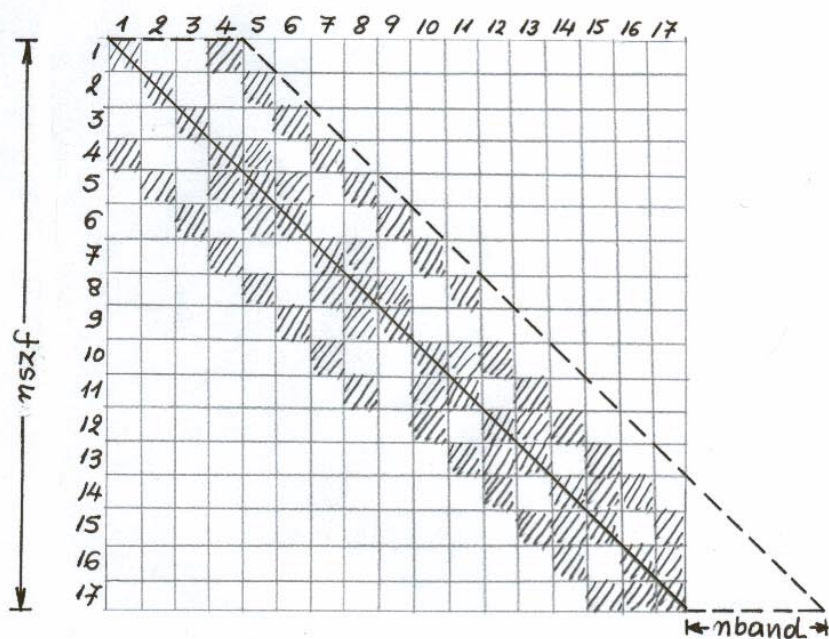
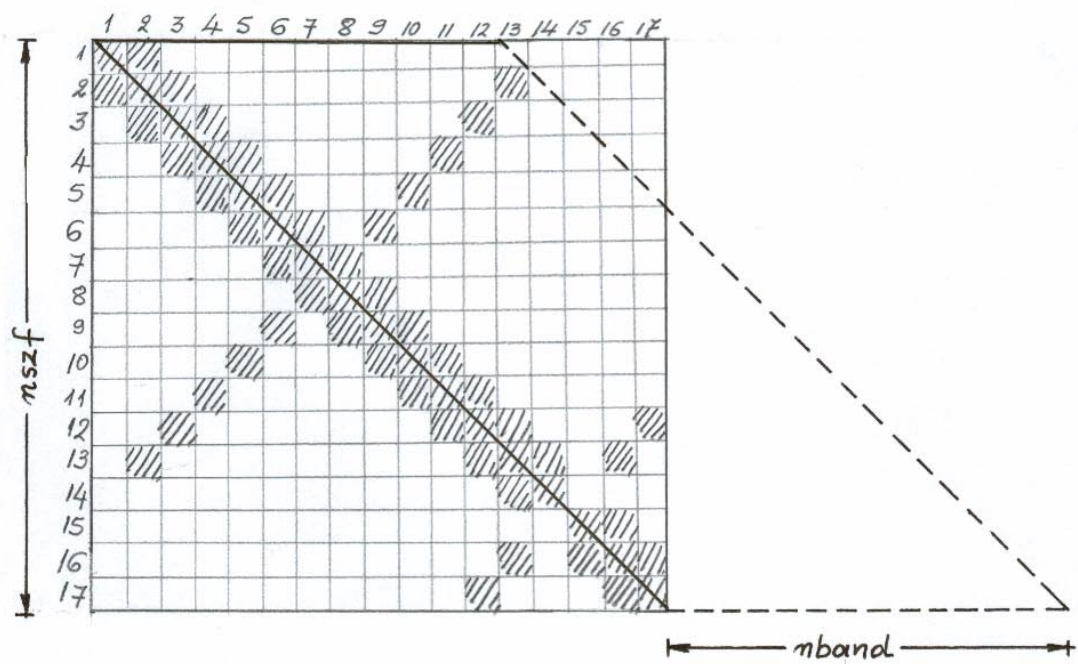


(α) Εσφαλμένη αρίθμηση κόμβων:
 $m_k + 1 = 36$



(β) Ορθή αρίθμηση κόμβων:
 $m_k + 1 = 12$

Σχήμα 1 Αρίθμηση κόμβων επίπεδου πλαισίου



Σχήμα 2 Σχηματική παράσταση των μητρώων δυσκαμψίας για την εσφαλμένη και την ορθή αρίθμηση των κόμβων του πλαισίου του σχήματος 1

Η ταινιωτή αποθήκευση του μητρώου δυσκαμψίας έχει το πλεονέκτημα του ευκολότερου προγραμματισμού των αλγορίθμων επίλυσης των εξισώσεων ισορροπίας αλλά και το μειονέκτημα της αποθήκευσης περιττών μηδενικών όρων του μητρώου δυσκαμψίας οι οποίοι αυξάνουν τις απαιτήσεις σε μνήμη του υπολογιστή καθώς και τον υπολογιστικό χρόνο εκτελέσεως της επίλυσης.

Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα προκειμένου να μορφωθεί το μητρώο δυσκαμψίας σε μορφή ημιζώνης απαιτείται να δοθεί μία εκτίμηση της τιμής του **nband**. Έτσι το καθολικό μητρώο δυσκαμψίας ορίζεται ως **sk(nszf, nband)** όπου **nszf** εκφράζει τους συνολικούς βαθμούς ελευθερίας του φορέα ενώ το **nband** δίνεται από τον χρήστη στην υπορουτίνα **formk** και προσαρμόζεται στον συγκεκριμένο φορέα που επιλύεται.

Υπορουτίνα stift2

Από την υπορουτίνα **formk** καλείται η υπορουτίνα **stift2** αφού πρώτα μηδενιστούν όλοι οι όροι του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας **sk(n,m)** του φορέα. Η υπορουτίνα **stift2(n,icall)** συνοδεύεται με τα ορίσματα **n** και **icall**. Το όρισμα **n** αντιστοιχεί στον αριθμό του στοιχείου του οποίου υπολογίζεται το μητρώο δυσκαμψίας, ενώ το όρισμα **icall** αντιστοιχεί στη χρήση της υπορουτίνας. Έτσι όταν **icall=1** η υπορουτίνα καλείται για τη μόρφωση του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας, ενώ όταν **icall=2** καλείται για τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών.

Αρχικά ορίζονται οι καθολικοί βαθμοί ελευθερίας της αρχής **jj=nop(n,1)** και του τέλους **kk=nop(n,2)**, η ομάδα **ll=imat(n)** και ο τύπος **m=itype(n)** του στοιχείου **n**. Το μήκος του στοιχείου υπολογίζεται και συμβολίζεται με **rlen**. Τα μητρώα που χρησιμοποιούνται στην υπορουτίνα αυτή είναι τα εξής: **a(6,6)**=μητρώο περιστροφής $[\Lambda_{PPF}]$, **ske(6,6)**=μητρώο δυσκαμψίας $[k]$ του στοιχείου στο τοπικό σύστημα, **b(6,6)**= $[a]^T[k]$, **skg(6,6)**=μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου στο καθολικό σύστημα.

Μετά τον υπολογισμό των μη μηδενικών μόνων όρων του μητρώου περιστροφής, και εφόσον βρισκόμαστε στη φάση μόρφωσης του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας (**icall=1**), γράφεται στο αρχείο των αποτελεσμάτων το μητρώο περιστροφής κάτω από τον τίτλο **Transformation Matrix**. Στη συνέχεια υπολογίζεται το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου στο τοπικό σύστημα αρχής γενομένης με τους κοινούς όρους **sa=EA/L** για όλους τους τύπους των στοιχείων. Ακολουθούν οι όροι του στοιχείου τύπου 1 (**type1**) με με τρεις ενεργούς β.ε. σε κάθε άκρο, του τύπου 2 (**type2**) με ελευθέρωση της στροφής στον κόμβο της αρχής, του τύπου 3 (**type3**) με ελευθέρωση της στροφής στον κόμβο του τέλους και του τύπου 4 (**type4**) με ελευθέρωση της

στροφής στα δύο άκρα. Εάν **icall=1** γράφεται το τοπικό μητρώο δυσκαμψίας **ske(6,6)** κάτω από τον τίτλο **Local Stifness Matrix**.

Ο υπολογισμός του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου υπολογίζεται σε δύο φάσεις. Πρώτα με τον υπολογισμό του ενδιάμεσου μητρώου $\mathbf{b} = [\mathbf{a}]^T[\mathbf{k}]$ και στη συνέχεια με τον υπολογισμό του τελικού μητρώου $\mathbf{skg} = [\mathbf{b}][\mathbf{a}]$.

Μόρφωση του καθολικού μητρώου σε ταινιωτή μορφή

Η μόρφωση του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας **sk(nszf,nband)** πραγματοποιείται μέσα στο **do 400** όπου αρχικά καλείται η υπορουτίνα **stift2**. Αμέσως μετά την κλήση της υπορουτίνας **stift2** τοποθετούνται στις καθολικές θέσεις του μητρώου δυσκαμψίας του φορέα οι αντίστοιχοι όροι του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου που υπολογίστηκαν με τη **stift2**.

Η μεταβλητή **nrowb** που υπολογίζεται στο **do 350** προσδιορίζει τη γραμμή του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας στην οποία θα τοποθετηθεί ο αντίστοιχος όρος του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου, ενώ η μεταβλητή **ncolb** που υπολογίζεται μέσα στο **do 330** καθορίζει την αντιστοιχη στήλη εφόσον η αποθήκευση γινόταν με την πλήρη μορφή του άνω τριγωνικού μητρώου. Δεδομένου όμως ότι η αποθήκευση γίνεται με ταινιωτή μορφή τροποποιείται η μεταβλητή **ncolb** στη μεταβλητή **ncol** έτσι ώστε ο κάθε διαγώνιος όρος του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας να αποθηκεύεται στην πρώτη στήλη του καθολικού μητρώου (βλ. σχήμα 3). Έτσι ο δείκτης δυσκαμψίας **skg(i,l)** του στοιχείου προστίθεται στον δείκτη δυσκαμψίας **sk(nrowb,ncol)** του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας του φορέα.

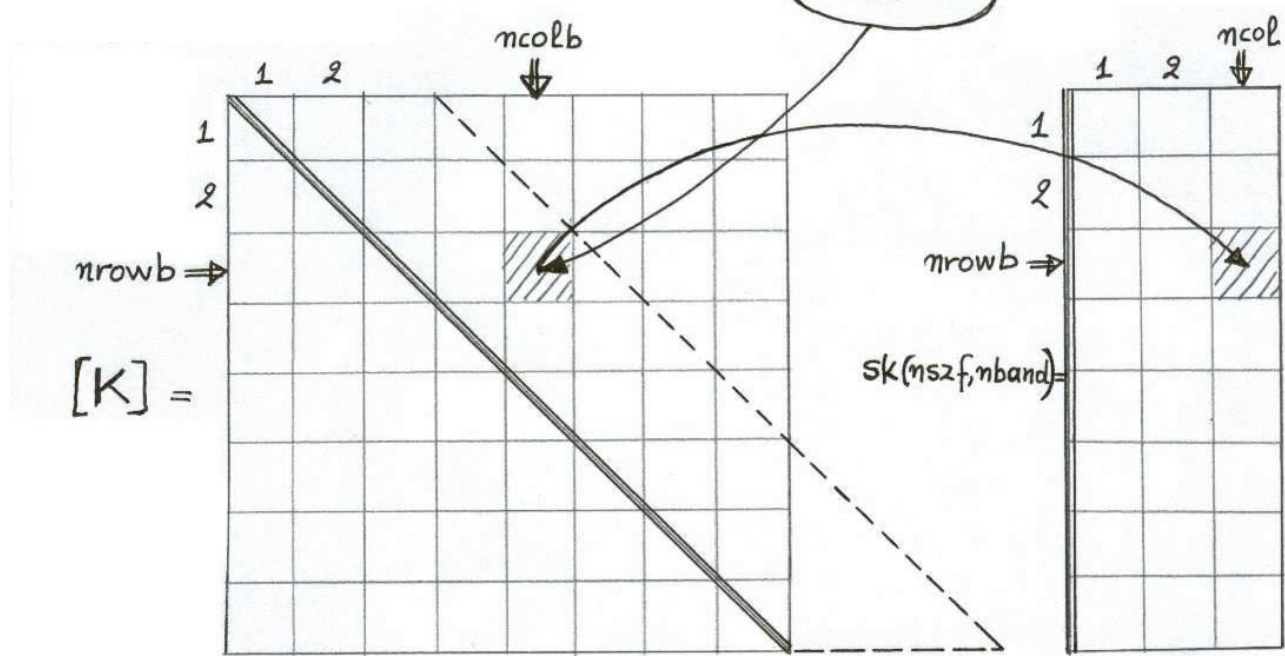
Συνοριακές συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες επιβάλλονται μέσα στο **do 500** το οποίο διατρέχει το σύνολο των δεσμευμένων κόμβων **nb**. Για κάθε δεσμευμένο κόμβο υπολογίζεται ο ακέραιος αριθμός **nx** ο οποίος για τρεις βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο παίρνει την τιμή **100**. Στη συνέχεια για κάθε βαθμό ελευθερίας **nrowb** του μερικώς ή ολικώς δεσμευμένου κόμβου **nbc(n)** υπολογίζεται ο ακέραιος αριθμός **icon=nfix(n)/nx**. Ο ακέραιος αριθμός **icon** θα λάβει την τιμή μηδέν ή μονάδα. Εάν είναι μονάδα σημαίνει ότι ο πρώτος τουλάχιστον βαθμός ελευθερίας (μετατόπιση κατά x) του κόμβου **n** είναι δεσμευμένος. Σ' αυτή την περίπτωση θέτουμε την τιμή του αντίστοιχου διαγώνιου όρου του μητρώου δυσκαμψίας **sk(nrowb,1)=1** και μηδενίζουμε όλους τους μη διαγώνιους όρους του μητρώου **sk(nr,j)=0.0**. Με αυτό τον τρόπο μηδενίζεται η αντίστοιχη μετατόπιση κατά την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας στην

$$[k] =$$

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

$skg(i,l)$



Αποθήκευση σε άνω τριγωνική μορφή

Αποθήκευση σε ταινιωτή μορφή

Σχήμα 3 Αποθήκευση του δείκτη δυσκαμψίας $skg(i, l)$ ενός στοιχείου στο καθολικό μητρώο δυσκαμψίας ταινιωτής μορφής

υπορουτίνα **solve** και επιβάλλεται έτσι η δέσμευση του συγκεκριμένου βαθμού ελευθερίας. Εάν ο ακέραιος αριθμός **icon** είναι μηδέν αυτό σημαίνει ότι τουλάχιστον ο πρώτος βαθμός ελευθερίας (μετατόπιση κατά x) δεν είναι δεσμευμένος. Τότε διαιρείται η μεταβλητή **nx** δια του 10 και εξετάζεται ο αμέσως επόμενος βαθμός ελευθερίας **nrowb=nrowb+1** του κόμβου **n** με τον εκ νέου υπολογισμό του ακέραιου αριθμού **icon**. Στη συνέχεια ακολουθείται για τον δεύτερο και τον τρίτο βαθμό ελευθερίας του κόμβου **n** η ίδια διαδικασία που ακολουθήθηκε για τον πρώτο βαθμό ελευθερίας. Μετά την εξέταση του τρίτου βαθμού ελευθερίας του κόμβου **n**, το μητρώο δυσκαμψίας θα έχει τροποποιηθεί έτσι ώστε οι δείκτες δυσκαμψίας που αντιστοιχούν στις γραμμές των δεσμευμένων βαθμών ελευθερίας του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας να είναι μηδενικοί εκτός από εκείνους που βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο και έχουν λάβει μοναδιαία τιμή.

