

I. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ (M,N)

1. ΜΟΝΟ ΕΦΕΛΚΥΟΜΕΝΟΣ ΟΠΛΙΣΜΟΣ (A_{s1}) ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ CEB

α) $b = 0.2\text{m}, h = 0.55\text{m}, d = 0.50\text{m}, d_1 = 0.05\text{m}, d_1/d = 0.10\text{m}$

β) S400, C20, ($\gamma_s = 1.15, \gamma_c = 1.50$)

γ) $M_d = 200\text{KNm}, N_d = 0\text{KN}$

δ) $y_{s1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{0.50}{2} - 0.05 = 0.225\text{m}$

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 200 - 0 \cdot 0.225 = 200\text{KN}$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{200}{0.20 \cdot 0.50^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = 0.30$$

$$\xi_{lim} = \frac{1.0}{1.0 + \frac{f_{yk}}{805}} = \frac{1.0}{1.0 + \frac{400}{805}} = 0.668$$

$$\mu_{lim} = \xi_{lim} \cdot (0.688 - 0.286 \cdot \xi_{lim}) = 0.33$$

ή από σχήμα $\mu_{lim} : d_1/d = 0.10$ και S400 $\rightarrow \mu_{lim} = 0.33 \rightarrow \mu_{sd} < \mu_{lim}$

Άρα δεν απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός αλλά μόνο εφελκυσμένος.

Από διάγραμμα ή πίνακα CEB για $\mu_{sd} = 0.30$ με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε:

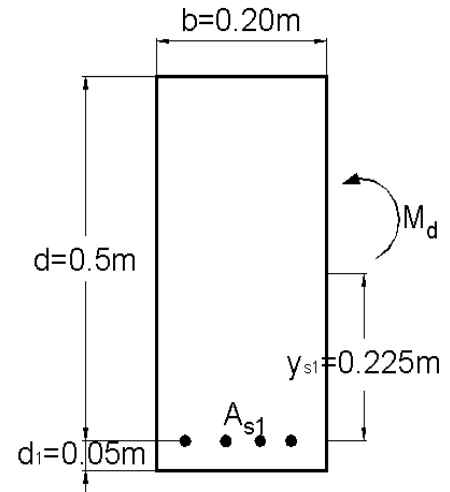
$$\zeta = 0.76 \rightarrow z = \zeta \cdot d = 0.76 \cdot 0.50 = 0.38 \text{ και } \varepsilon_{s1} = 2.6\% > \varepsilon_{yd} = 1.74\% \text{ (για S400)}$$

Άρα η τάση στον εφελκυσμένο χάλυβα A_{s1} είναι : $\sigma_{sd1} = f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa} = 34.8\text{kN/cm}^2$

$$A_{s1} = \left(\frac{N_d + \frac{M_{sd}}{z}}{\sigma_{sd1}} \right) = \frac{\frac{200}{0.38}}{34.8} = 15.10\text{cm}^2 = A_{s1}^{req}$$

Από πίνακα ράβδων οπλισμού επιλέγουμε: $6\Phi 18 \Rightarrow A_{s1}^{eff} = 15.24\text{cm}^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{*Τα } 6\Phi 18 \text{ μπαίνουν σε δυο στρώσεις γιατί δε χωράνε σε μία στρώση για πλάτος διατομής} \\ b=0.20\text{m} \end{array} \right\}$$



2. ΜΟΝΟ A_{s1} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΑ CEB (Ίδια γεωμετρία, φόρτιση και υλικά)

$$A_{s1} = \rho \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{sd1}} + \frac{N_d}{\sigma_{sd1}}$$

$$\text{για } \mu_{sd} = 0.30 \xrightarrow[\text{CEB}]{\text{ΠΙΝΑΚΑΣ}} \rho = 0.394$$

$$\text{και } \varepsilon_{s1} = 2.6\text{‰} > \varepsilon_{yd} = 1.74\text{‰} (\text{S400}) \rightarrow \sigma_{sd1} = f_{yd} = 348\text{MPa}$$

$$\text{Οπότε } A_{s1} = 0.394 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \frac{20}{400} \cdot \frac{1.5}{1.15} = 15.10\text{cm}^2 \quad \text{όπως και προηγουμένως.}$$

3. ΜΟΝΟ A_{s1} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ Ε.Μ.Π. (Ίδια γεωμετρία, φόρτιση και υλικά)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2} = \frac{200}{0.2 \cdot 0.5^2} \cdot 10^{-3} = 4.0\text{MPa} \\ \frac{d_2}{d} = \frac{d_1}{d} = 0.10 \\ \text{C20, S400} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rho_1 = 1.509\% = 0.01509 \\ \rho_2 = 0\% \end{array}$$

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot b \cdot d + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.01509 \cdot 20 \cdot 50 + 0 = 15.09\text{cm}^2 \quad (\text{όπως και πριν})$$

$$A_{s2} = \rho_2 \cdot b \cdot d = 0\text{cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{*Οι πίνακες ΕΜΠ είναι πιο απλοί και πιο εύχρηστοι από CEB, δεν χρειάζεται υπολογισμός} \\ \mu_{lim}, \text{βρίσκω απευθείας } A_{s1} \text{ και } A_{s2}. \end{array} \right\}$$

4. ΙΔΙΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕ A_{s1} ΚΑΙ A_{s2} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ CEB

(Ίδια διατομή και υλικά με προηγουμένως, άλλη φόρτιση)

$$M_d = 205.40\text{KNm}, N_d = -216\text{KN} (d_1 = d_2 = 0.05\text{m})$$

$$\text{Ροπή σχεδιασμού: } M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 205.40 - (-216) \cdot 0.225 = 254\text{KNm}$$

$$\text{Ανηγγμένη ροπή σχεδιασμού: } \mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{254}{0.20 \cdot 0.50^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = 0.381$$

$$\text{Από προηγουμένως } \mu_{lim} = 0.33 \rightarrow \mu_{sd} > \mu_{lim}$$

Άρα χρειάζεται εφελκυσμένος (A_{s1}) και θλιβόμενος (A_{s2}) οπλισμός.

Από διάγραμμα CEB (με $\mu = \mu_{lim} = 0.33$) : $\zeta = 0.72 \rightarrow z = \zeta \cdot d = 0.72 \cdot 0.50 = 0.36\text{m}$ προκύπτει:

$$\varepsilon_{s1} = 1.74\text{‰} (= \varepsilon_{yd} = 1.74\text{‰} \text{ για S400} \rightarrow \sigma_{sd1} = f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{s2} = -2.95\text{‰} (< -\varepsilon_{yd} = -1.74\text{‰} \text{ για S400}) \rightarrow \sigma_{sd2} = f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa} = 34.8 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$M_{lim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.33 \cdot 0.20 \cdot 0.50^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3 = 220\text{KNm}$$

$$\Delta M = M_{sd} - M_{lim} = 254 - 220 = 34\text{KNm}$$

$$A_{s1} = \left(\frac{M_{lim}}{z} + \frac{\Delta M}{(d - d_2)} + N_d \right) / \sigma_{sd1} = \left(\frac{220}{0.36} + \frac{34}{(0.5 - 0.05)} - 216 \right) / 34.8 = 13.53\text{cm}^2 \Rightarrow$$

$$A_{s1} = 7\Phi 16 = 14.07\text{cm}^2$$

$$A_{s2} = \left(\frac{\Delta M}{(d - d_2)} \right) / \sigma_{sd2} = \left(\frac{34}{(0.5 - 0.05)} \right) / 34.8 = 2.2\text{cm}^2 \Rightarrow$$

$$A_{s2} = 2\Phi 12 = 2.26\text{cm}^2$$

(όπου $\sigma_{sd1} = f_{yd}$ και $\sigma_{sd2} = f_{yd}$)

$$\text{Άρα } A_{stot} = A_{s1} + A_{s2} = 14.07\text{cm}^2 + 2.26\text{cm}^2 = 16.33\text{cm}^2 \Rightarrow$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{*Τα 7}\Phi 16 \text{ θα τοποθετηθούν σε δύο στρώσεις για πλάτος διατομής } b=0.20\text{m} \end{array} \right\}$

5. ΙΔΙΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ A_{s1} ΚΑΙ A_{s2} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΑ ΔΙΠΛΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ CEB

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{sd}=0.381 \\ d_2/d=0.10 \\ S400 \\ N_d=-216\text{kN} \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} \rho \rightarrow \omega_1=0,512 \text{ (Μηχανικό ποσοστό εφελκυσμένου οπλισμού.)} \\ \rho' \rightarrow \omega_2=0,057 \text{ (Μηχανικό ποσοστό θλιβόμενου οπλισμού.)} \end{array}$$

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.512 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \frac{20/1.5}{400/1.15} - \frac{216}{40.0/1.15} = 13.42\text{cm}^2$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.057 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \frac{20/1.5}{400/1.15} = 2.19\text{cm}^2$$

$$A_{\text{stot}} = 15.61\text{cm}^2$$

Έχουμε περίπου ίδιες τιμές με την προηγούμενη μεθοδολογία.

6. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΥ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΜΟΝΟ ΜΕ A_{s1} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΠΛΟΥ ΠΙΝΑΚΑ CEB

$$\mu_{sd} = 0.381 \xrightarrow{\text{ΠΙΝΑΚΑΣ CEB}} \zeta = 0.64 \rightarrow z = 0.64 \cdot 0.50 = 0.32\text{m}$$

$$\text{Επίσης: } \varepsilon_{s1} = 0,5\text{‰} (< \varepsilon_{yd} = 1.74\text{‰} \text{ για S400} \rightarrow \sigma_{sd1} = E \cdot \varepsilon_{s1} = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,0005 = 10\text{kN/cm}^2$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα $E = 2 \cdot 10^5\text{MPa}$

Δηλαδή $\sigma_{sd1} < f_{yd} = 34.8\text{kN/cm}^2 \rightarrow$ "Υπολειτουργεί" ο χάλυβας, κάτω από το 1/3 του ορίου διαρροής η τάση του.

$$A_{s1} = \left(\frac{M_{sd}}{z} + N