Υπορουτίνα **load**

Στην υπορουτίνα αυτή διαβάζεται και αποθηκεύεται στο διάνυσμα **r1** που αντιστοιχεί στο καθολικό διάνυσμα της φόρτισης του φορέα. Αρχικά θα διαβαστεί και θα γραφτεί κάτω από τον τίτλο **Load Data** ο αριθμός του κόμβου **nq** και οι τρεις συνιστώσες του φορτίου **r(1)**, **r(2)**, **r(3)** που αντιστοιχούν στον εν λόγω κόμβο. Στη συνέχεια μέσα στο **do 170** μετατρέπεται το τοπικό διάνυσμα της φόρτισης του κόμβου **r(ndf)** στο καθολικό διάνυσμα **r1(nsxf)**. Η διαδικασία αυτή της μετατροπής του τοπικού διανύσματος στο καθολικό διάνυσμα της φόρτισης ολοκληρώνεται με την ανάγνωση και του τελευταίου κόμβου του φορέα ανεξάρτητα από το εάν είναι ή όχι φορτισμένος ο τελευταίος κόμβος του φορέα. Κατά συνέπεια ανεξάρτητα από τον αν είναι ή όχι φορτισμένος ο τελευταίος κόμβος του φορέα με εξωτερική φόρτιση θα πρέπει να δίνεται πάντα ως φορτιζόμενος κόμβος.

Υπορουτίνα **solve**

Η υπορουτίνα **solve** εκτελεί την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας με τη μέθοδο της απαλοιφής Gauss. Η επίλυση πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο τριγωνοποιείται το μητρώο δυσκαμψίας **sk(nsxf,nband)** και στο δεύτερο στάδιο εκτελείται η πίσω αντικατάσταση κατά την οποία υπολογίζεται το διάνυσμα των μετατοπίσεων του φορέα.

Στάδιο 1: Τριγωνοποίηση του μητρώου με απαλοιφή αγνώστων από τις εξισώσεις

Η απαλοιφή γίνεται σε n-1 βήματα, όπου n=nszf, με την παρακάτω διαδικασία:

Βήμα 1: Απαλοιφή της άγνωστης μετατόπισης Δ_1 από τις n-1 τελευταίες εξισώσεις

$$K_{11} \Delta_1 + K_{12} \Delta_2 + \dots + K_{1n} \Delta_n = P$$

$$(2) - (1) \times \frac{K_{21}}{K_{11}} : \quad 0 + K_{22}^{(1)} \Delta_2 + \dots + K_{2n}^{(1)} \Delta_n = P_2^{(1)}$$

.....

$$(2) - (1) \times \frac{K_{n1}}{K_{11}} : \quad 0 + K_{n2}^{(1)} \Delta_2 + \dots + K_{nn}^{(1)} \Delta_n = P_n^{(1)}$$

όπου

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^{(1)} &= K_{ij} - \frac{K_{i1}}{K_{11}} K_{1j} \\ P_i^{(1)} &= P_i - \frac{K_{i1}}{K_{11}} P_1 \end{aligned} \right\} (i, j = 2, 3, \dots, n)$$

Βήμα 2: Απαλοιφή της άγνωστης μετατόπισης Δ_2 από τις n-2 τελευταίες εξισώσεις του συστήματος με μητρώο $[K^{(1)}((n-1) \times (n-1))]$

.....

Βήμα n-1: Απαλοιφή της άγνωστης μετατόπισης Δ_{n-1} από τις δύο τελευταίες εξισώσεις του συστήματος με μητρώο $[K^{(n-1)}(2 \times 2)]$

Μετά το βήμα n-1 η τελική μορφή των τροποποιημένων εξισώσεων έχει ως εξής

$$\begin{aligned} K_{11}\Delta_1 + K_{12}\Delta_2 + K_{13}\Delta_3 + \dots + K_{1n}\Delta_n &= P_1 \\ K_{22}^{(1)}\Delta_2 + K_{23}^{(1)}\Delta_3 + \dots + K_{2n}^{(1)}\Delta_n &= P_2^{(1)} \\ K_{33}^{(2)}\Delta_3 + \dots + K_{3n}^{(2)}\Delta_n &= P_3^{(2)} \\ &\dots\dots\dots \\ K_{nn}^{(n-1)}\Delta_n &= P_n^{(n-1)} \end{aligned}$$

όπου το μητρώο δυσκαμψίας έχει τριγωνοποιηθεί και ταυτόχρονα έχει τροποποιηθεί και το διάνυσμα της φόρτισης.

Στάδιο 2: Υπολογισμός των μετατοπίσεων με πίσω αντικατάσταση

Η πίσω αντικατάσταση πραγματοποιείται σε n βήματα:

Βήμα 1: Υπολογισμός της Δ_n

$$\Delta_n = P_n^{(n-1)} / K_{nn}^{(n-1)}$$

Βήμα 2: Υπολογισμός της Δ_{n-1}

$$\Delta_{n-1} = (P_{n-1}^{(n-2)} - K_{n-1,n}^{(n-2)}\Delta_n) / K_{n-1,n-1}^{(n-2)}$$

.....

Βήμα n: Υπολογισμός της Δ_1

$$\Delta_1 = (P_1 - K_{12}\Delta_2 - K_{13}\Delta_3 \dots - K_{1n}\Delta_n) / K_{11}$$

Η αλγοριθμική διατύπωση της απαλοιφής Gauss έχει ως εξής:

Τριγωνοποίηση

Για $i = 1 \div (n-1)$ διάτρεξε τις γραμμές $\ell = (i+1) \div n$

$$K_{\ell j} = K_{\ell j} - \left(\frac{K_{\ell i}}{K_{ii}} \right) K_{ij} \quad , \quad j = (i+1) \div n$$

$$P_{\ell} = P_{\ell} - \left(\frac{K_{\ell i}}{K_{ii}} \right) P_i$$

Πίσω αντικατάσταση

$$\Delta_n = P_n / K_{nn}$$

$$\Delta_i = \frac{P_i - \sum_{j=i+1}^n K_{ij} \Delta_j}{K_{ii}} \quad , \quad i = (n-1) \div 1$$

Η συμμετρική μορφή του μητρώου δυσκαμψίας του φορέα μας επιτρέπει να περιορίσουμε τις πράξεις της τριγωνοποίησης στο άνω τριγωνικό υπομητρώο του κάθε βήματος. Έτσι οι σχέσεις της τριγωνοποίησης τροποποιούνται ως εξής:

Για $i = 1 \div (n-1)$ διάτρεξε τις γραμμές $\ell = (i+1) \div n$

$$K_{\ell j} = K_{\ell j} - \left(\frac{K_{i\ell}}{K_{ii}} \right) K_{ij} \quad , \quad i = \ell \div n$$

$$P_{\ell} = P_{\ell} - \left(\frac{K_{i\ell}}{K_{ii}} \right) P_i$$

Η τριγωνοποίηση του ορθογωνικού μητρώου **sk(nszf,nband)** πραγματοποιείται στην υπορουτίνα **solve** μέσα στο **do 300**, όπου για την επιτάχυνση της διαδικασίας της παραγοντοποίησης δεν πραγματοποιούνται πράξεις με μηδενικούς όρους του μητρώου δυσκαμψίας. Μετά την

ολοκλήρωση του **do 290** έχουν υπολογιστεί τα τροποποιημένα στοιχεία του μητρώου δυσκαμψίας **sk(i,j)** και τα τροποποιημένα στοιχεία του διανύσματος της φόρτισης **r1(i)**.

Η πίσω αντικατάσταση γίνεται μέσα στο **do 400** όπου και πάλι αποφεύγονται οι πράξεις με μηδενικούς όρους του μητρώου δυσκαμψίας και όπου αποθηκεύεται το διάνυσμα της λύσεως {Δ} στο διάνυσμα της φόρτισης **r1(nsxf)**. Οι μετατοπίσεις των δεσμευμένων βαθμών ελευθερίας θα προκύψουν μέσω της διαδικασίας επιλύσεως μηδενικές.

Υπορουτίνα stress

Μετά τον υπολογισμό των μετατοπίσεων καλείται από το κυρίως πρόγραμμα η υπορουτίνα **stress** στην οποία γράφονται στο αρχείο των αποτελεσμάτων κάτω από τον τίτλο **Results** και τις ονομασίες **Node, X-Translation, Y-translation, Z-rotation** (format 100) οι κόμβοι, οι μετακινήσεις κατά x,y και η στροφή κατά z. Μέσα από την εντολή **equivalence (dis(1),r1(1))** γίνεται η αντιστοίχιση του διανύσματος των μετατοπίσεων **dis(ndf,np)** με το διάνυσμα της λύσης **r1(nsxf)**.

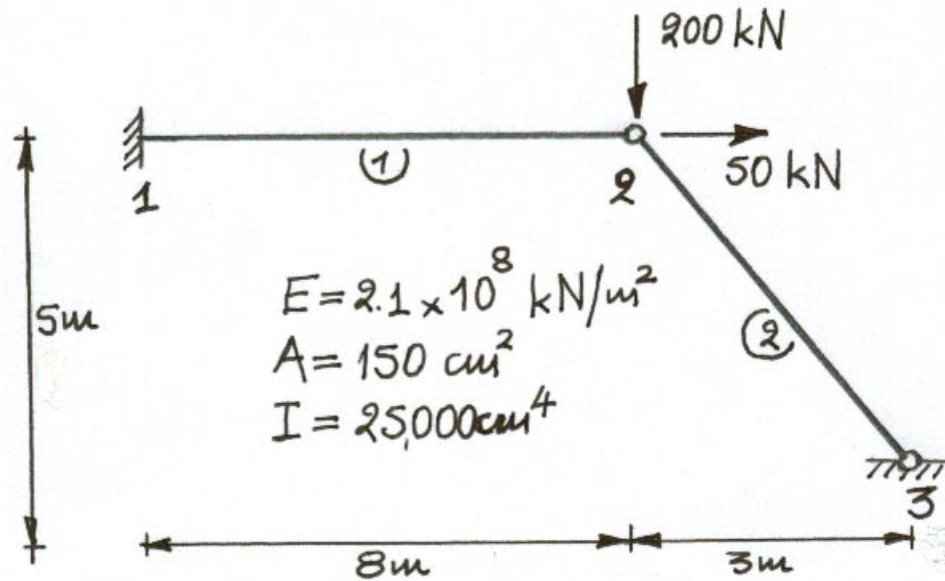
Στη συνέχεια και μέσα στο **do 200** υπολογίζονται και γράφονται τα ακραία εντατικά μεγέθη των ράβδων του φορέα στο τοπικό σύστημα του στοιχείου. Για κάθε στοιχείο **n** καλείται η υπορουτίνα **stift2(n,2)** με την οποία υπολογίζεται το ενδιάμεσο μητρώο $[b] = [\Lambda_{ppf}]^T [k]$. Έτσι αφού μετατραπούν μέσα στην υπορουτίνα **stress** οι καθολικές μετατοπίσεις **dis(j,m)** στις τοπικές μετατοπίσεις **r(ij)** του κάθε στοιχείου, εκτελείται μέσα στο **do 300** ο πολλαπλασιασμός του μητρώου **[b]** με το διάνυσμα **{r}** από τον οποίο προκύπτει το διάνυσμα των εντατικών μεγεθών **force(n,6)** του στοιχείου στο τοπικό σύστημα. Μετά τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών γράφονται στο αρχείο των αποτελεσμάτων κάτω από τις ονομασίες **Element, Node, Axial Force, Shear Force, Moment** ο αριθμός του στοιχείου, ο αριθμός του κόμβου, η αξονική δύναμη, η τέμνουσα δύναμη και η καμπτική ροπή, αντίστοιχα.

Μετά την εκτέλεση από το κυρίως πρόγραμμα και της υπορουτίνας **stress** κλείνονται διαδοχικά τα αρχεία 1 και 2 που είχαν δημιουργηθεί και έτσι ολοκληρώνεται η εκτέλεση του προγράμματος.

Παράδειγμα δεδομένων και αποτελεσμάτων

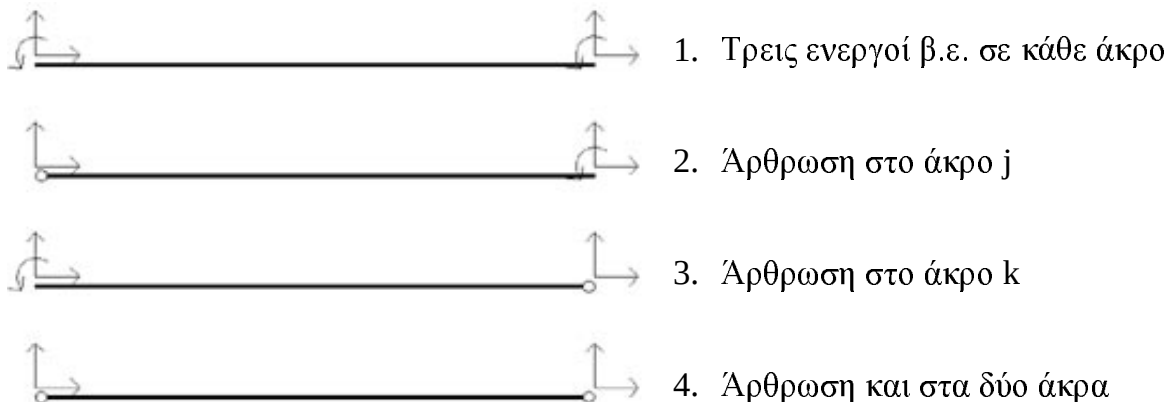
Έστω ότι το αρχείο των δεδομένων, που διαβάζεται από το κυρίως πρόγραμμα ως **name1** με το **format 1001**, αντιστοιχεί στον φορέα του σχήματος 4. Το αρχείο των δεδομένων εμφανίζεται αναλυτικά στον πίνακα 1α και με τη μορφή που διαβάζεται από το πρόγραμμα στον πίνακα 1β. Το αρχείο των

δεδομένων που έχει ονομαστεί **Input.txt** θα πρέπει να έχει τις τιμές που εμφανίζονται στον πίνακα 1β.



Σχήμα 4. Γεωμετρία και φόρτιση του φορέα **Test1**.

Οι τέσσερεις τύποι των στοιχείων φαίνονται σχηματικά στο σχήμα 5. Η άρθρωση σε κόμβο του φορέα θεωρείται ότι εφαρμόζεται στα άκρα των στοιχείων που συντρέχουν στον ίδιο κόμβο πλην ενός. Το άκρο του στοιχείου αυτού θεωρείται ότι έχει τρεις ενεργούς βαθμούς ελευθερίας. Αυτό γίνεται για να αποφευχθεί μηδενική τιμή στον διαγώνιο όρο του μητρώου δυσκαμψίας που αντιστοιχεί στον στρωφικό βαθμό ελευθερίας του κόμβου. Η άρθρωση σε στήριξη δηλώνεται μία φορά είτε μέσω των συνθηκών στηρίξεως, ως **110**, είτε με μία άρθρωση στο άκρο του στοιχείου και συνθήκης στηρίξεως πλήρους πάκτωσης **111**. Στους φορτισμένους κόμβους πρέπει να δηλωθεί ο τελευταίος κόμβος ανεξάρτητα από το αν φορτίζεται ή όχι.



Σχήμα 5 Τύποι στοιχείων

Στον πίνακα 2 εμφανίζεται το αρχείο των αποτελεσμάτων **name2** το οποίο έχει ονομαστεί **Output.txt** και περιλαμβάνει τα δεδομένα του φορέα και τα αποτελέσματα των μετατοπίσεων των κόμβων και των εντατικών μεγεθών των ράβδων του φορέα μετά την εκτέλεση του προγράμματος.

Πίνακας 1α Αναλυτική παρουσίαση δεδομένων

<i>Συγκεντρωτικά δεδομένα φορέα</i>	<i>np</i>	<i>ne</i>	<i>nb</i>	<i>ndf</i>	<i>nmat</i>
	3	2	2	3	1
Μηχανικές ιδιότητες στοιχείων	<i>m</i>	<i>ort(m,1)</i>	<i>ort(m,2)</i>	<i>ort(m,3)</i>	
	1	2.1E8	0.015	0.000025	
Αριθμός & συντεταγμένες κόμβων	<i>ln</i>	<i>cord(ln,1)</i>	<i>cord(ln,2)</i>		
	1	0.000	5.000		
	2	8.000	5.000		
	3	11.000	0.000		
Αριθμός συνδεσμολογία & ομάδα-τύπος στοιχείων	<i>ln</i>	<i>nor(ln,1)</i>	<i>nor(ln,2)</i>	<i>Ομάδα στοιχείων</i>	<i>Τύπος στοιχείου</i>
	1	1	2	1	3
	2	2	3	1	1
Αριθμός δεσμευμένου κόμβου & συνθήκες στήριξης	<i>nbc(i)</i>	<i>nfix(i)</i>			
	1	111			
	3	110			
Αριθμός & φόρτιση κόμβων	<i>nq</i>	<i>r(1)</i>	<i>r(2)</i>	<i>r(3)</i>	
	2	50.00	-200.00	0.00	
	3	0.00	0.00	0.00	

Πίνακας 1β Αρχείο δεδομένων **Input.txt**

Test1

3	2	2	3	1
1	2.1e8	0.015	0.00025	
1	0.000	5.000		
2	8.000	5.000		
3	11.000	0.000		
1	1	2	1	3
2	2	3	1	1
1	111			
3	110			
2	50.00	-200.00	0.00	
3	0.00	0.00	0.00	

Πίνακας 2 Αρχείο αποτελεσμάτων Output.txt

```

Title
  Test1
General Data
  3      2      2      3      1
Element Group Data
  1      .2100E+09      .0150000      .0002500
Nodal Coordinates
  1      .000      5.000
  2      8.000      5.000
  3      11.000      .000
Element Connectivity, Group and Type Data
  1      1      2      1      3
  2      2      3      1      1
Boundary Conditions
  1      111
  3      110

Transformation Matrix
  1.0000      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000
  .0000      1.0000      .0000      .0000      .0000      .0000
  .0000      .0000      1.0000      .0000      .0000      .0000
  .0000      .0000      .0000      1.0000      .0000      .0000
  .0000      .0000      .0000      .0000      1.0000      .0000
  .0000      .0000      .0000      .0000      .0000      1.0000

Local Stiffness Matrix
  393750.0000      .0000      .0000 -393750.0000      .0000      .0000
  .0000      307.6172      2460.9380      .0000      -307.6172      .0000
  .0000      2460.9380      19687.5000      .0000      -2460.9380      .0000
-393750.0000      .0000      .0000      393750.0000      .0000      .0000
  .0000      -307.6172      -2460.9380      .0000      307.6172      .0000
  .0000      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000

Global Stiffness Matrix
  393750.0000      .0000      .0000 -393750.0000      .0000      .0000
  .0000      307.6172      2460.9380      .0000      -307.6172      .0000
  .0000      2460.9380      19687.5000      .0000      -2460.9380      .0000
-393750.0000      .0000      .0000      393750.0000      .0000      .0000
  .0000      -307.6172      -2460.9380      .0000      307.6172      .0000
  .0000      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000

Transformation Matrix
  .5145      -.8575      .0000      .0000      .0000      .0000
  .8575      .5145      .0000      .0000      .0000      .0000
  .0000      .0000      1.0000      .0000      .0000      .0000
  .0000      .0000      .0000      .5145      -.8575      .0000
  .0000      .0000      .0000      .8575      .5145      .0000
  .0000      .0000      .0000      .0000      .0000      1.0000

Local Stiffness Matrix
  540220.6000      .0000      .0000 -540220.6000      .0000      .0000
  .0000      3177.7690      9264.7070      .0000      -3177.7690      9264.7070
  .0000      9264.7070      36014.7100      .0000      -9264.7070      18007.3500
-540220.6000      .0000      .0000      540220.6000      .0000      .0000
  .0000      -3177.7690      -9264.7070      .0000      3177.7690      -9264.7070
  .0000      9264.7070      18007.3500      .0000      -9264.7070      36014.7100

Global Stiffness Matrix
  145336.2000 -236930.7000      7944.4210 -145336.2000      236930.7000      7944.4210
-236930.7000      398062.3000      4766.6530      236930.7000 -398062.3000      4766.6530
  7944.4210      4766.6530      36014.7100      -7944.4210      -4766.6530      18007.3500
-145336.2000      236930.7000      -7944.4210      145336.2000 -236930.7000      -7944.4210
  236930.7000 -398062.3000      -4766.6530 -236930.7000      398062.3000      -4766.6530
  7944.4210      4766.6530      18007.3500      -7944.4210      -4766.6530      36014.7100

```

Load Data

2	50.0000	-200.0000	.0000
3	.0000	.0000	.0000

Results

Node	X-Translation	Y-Translation	Z-Rotation
1	.0000000E+00	.0000000E+00	.0000000E+00
2	-.1774920E-03	-.6095211E-03	.7988305E-04
3	.0000000E+00	.0000000E+00	.7988305E-04

Element	Node	Axial Force	Shear Force	Moment
1	1	69.8875	.1875	1.5000
	2	-69.8875	-.1875	.0000
2	2	233.0194	.0000	.0000
	3	-233.0194	.0000	.0000

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ *PFrame* ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ Windows (*PFrameWin*)

Μ. Παπαδρακάκης – Β. Πλεύρης

Εγκατάσταση του προγράμματος στο PC

Καλούμε (μέσα από τον Explorer π.χ. των Windows) το αρχείο **Setup.exe**. Ακολουθώντας τις οδηγίες που δίνονται στην οθόνη, γίνεται η εγκατάσταση του προγράμματος στον προσωπικό υπολογιστή. Το προεπιλεγμένο **directory εγκατάστασης** είναι το **C:\Program Files\PFrameWin**, μπορεί όμως να επιλεγεί και οποιοδήποτε άλλο directory.

Χρήση του προγράμματος PFrameWin

Από το μενού **Start** επιλέγεται **Programs** και στη συνέχεια η επέκταση **PFrameWin**. Στην οθόνη εμφανίζεται το κύριο παράθυρο λειτουργίας του προγράμματος. Οι αρχικές επιλογές είναι δύο: **Νέο αρχείο** (καινούργιος φορέας) ή **Ανάγνωση αρχείου** (επεξεργασία υπάρχοντος φορέα). Οι επιλογές αυτές πραγματοποιούνται είτε από το μενού **Αρχείο** είτε από τα αντίστοιχα κουμπιά, στο κάτω δεξιό μέρος.

Ανάγνωση υπάρχοντος φορέα

Επιλέγοντας την εντολή **Ανάγνωση** εμφανίζεται το παράθυρο **Open file** των Windows. Μέσα στον φάκελο **Examples** βρίσκονται τέσσερα έτοιμα παραδείγματα επίπεδων ραβδωτών φορέων που μπορούμε να διαβάσουμε. Πρόκειται για τα αρχεία: *Example1.txt*, *Example2.txt*, *Example3.txt*, *Example4.txt*. Με την επιλογή ενός από αυτά θα αναγνωστεί από το πρόγραμμα ο αντίστοιχος φορέας και θα εμφανιστεί στην οθόνη σχεδίασης.

Με το πάτημα του κουμπιού **Ρυθμίσεις** εμφανίζονται οι **Ρυθμίσεις σχεδίασης** όπου μπορούμε να ενεργοποιήσουμε ή να απενεργοποιήσουμε κάποια ή κάποιες από τις επιλογές που έχουμε. Πατώντας στη συνέχεια το κουμπί **Εφαρμογή** οι νέες ρυθμίσεις υλοποιούνται στην οθόνη σχεδίασης. Πατώντας το κουμπί **OK** γίνεται εφαρμογή των νέων ρυθμίσεων και ταυτόχρονα έξοδος από τις ρυθμίσεις. Η κλίμακα σχεδίασης καθορίζεται από την επιλογή **Κλίμακα 1:** , ενώ η μετακίνηση του φορέα εντός της οθόνης πραγματοποιείται με τα βέλη των τεσσάρων κατευθύνσεων.

Η εμφάνιση των δεδομένων του φορέα γίνεται από το μενού **Φορέας > Δεδομένα**, του κύριου παραθύρου. Η επάνοδος στη συνέχεια στην οθόνη

σχεδίασης γίνεται με το κουμπί **ΟΚ**. Η επεξεργασία των δεδομένων γίνεται με τα κάτω δεξιά κουμπιά **Ομάδες E,A,I – Κόμβοι – Στοιχεία – Φορτίσεις**.

Δημιουργία νέου φορέα

Για τη δημιουργία και την ανάλυση ενός νέου φορέα επιλέγουμε από το μενού: **Αρχείο > Νέο** ή πατάμε το κουμπί **Νέο**. Στο παράθυρο **Νέο αρχείο** που εμφανίζεται δίνουμε τον επιθυμητό τίτλο του φορέα, έστω **Test1**, και προχωρούμε στην εισαγωγή των δεδομένων του. (Ο τίτλος του φορέα, δεν έχει σχέση με το όνομα του αρχείου του)

Ξεκινάμε πατώντας το κουμπί **Ομάδες E,A,I**. Στην **Ομάδα χαρ/κών: 1** αναγράφουμε το μέτρο ελαστικότητας E, το εμβαδόν διατομής A, και τη ροπή αδράνειας της διατομής I, που χαρακτηρίζουν τα στοιχεία που ανήκουν στην ομάδα 1, και τα καταχωρίζουμε με την εντολή **Εφαρμογή**. Στη συνέχεια εμφανίζεται η **Ομάδα χαρ/κών 2** με τα αντίστοιχα E,A,I. Εάν δεν υπάρχουν άλλες ομάδες στοιχείων τότε επανερχόμαστε στις κύριες επιλογές με την εντολή **Άκυρο**. Εάν υπάρχουν και άλλες ομάδες, τότε ακολουθούμε την ίδια διαδικασία μέχρι να καταχωρίσουμε όλες τις ομάδες χαρακτηριστικών των στοιχείων του φορέα.

Στη συνέχεια πατάμε το κουμπί **Κόμβοι**. Δίνονται οι συντεταγμένες κατά x και y του κάθε κόμβου και οι δεσμεύσεις του εφόσον είναι δεσμευμένος. Μετά την ενεργοποίηση της εντολής **Εφαρμογή** εμφανίζεται στην οθόνη σχεδίασης και στο επίπεδο xy ο εκάστοτε κόμβος με την αρίθμησή του. Ο ορισμός των συντεταγμένων και των τυχόν δεσμεύσεων των κόμβων του φορέα συνεχίζεται μέχρι και τον τελευταίο κόμβο. Η επάνοδος στις κύριες επιλογές γίνεται με την εντολή **Άκυρο**.

Επιλέγουμε εν συνεχεία **Στοιχεία**. Για κάθε στοιχείο δίνεται ο αύξων αριθμός του, η ομάδα στην οποία ανήκει, ο κόμβος αρχής και ο κόμβος πέρατος. Ο τύπος του στοιχείου καθορίζεται με την επιλογή του αντίστοιχου εικονιδίου (Στοιχείο P2, P2' ή P1). Το στοιχείο καταχωρίζεται τελικά με την εντολή **Εφαρμογή**, ενώ η εντολή **Άκυρο** μας επαναφέρει στις κύριες επιλογές.

Οι φορτίσεις δίνονται με την εντολή **Φορτίσεις** όπου, αφού επιλεγεί ο κόμβος στον οποίο θα επιβληθεί η φόρτιση, ορίζονται οι δυνάμεις F_x , F_y και η ροπή M. Στο πρόγραμμα PframeWin, δεν χρειάζεται να δίνεται ο τελευταίος κόμβος του φορέα ως φορτιζόμενος με μηδενική φόρτιση (εφόσον δεν φορτίζεται). Αυτό γίνεται αυτόματα από το πρόγραμμα, κατά την αποθήκευση του αρχείου δεδομένων.

Επιλέγοντας **Διαγραφές** μπορούμε να επανέλθουμε σε μία από τις προηγούμενες ενότητες δεδομένων και να διαγράψουμε κάποιο ή κάποια από τα δεδομένα που έχουν ήδη καταχωριστεί.

Μετά την ολοκλήρωση της δημιουργίας του φορέα μπορούμε να ελέγξουμε τα δεδομένα που εισήχθησαν με την εντολή **Δεδομένα** από το μενού **Φορέας**.

Επίλυση του φορέα

Η επίλυση του φορέα πραγματοποιείται επιλέγοντας από το μενού: **Φορέας > Επίλυση**. Το παράθυρο του **MS-DOS**, που εμφανίζεται στη συνέχεια μας ενημερώνει για την ορθή εκτέλεση του προγράμματος επίλυσης (**Solver.exe**) ή για την εμφάνιση κάποιου σφάλματος κατά την εκτέλεσή του. Μπορούμε να διαβάσουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης αμέσως μετά (επιλογή **Yes** στο παράθυρο που εμφανίζεται) ή και οποιαδήποτε άλλη στιγμή (επιλογή **No**). Τα αποτελέσματα περιλαμβάνουν τις μετατοπίσεις των κόμβων και τα εντατικά μεγέθη των στοιχείων του φορέα. Επιλέγοντας από το μενού: **Φορέας > Αποτελέσματα > Όλο το αρχείο αποτελεσμάτων**, μπορούμε να διαβάσουμε αυτούσιο το αρχείο που δημιούργησε ο **Solver.exe**, και το οποίο περιλαμβάνει συν τοις άλλοις όλα τα επιμέρους μητρώα (μετασχηματισμού, δυσκαμψίας κ.α.)

Εκτυπώσεις

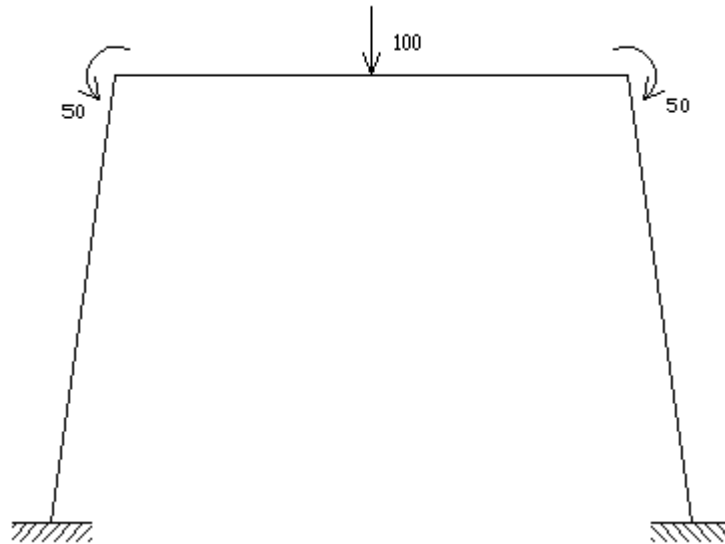
Με χρήση του μενού **Εκτυπώσεις** και των υπομενού του, μπορούμε να τυπώσουμε στον εκτυπωτή:

- Το σχέδιο, όπως αυτό φαίνεται στην οθόνη.
- Τα δεδομένα σε αναλυτική μορφή.
- Το αρχείο των δεδομένων όπως το διαβάζει ο **Solver.exe**
- Τα αποτελέσματα (Μετατοπίσεις κόμβων και εντατικά μεγέθη στοιχείων)
- Ολόκληρο το αρχείο των αποτελεσμάτων.

Εφαρμογή: Συμμετρικό πλαίσιο (Example3.txt)

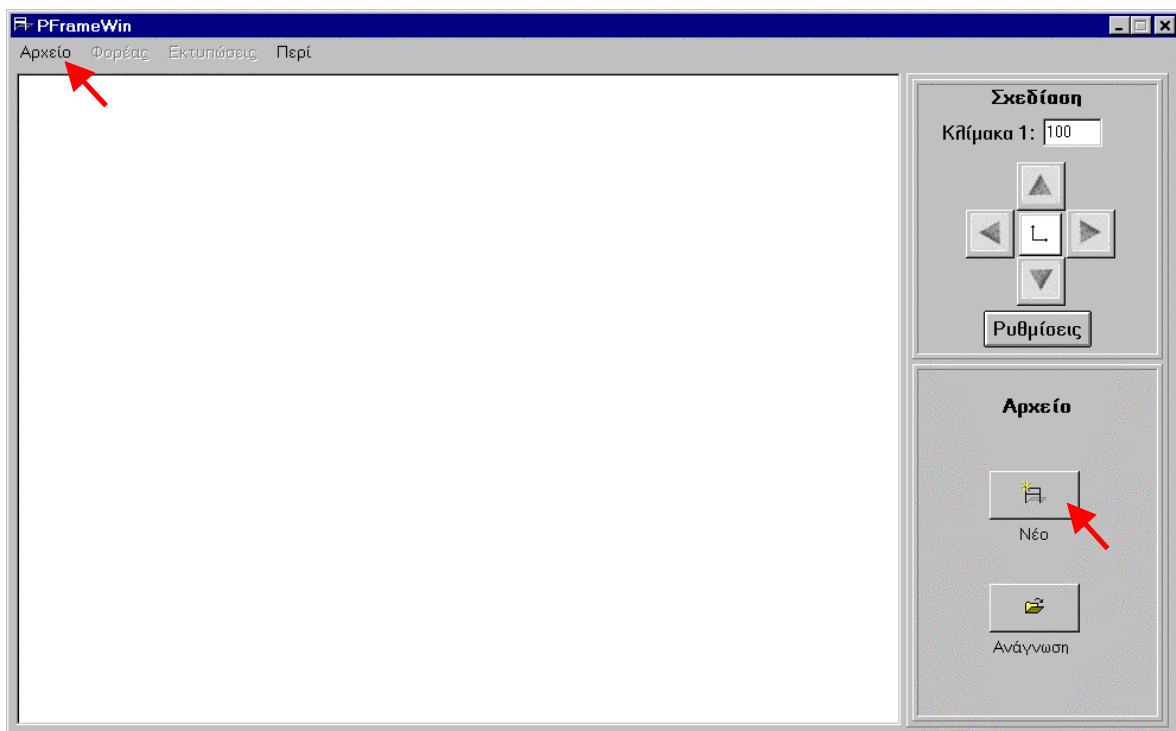
Το αρχείο **Example3.txt**, βρίσκεται μέσα στον φάκελο **Examples** του directory στο οποίο έγινε η εγκατάσταση του προγράμματος. Στη συνέχεια θα δούμε, βήμα προς βήμα, πώς γίνεται η εισαγωγή των δεδομένων και η επίλυση του φορέα μέσω του προγράμματος **PFrameWin**.

Η γεωμετρία και η φόρτιση του φορέα έχουν ως εξής:



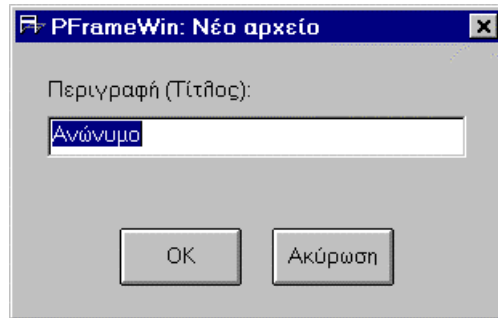
Εισαγωγή δεδομένων

Η εισαγωγή των δεδομένων του φορέα γίνεται με την κλήση του προγράμματος **PFrameWin.exe**, οπότε και εμφανίζεται το κύριο παράθυρό του:

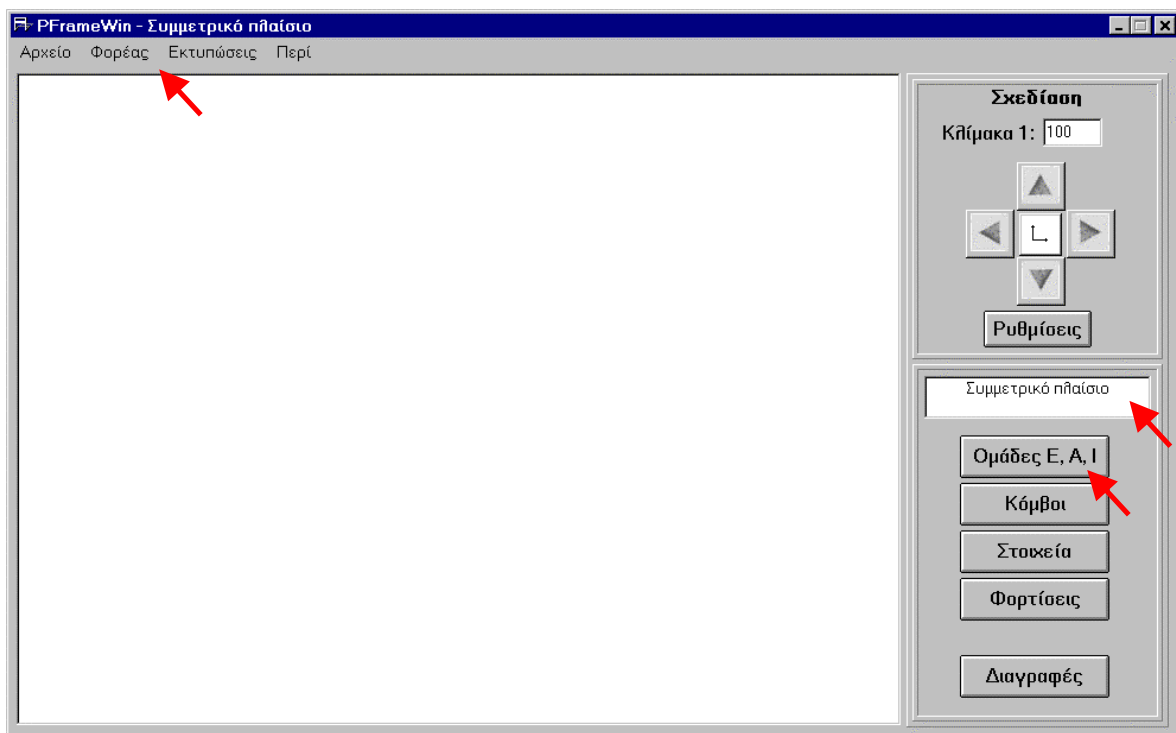


Στη συνέχεια επιλέγουμε ένα νέο αρχείο, είτε από το μενού **Αρχείο > Νέο**, είτε με το κουμπί **Νέο Αρχείο**, κάτω δεξιά (βλ. βέλη). Αμέσως εμφανίζεται το

παράθυρο **Νέο Αρχείο**, όπου μπορούμε να πληκτρολογήσουμε την ονομασία του νέου μας αρχείου:

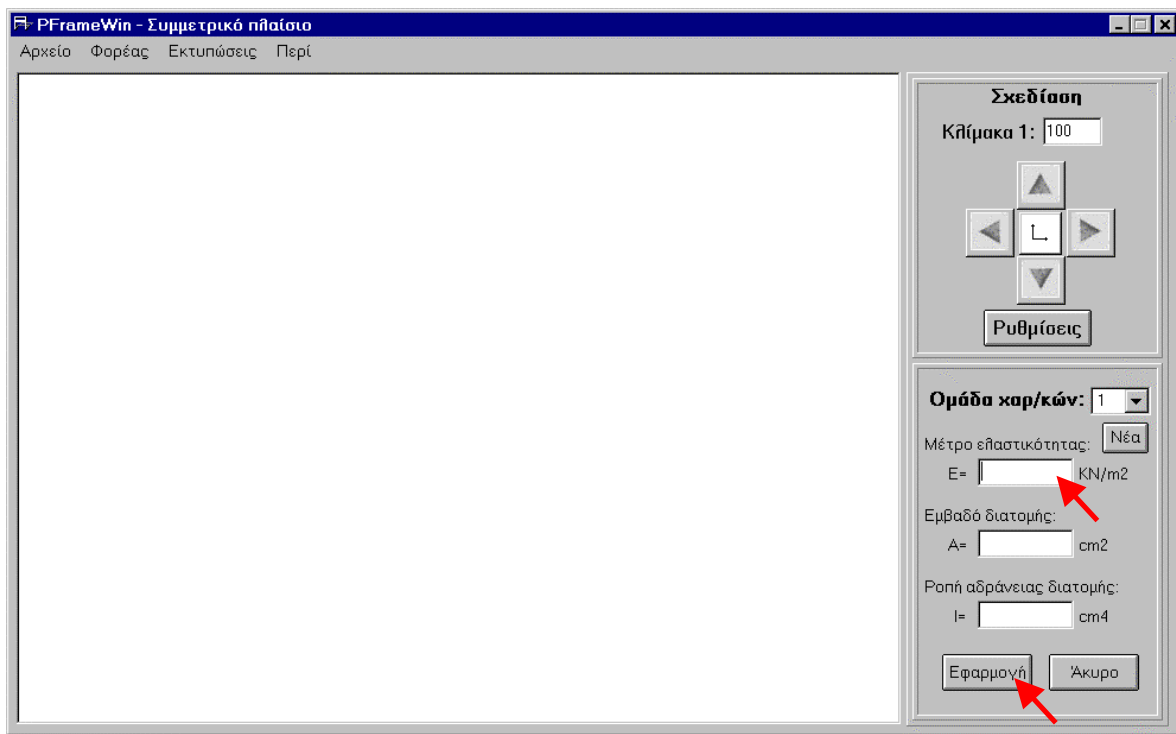


Πληκτρολογούμε την ονομασία (στην περίπτωση μας π.χ. **Συμμετρικό πλαίσιο**), πατάμε το κουμπί **OK** και θα έχουμε την παρακάτω εικόνα:



Παρατηρούμε ότι μετά την ονομασία, ενεργοποιούνται τα μενού **Φορέας** και **Εκτυπώσεις**, οπότε είμαστε πλέον έτοιμοι να αρχίσουμε την εισαγωγή των δεδομένων.

Πρώτα θα ορίσουμε το υλικό του φορέα και τη γεωμετρία των διατομών των μελών του. Για τον σκοπό αυτό, πρέπει να ορίσουμε ομάδες χαρακτηριστικών, οι οποίες αποτελούνται από το μέτρο ελαστικότητας **E**, το εμβαδόν διατομής **A** και τη ροπή αδρανείας **I**, στις οποίες εντάσσεται κάθε ένα από τα μέλη του φορέα. Πατάμε έτσι το κουμπί **Ομάδες E, A, I**, οπότε έχουμε την παρακάτω εικόνα:



Δίνουμε τα χαρακτηριστικά της πρώτης ομάδας:

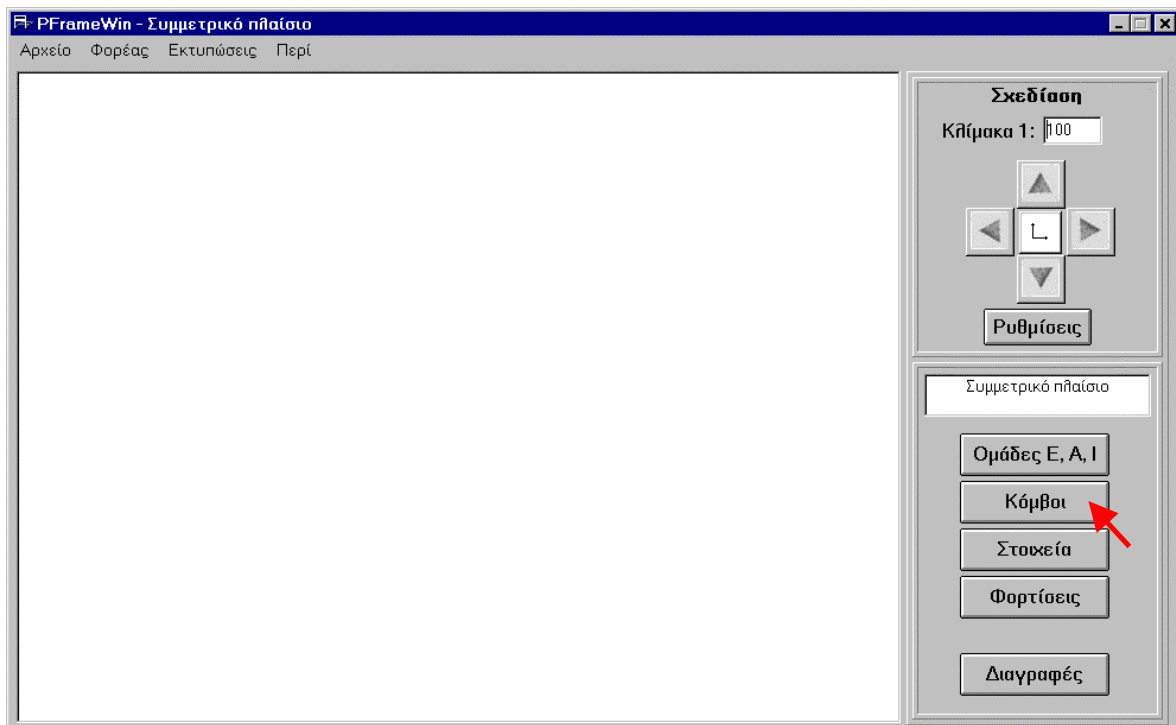
$$E = 210000000 \text{ KN/m}^2$$

$$A = 150 \text{ cm}^2$$

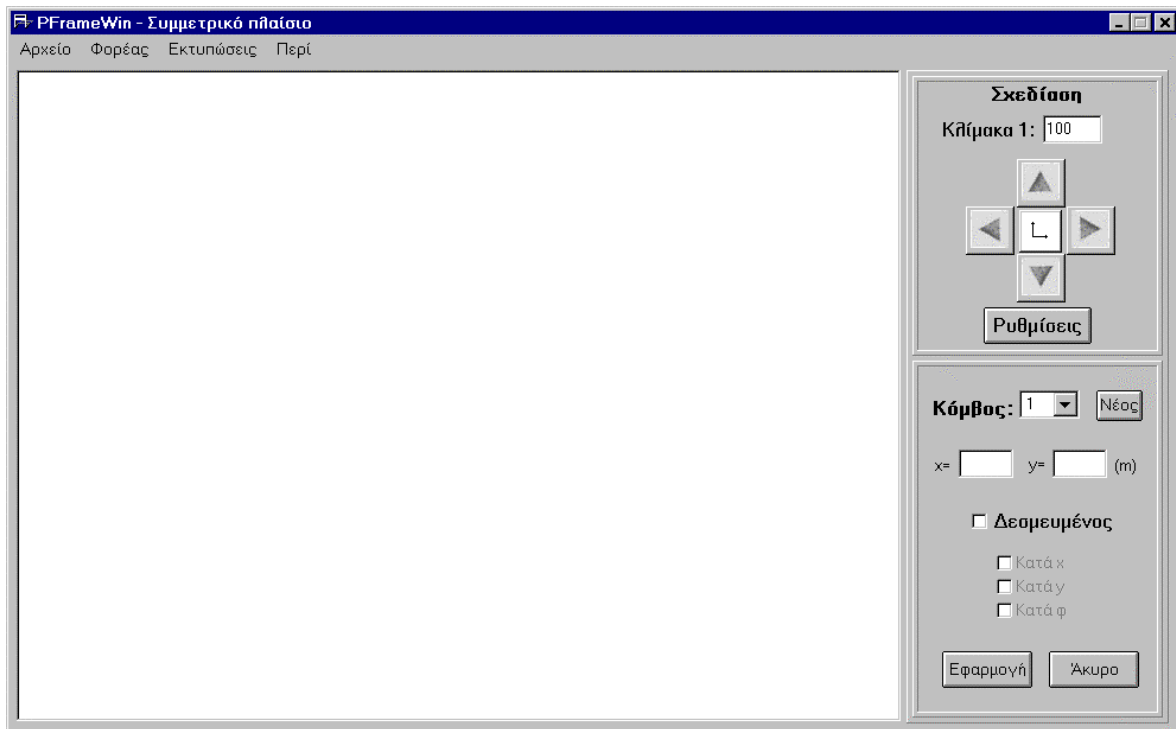
$$I = 2500 \text{ cm}^4$$

και πατάμε το κουμπί **Εφαρμογή**. Στη συνέχεια, και εφόσον δεν θέλουμε να ορίσουμε άλλη ομάδα χαρακτηριστικών, πατάμε **Άκυρο**.

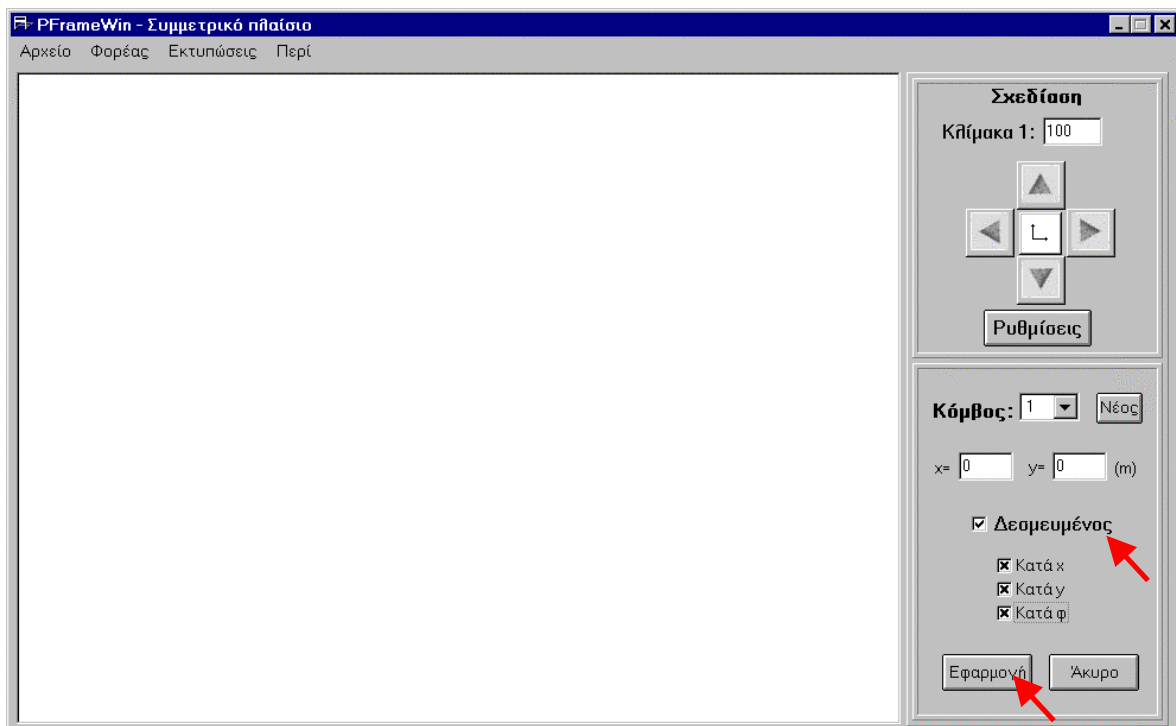
Έχουμε έτσι και πάλι την εικόνα:



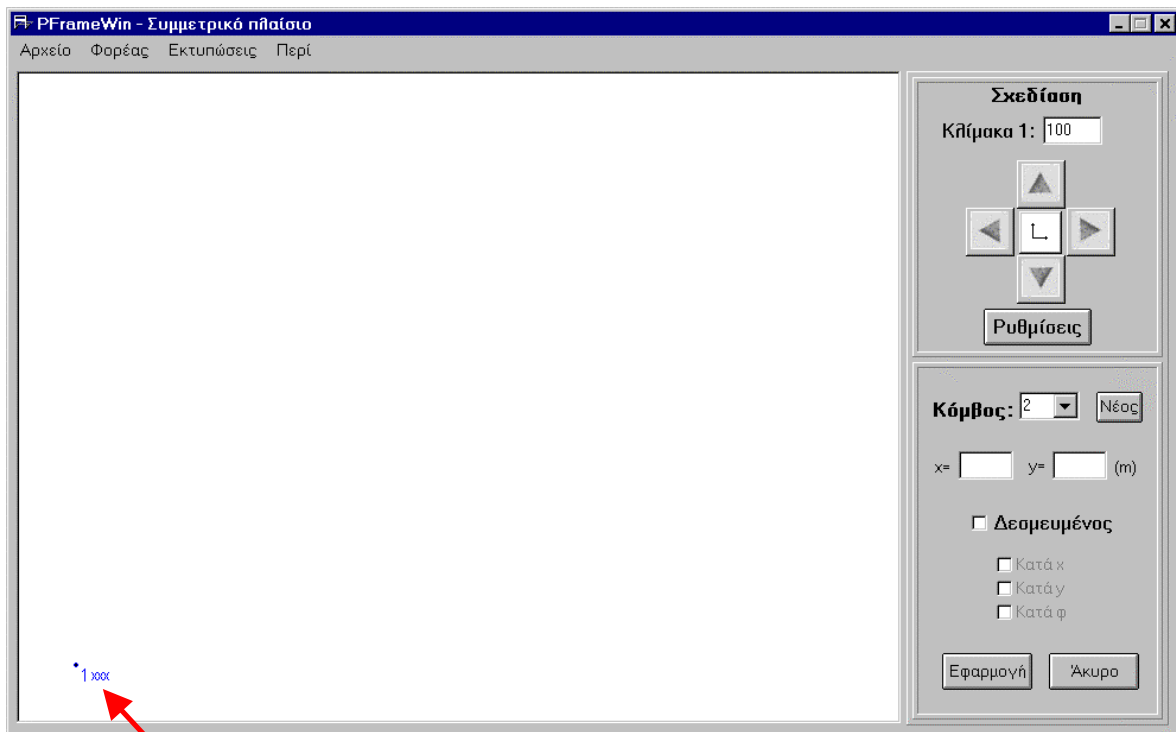
Ακολουθεί ο ορισμός των κόμβων του φορέα. Πατάμε έτσι το κουμπί **Κόμβοι**, οπότε παίρνουμε την εικόνα:



Είμαστε έτοιμοι να ορίσουμε τον κόμβο **1**. Αρχικά δίνουμε τις συντεταγμένες του: $x=0$ και $y=0$. Ο κόμβος αυτός συμβαίνει να είναι πλήρως δεσμευμένος (πάκτωση), επομένως τσεκάρουμε την επιλογή **Δεσμευμένος**. Αυτόματα ενεργοποιούνται οι τρεις άλλες επιλογές για τις δεσμεύσεις τις οποίες επίσης τσεκάρουμε προκειμένου να δηλώσουμε τη δέσμευση και των τριών βαθμών ελευθερίας του κόμβου.



Πατάμε στη συνέχεια **Εφαρμογή**, ώστε να καταχωριστεί ο κόμβος στη μνήμη του υπολογιστή:

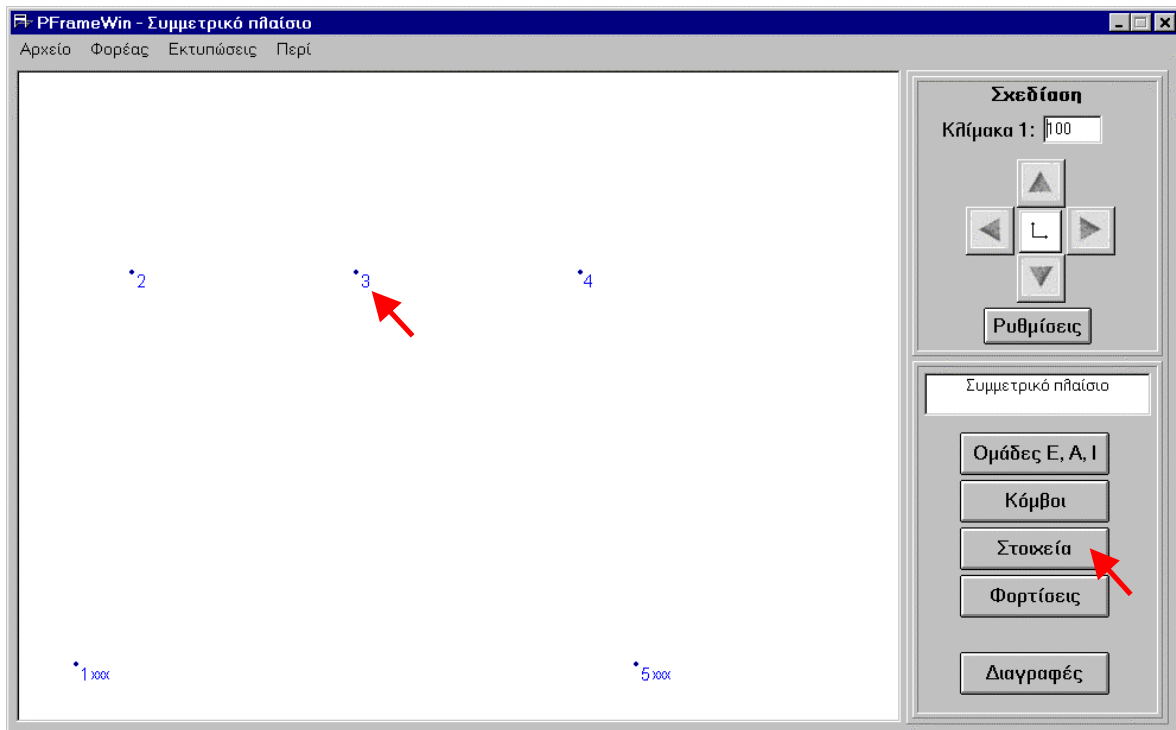


Παρατηρούμε ότι πράγματι στο σημείο (0,0), δημιουργήθηκε ο κόμβος **1**, ο οποίος έχει δεσμευμένους και τους τρεις βαθμούς ελευθερίας του (**xxx**): Μετακίνηση κατά x, μετακίνηση κατά y και στροφή περί τον z, αντίστοιχα. Η δέσμευση του αντίστοιχου βαθμού ελευθερίας δηλώνεται με **x**, ενώ η μη δέσμευσή του με **o**. Έτσι, για παράδειγμα, μία κύλιση στην οποία δεσμεύεται μόνο η μετακίνηση κατά y, θα έχει το σύμβολο **oxo**.

Ακολουθεί ο ορισμός των υπολοίπων 4 κόμβων του φορέα με την ίδια ακριβώς λογική:

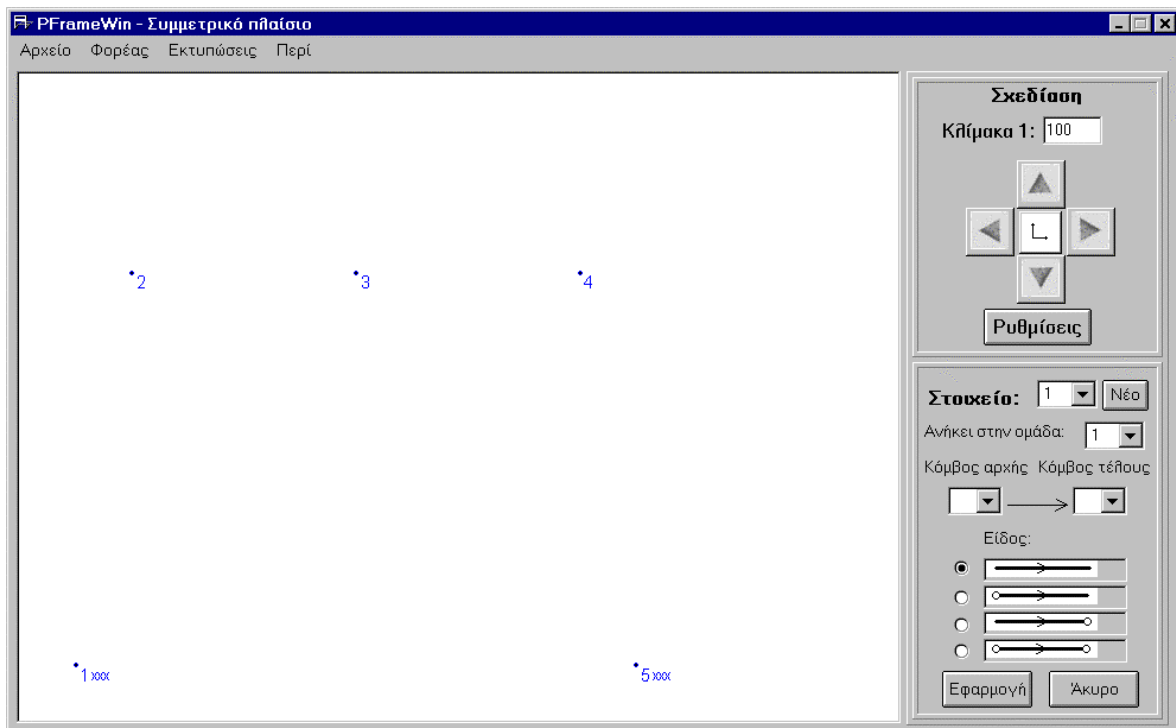
Κόμβος	x (m)	y (m)	Δεσμεύσεις
2	1	7	
3	5	7	
4	9	7	
5	10	0	xxx

Στη συνέχεια, και εφόσον δεν θέλουμε να ορίσουμε άλλους κόμβους, πατάμε το κουμπί **Άκυρο**. Η εικόνα που θα έχουμε είναι η εξής:

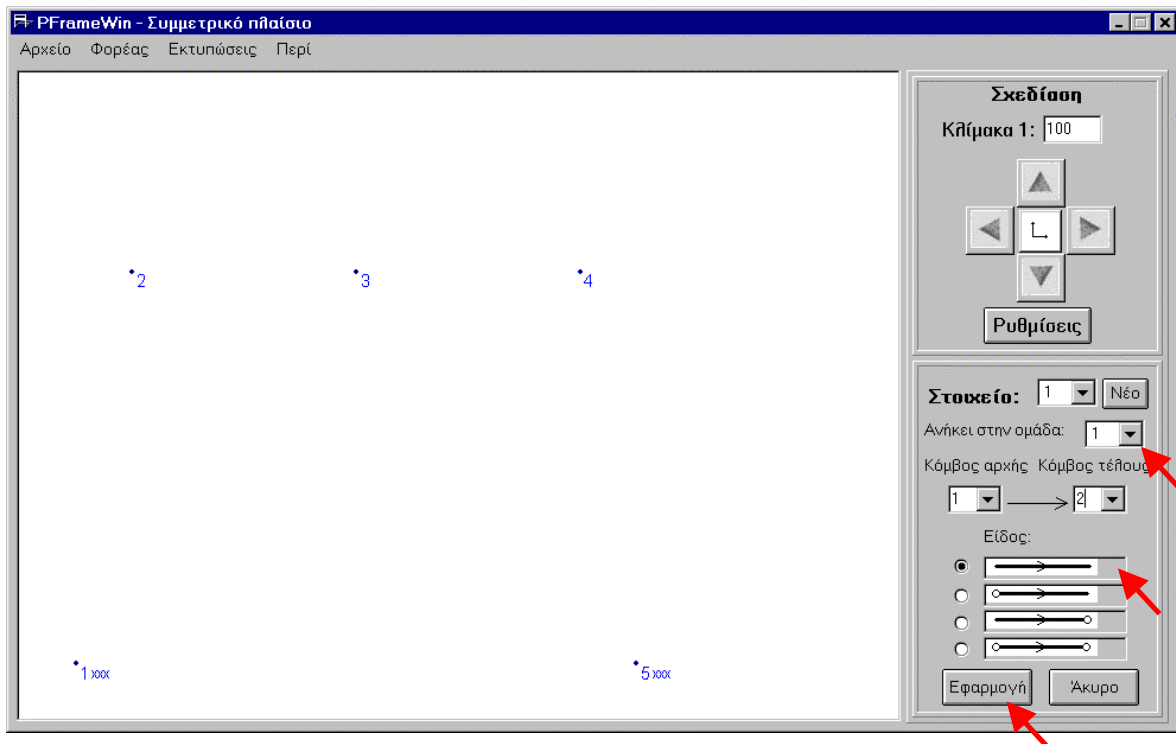


Επειδή το πρόγραμμα δέχεται **μόνον επικόμβια φορτία** και το ζύγωμα του πλαισίου φορτίζεται με ένα συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον του, απαιτείται η ύπαρξη ενός κόμβου στο σημείο αυτό (Κόμβος 3).

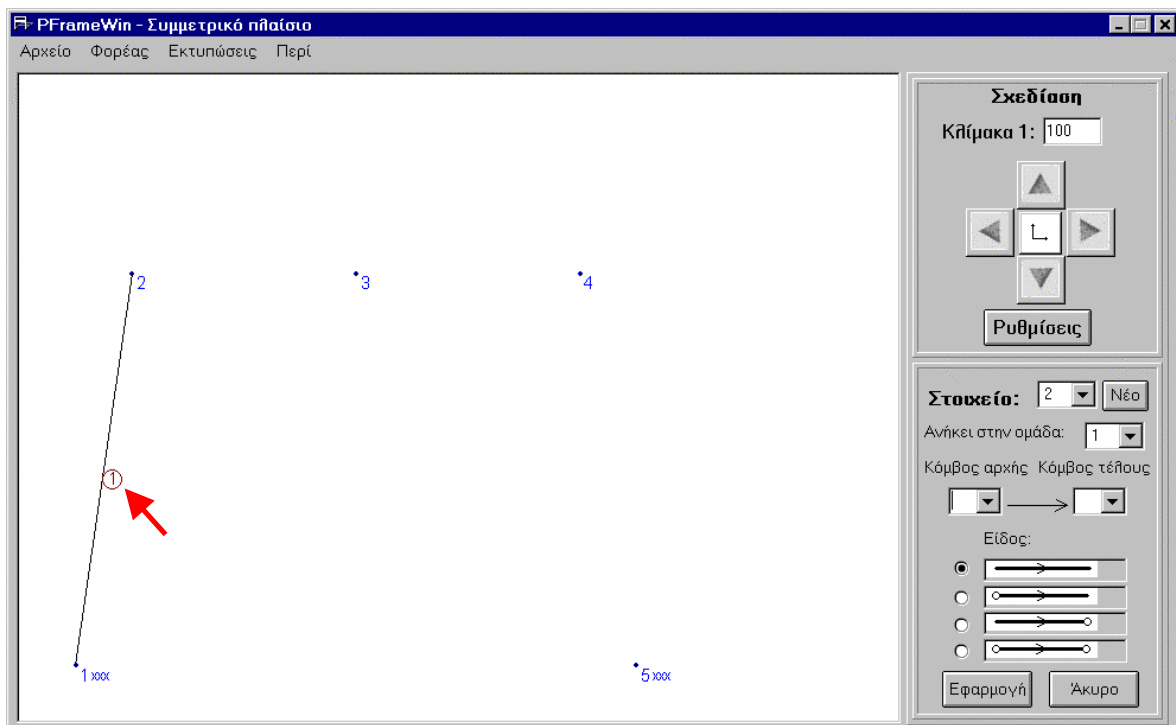
Είμαστε πλέον έτοιμοι να ορίσουμε την τοπολογία και τον τύπο των στοιχείων του φορέα. Για τον σκοπό αυτό πατάμε το κουμπί **Στοιχεία** οπότε έχουμε την εικόνα:



Το στοιχείο **1**, έχει κόμβο αρχής τον **1** και κόμβο πέρατος τον **2**, επομένως επιλέγουμε τους κόμβους αυτούς στα αντίστοιχα κουτιά. Το στοιχείο αυτό, όπως και κάθε άλλο στο παράδειγμά μας, ανήκει στην ομάδα χαρακτηριστικών **1**, που ορίσαμε νωρίτερα, ενώ είναι στοιχείο τύπου P2, δηλαδή με τρεις ενεργούς βαθμούς ελευθερίας σε κάθε άκρο του:



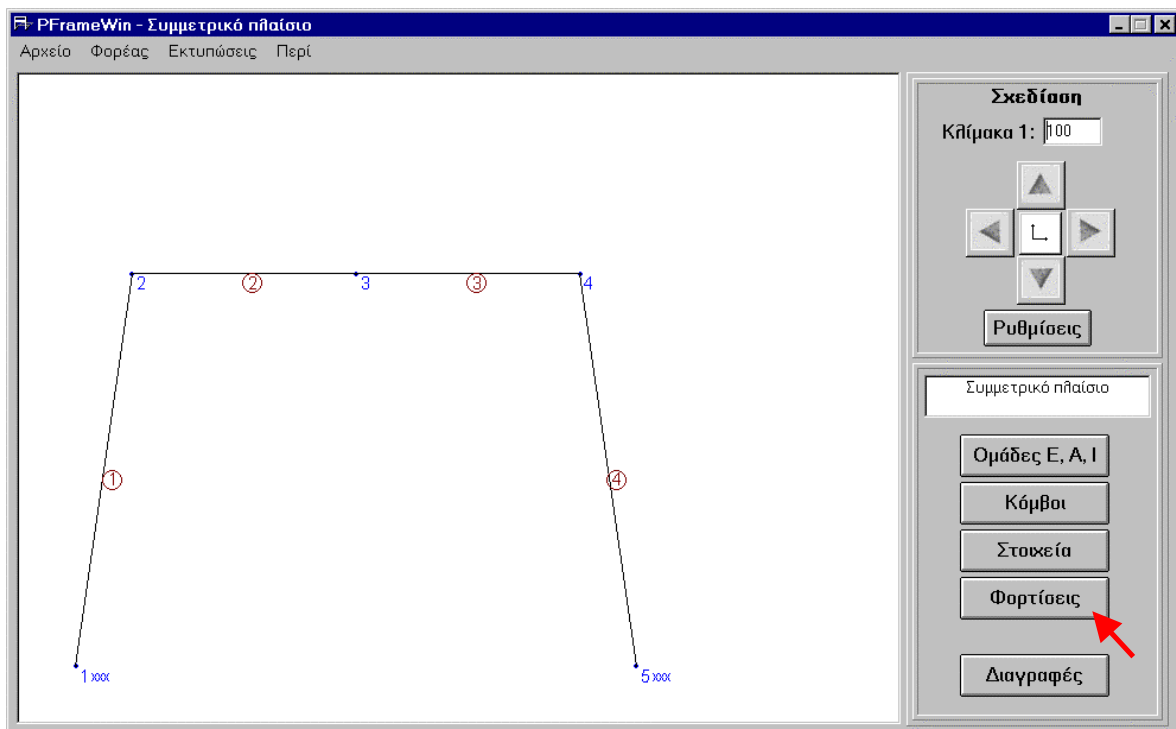
Μετά τον ορισμό του στοιχείου, πατάμε **Εφαρμογή**, ώστε να καταχωριστεί το στοιχείο, οπότε παίρνουμε την παρακάτω εικόνα:



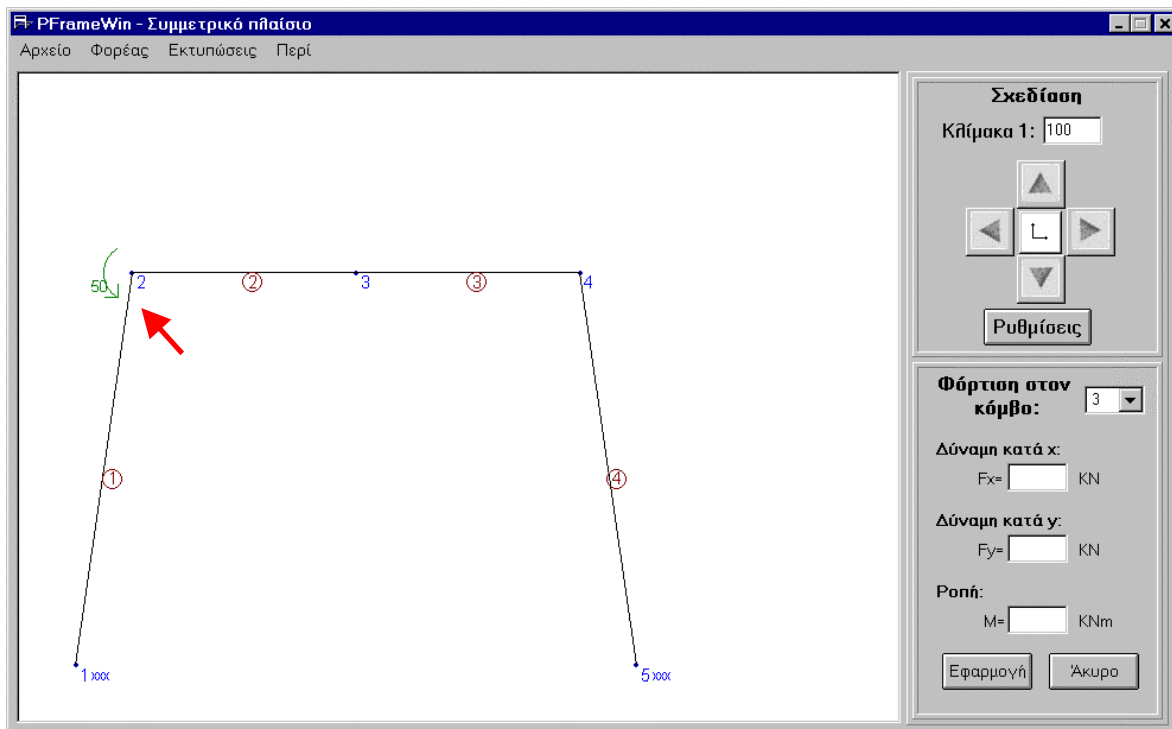
Πράγματι, το στοιχείο **1**, καταχωρίστηκε επιτυχώς. Με την ίδια λογική, καταχωρίζουμε και τα υπόλοιπα 3 στοιχεία του φορέα:

Στοιχείο	Ομάδα E, A, I	Κόμβος αρχής	Κόμβος πέρατος	Τύπος
2	1	2	3	P2
3	1	3	4	P2
4	1	4	5	P2

Στη συνέχεια, και εφόσον δεν θέλουμε να ορίσουμε άλλο στοιχείο, πατάμε **Άκυρο**. Η εικόνα που θα έχουμε είναι η εξής:



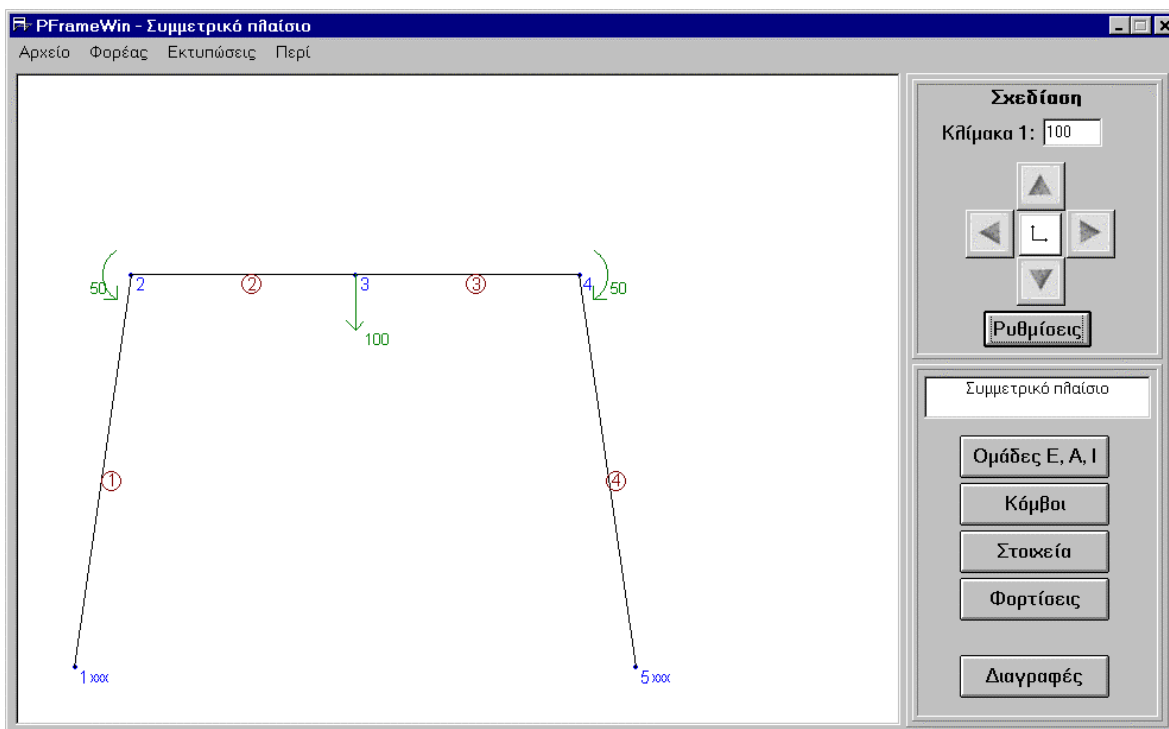
Απομένει να ορίσουμε τις φορτίσεις. Έτσι πατάμε τώρα το κουμπί **Φορτίσεις** και παίρνουμε την επόμενη εικόνα:



Ορίζουμε με την ίδια λογική και τις υπόλοιπες 2 φορτίσεις σύμφωνα με τις θετικές φορές των αξόνων:

Φόρτιση στον κόμβο	F_x	F_y	M
3	0	-100	0
4	0	0	-50

Εφόσον δεν θέλουμε να ορίσουμε άλλες φορτίσεις, πατάμε το κουμπί **Άκυρο**. Η εικόνα του φορέα μας θα είναι πλέον η εξής:



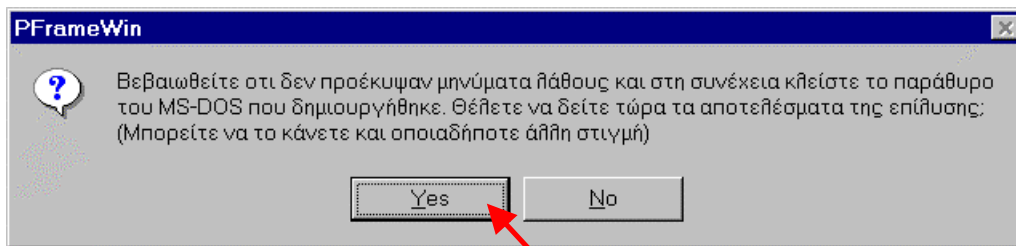
Επίλυση του φορέα

Η επίλυση πραγματοποιείται από το πρόγραμμα **Solver.exe**, που είναι το **PFrame** τροποποιημένο κατάλληλα ώστε να μην απαιτείται η διαδικασία εισαγωγής των δεδομένων από τον χρήστη, το οποίο τρέχει σε περιβάλλον MS-DOS. Το πρόγραμμα PFrameWin, όταν ζητηθεί επίλυση, δημιουργεί ένα αρχείο δεδομένων **Inp1.txt** και καλεί τον Solver.exe. Ο Solver.exe με τη σειρά του, διαβάζει το αρχείο των δεδομένων, πραγματοποιεί την επίλυση και δημιουργεί το αρχείο των αποτελεσμάτων **Outp1.txt**. Το αρχείο αυτό διαβάζεται στη συνέχεια, εφόσον ζητηθεί, από το πρόγραμμα PFrameWin.

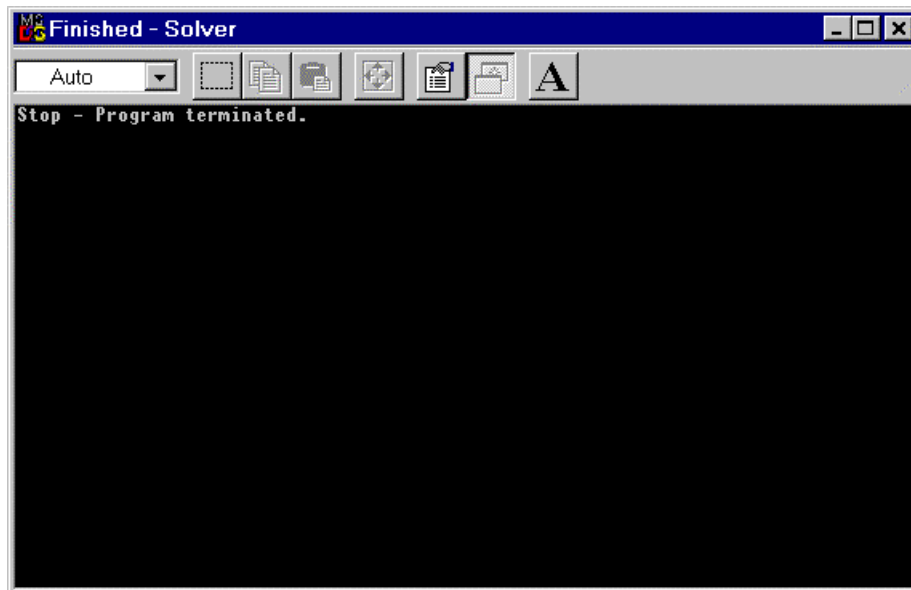
Αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται στην περίπτωση μας ως εξής:

Από το μενού **Φορέας**, επιλέγουμε **Επίλυση**.

Αυτόματα, καλείται ο Solver.exe, ο οποίος τρέχει σε ένα παράθυρο του MS-DOS. Μετά την ολοκλήρωση της επίλυσης, το πρόγραμμα PFrameWin, μας ειδοποιεί:

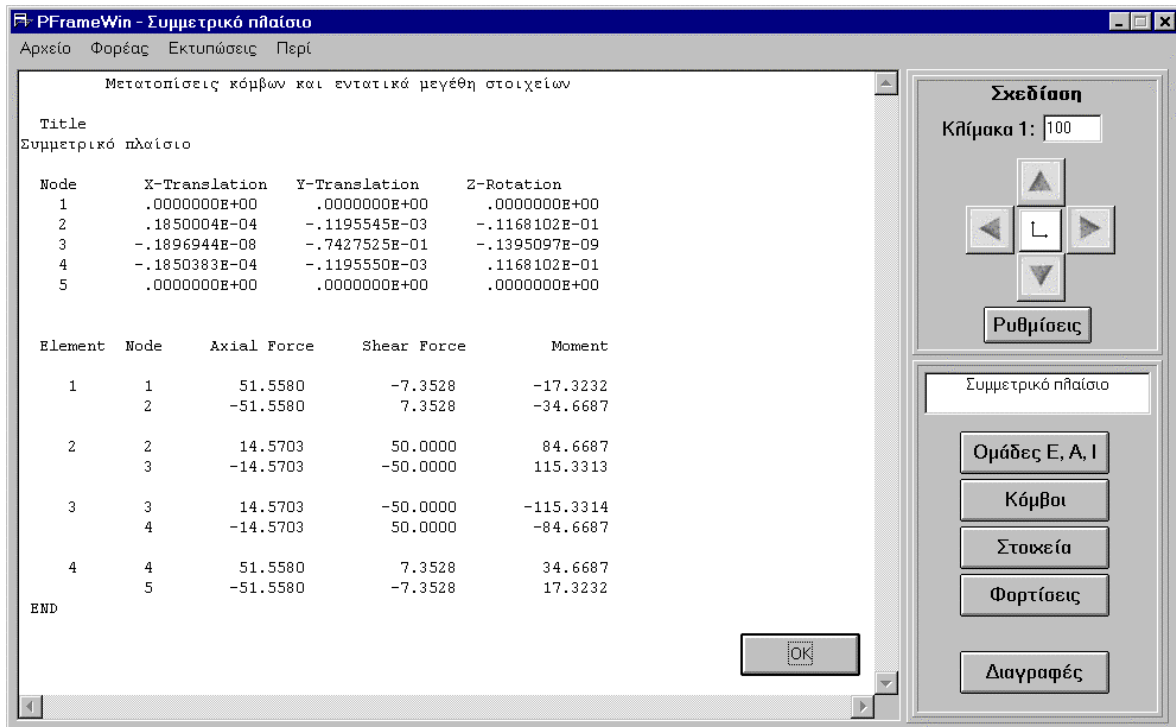


Από το Taskbar των Windows, κάνουμε Click και ανοίγουμε το παράθυρο του MS-DOS στο οποίο έτρεξε ο Solver.exe:



Αν έχει εμφανιστεί το μήνυμα **Stop - Program terminated**, όπως παραπάνω, αυτό σημαίνει ότι η ανάλυση πραγματοποιήθηκε επιτυχώς: Ο Solver.exe διάβασε το αρχείο των δεδομένων, πραγματοποίησε την επίλυση και δημιούργησε το αρχείο των αποτελεσμάτων. Σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να δούμε αμέσως τα αποτελέσματα αυτά, πατώντας το κουμπί **YES** του προηγούμενου πλαισίου διαλόγου. Το παράθυρο του MS-DOS δεν μας χρησιμεύει πλέον και μπορούμε να το κλείσουμε.

Η εικόνα που θα έχουμε στη συνέχεια είναι η εξής:



όπου εμφανίζονται οι μετατοπίσεις των κόμβων καθώς και τα εντατικά μεγέθη των στοιχείων του φορέα. Πατώντας OK επιστρέφουμε στην προηγούμενη οθόνη.

Κάποια από τα μενού, όπως το μενού **Φορέας > Αποτελέσματα**, τα οποία ήταν ανενεργά πριν από την επίλυση, έχουν πλέον ενεργοποιηθεί.

Στην συνέχεια, με χρήση του μενού **Εκτυπώσεις** και των υπομενού του, μπορούμε να τυπώσουμε τα δεδομένα σε αναλυτική μορφή, το αρχείο των δεδομένων όπως το διαβάζει ο Solver.exe, καθώς και τα αποτελέσματα (όπως τα βλέπουμε παραπάνω) ή και όλο το αρχείο των αποτελεσμάτων, το οποίο περιέχει τα επιμέρους μητρώα δυσκαμψίας των μελών, τα μητρώα μετασχηματισμού των κ.α.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Το πηγαίο πρόγραμμα PFrame (PFrame.for)

```
c
c      control main program
c
c      program PFrame
c      character*12 name1,name2
c      common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1      nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
c      common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
c
c      open files for i/o communication
c
c      write(*,*)'
c      write(*,*)' give input file name  (dos like)'
c      read(*,1001) name1
c      write(*,*)' give output file name  (dos like)'
c      read(*,1001) name2
c      open(1,file=name1,status='old',form='formatted',err=100)
c      open(2,file=name2,status='unknown',form='formatted',err=200)
1001 format(a12)
c
c      read input geometry and properties
c
c      call gdata
c
c      form stiffness matrix
c
c      call formk
c
c      read loads
c
c      call load
c
c      form and solve simultaneous equations
c
c      call solve
c
c      calculate stress resultants
c
c      call stress
c      close(1)
c      close(2)
c      stop
100 write(*,__('ERROR in opening input file'))
c      stop
200 write(*,__('ERROR in opening output file'))
c      stop
c      end
c
c      *****
c      subroutine gdata
c      character*30 title
c      common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1      nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
c      common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
c
c      read and print title and general data
c
c      read(1,10) title
```

```

write(2,*) ' Title'
write(2,10) title
read(1,*) np,ne,nb,ndf,nmat
write(2,*) ' General Data'
write(2,1) np,ne,nb,ndf,nmat
nszf=np*ndf

      read and print element group data

read(1,*) (m,(ort(m,i),i=1,3),n=1,nmat)
write(2,*) ' Element Group Data'
write(2,8) (n,(ort(n,i),i=1,3),n=1,nmat)

      read nodal point data

read(1,*) (ln,(cord(ln,m),m=1,2),n=1,np)
write(2,*) ' Nodal Coordinates'
write(2,2) (n,(cord(n,m),m=1,2),n=1,np)

      read element data

read(1,*) (ln,(nop(ln,m),m=1,2),imat(ln),itype(ln),n=1,ne)
write(2,*) ' Element Connectivity, Group and Type Data'
write(2,3) (n,(nop(n,m),m=1,2),imat(n),itype(n),n=1,ne)

      read boundary data

read(1,*) (nbc(i),nfix(i),i=1,nb)
write(2,*) ' Boundary Conditions'
write(2,4) (nbc(i),nfix(i),i=1,nb)

1 format(5i6)
2 format(i6,2f10.3)
3 format(5i6)
4 format(2i6)
8 format(i6,4x,e11.4,2x,f12.7,2x,f12.7)
10 format(a30)
return

```

```

end

C *****
C subroutine formk
C common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1 common nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
C common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
C
C      set bandmax and number of equations
C
C      nband=25
C
C      zero stiffness matrix
C
C      do 300 n=1,nszf
C      do 300 m=1,nband
300 sk(n,m)=0.
C
C      scan elements
C
C      do 400 n=1,ne
C      call stift2(n,1)
C
C      returns skg as element stiffness matrix
C      store skg in sk , first rows
C
C      do 350 jj=1,2
C      nrowb=(nop(n,jj)-1)*ndf
C      do 350 j=1,ndf
C      nrowb=nrowb+1
C      i=(jj-1)*ndf+j
C
C      then columns
C
C      do 330 kk=1,2
C      ncolb=(nop(n,kk)-1)*ndf
C      do 330 k=1,ndf
C      l=(kk-1)*ndf+k
C      ncol=ncolb+k+1-nrowb
C
C      skip storing if below band
C
C      if (ncol) 330,330,310
310 sk(nrowb,ncol)=sk(nrowb,ncol)+skg(i,1)
330 continue
350 continue
400 continue
C
C      insert boundary conditions
C
C      do 500 n=1,nb
C      nx=10**(ndf-1)
C      i=nbc(n)
C      nrowb=(i-1)*ndf
C
C      examine each degree of freedom
C
C      do 490 m=1,ndf
C      nrowb=nrowb+1
C      icon=nfix(n)/nx
C      if(icon)450,450,420

```

```

420 sk(nrowb,1)=1.
      do 430 j=2,nband
      sk(nrowb,j)=0.
      nr=nrowb+1-j
      if (nr) 430,430,425
425 sk(nr,j)=0.
430 continue
      nfix(n)=nfix(n)-nx*icon
450 nx=nx/10
490 continue
500 continue
      return
      end

C      *****
      subroutine load
      common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1      nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
      common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
      dimension r(3)

C
C      zero load array
C
      do 160 j=1,nszf
160 r1(j)=0.
C
C      read , print and store load card
C
      write(2,*) ' '
      write(2,*) ' Load Data'
165 continue
      read(1,*) nq,(r(k),k=1,ndf)
      write(2,9) nq,(r(k),k=1,ndf)

C
C
C
C
      do 170 k=1,ndf
      ic=(nq-1)*ndf+k
170 r1(ic)=r(k)+r1(ic)
C
C      if node number not max. node np
C      go back and read more
C
      if (nq.lt.np) goto 165
      9 format(i10,3f12.4)
      10 format(a30)
      20 format(10x,4i5)
      return
      end

C      *****
      subroutine solve
      common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1      nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
      common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband

C
C      reduce matrix
C
      do 300 n=1,nszf
      i=n

```

```

        do 290 l=2,nband
        i=i+1
        if (sk(n,l)) 240,290,240
240 c=sk(n,l)/sk(n,1)
        j=0
        do 270 k=1,nband
        j=j+1
        if (sk(n,k)) 260,270,260
260 sk(i,j)=sk(i,j)-c*sk(n,k)
270 continue
280 sk(n,l)=c
c
c          and load vector  for each equation
c
        r1(i)=r1(i)-c*r1(n)
290 continue
300 r1(n)=r1(n)/sk(n,1)
c
c          back-substitution
c
        n=nszf
350 n=n-1
        if(n) 500,500,360
360 l=n
        do 400 k=2,nband
        l=l+1
        if (sk(n,k)) 370,400,370
370 r1(n)=r1(n)-sk(n,k)*r1(l)
400 continue
        goto 350
500 return
        end

c *****
c subroutine stress
c dimension dis(3,10),force(10,6),r(6)
c common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1      nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
c common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
c equivalence (dis(1),r1(1))
c
c          print displacements
c
        write(2,100)
        write(2,110) (m,(dis(j,m),j=1,ndf),m=1,np)
c
c
c
c          calculate and write element forces
c
        write(2,101)
        do 200 n=1,ne
        call stift2(n,2)
        do 260 i=1,2
        m=nop(n,i)
        k=(i-1)*ndf
        do 240 j=1,ndf
        ij=j+k
240 r(ij)=dis(j,m)
260 continue
        do 300 i=1,6

```

```

        force(n,i)=0.
        do 300 j=1,6
300    force(n,i)=force(n,i)+b(j,i)*r(j)
C
C
C
        write(2,*) '          '
        write(2,111) n,nop(n,1),(force(n,i),i=1,3)
        write(2,112) nop(n,2),(force(n,i),i=4,6)
200    continue
C
100    format(////,21x,'Results'// ' Node          X-Translation  ',
*          'Y-Translation      Z-Rotation')
101    format(//,' Element Node          Axial Force      Shear',
*          ' Force              Moment')
110    format (i5,2x,3e18.7)
111    format(i6,i8,3(4x,f12.4))
112    format(10x,i4,3(4x,f12.4))
        return
        end

C
*****
subroutine stift2(n,icall)
C
C
C
C
        common cord(20,2),nop(30,2),imat(30),itype(30),ort(3,3),
1          nbc(5),nfix(5),r1(60),sk(60,50),b(6,6),skg(6,6)
        common /contr/ np,ne,nb,ndf,nmat,nszf,nband
        dimension a(6,6),ske(6,6)

C
C          determine element connection
C
        jj=nop(n,1)
        kk=nop(n,2)
        ll=imat(n)
        mm=itype(n)

C
C          set up local coordinate system
C
        dx=cord(kk,1)-cord(jj,1)
        dy=cord(kk,2)-cord(jj,2)
        rlen=sqrt(dx**2+dy**2)

C
C          zero tranformation and stiffness matrices
C
        do 100 i=1,6
        do 100 j=1,6
            a(i,j)=0.
            b(i,j)=0.
            ske(i,j)=0.
100    skg(i,j)=0.

C
C          form non-zero terms of transformation matrix
C
        cosf=dx/rlen
        sinf=dy/rlen
        a(1,1)=cosf
        a(1,2)=sinf
        a(2,1)=-sinf

```

```

a(2,2)=cosf
a(3,3)=1.
a(4,4)=cosf
a(4,5)=sinf
a(5,4)=-sinf
a(5,5)=cosf
a(6,6)=1.
if (icall.eq.1) then
write(2,*) '
write(2,*) ' Transformation Matrix '
write(2,211) ((a(i,j),j=1,6),i=1,6)
endif
c
c      form non-zero terms of stiffness matrix in local coordinates
c
c      first terms common to all type of elements
c
sa=ort(11,2)*ort(11,1)/rlen
se=ort(11,1)*ort(11,3)/rlen
ske(1,1)=sa
ske(1,4)=-sa
ske(4,1)=-sa
ske(4,4)=sa
c
c      the rest according to type of element
c
go to (10,20,30,40) mm
c
c      type 1 : P2 element
c
10 ske(2,2)=12.*se/rlen**2
ske(2,3)=6.*se/rlen
ske(2,5)=-ske(2,2)
ske(2,6)=ske(2,3)
ske(3,2)=ske(2,3)
ske(3,3)=4.*se
ske(3,5)=-ske(3,2)
ske(3,6)=2.*se
ske(5,2)=ske(2,5)
ske(5,3)=ske(3,5)
ske(5,5)=ske(2,2)
ske(5,6)=-ske(2,6)
ske(6,2)=ske(2,6)
ske(6,3)=ske(3,6)
ske(6,5)=ske(5,6)
ske(6,6)=ske(3,3)
go to 40
c
c      type 2 : P2 element with a hinge at first node
c
20 ske(2,2)=3.*se/rlen**2
ske(2,5)=-ske(2,2)
ske(2,6)=3.*se/rlen
ske(5,2)=ske(2,5)
ske(5,3)=ske(3,5)
ske(5,5)=ske(2,2)
ske(5,6)=-ske(2,6)
ske(6,2)=ske(2,6)
ske(6,5)=ske(5,6)
ske(6,6)=3.*se
go to 40

```

```

c
c          type 3 : P2 element with a hinge at last node
c
30 ske(2,2)=3.*se/rlen**2
   ske(2,3)=3.*se/rlen
   ske(2,5)=-ske(2,2)
   ske(3,2)=ske(2,3)
   ske(3,3)=3.*se
   ske(3,5)=-ske(3,2)
   ske(5,2)=ske(2,5)
   ske(5,3)=ske(3,5)
   ske(5,5)=ske(2,2)
c
c          type 4 : P2 element with hinges in both ends
c                  coincides with T2 element
c                  no more non-zero terms than
c                  the common ones defined first
c
40 continue
   if (icall.eq.1) then
   write(2,*) '          '
   write(2,*) ' Local Stiffness Matrix '
   write(2,211) ((ske(i,j),j=1,6),i=1,6)
   endif
c
c          calculation of stiffness matrix at
c          the global coordinates system
c
   do 205 i=1,6
   do 205 j=1,6
   do 205 k=1,6
205 b(i,j)=b(i,j)+a(k,i)*ske(k,j)
   if (icall.eq.2) return
   do 206 i=1,6
   do 206 j=1,6
   do 206 k=1,6
206 skg(i,j)=skg(i,j)+b(i,k)*a(k,j)
   write(2,*) '          '
   write(2,*) ' Global Stiffness Matrix '
   write(2,211) ((skg(i,j),j=1,6),i=1,6)
211 format (6f13.4)
   return
   end
•

```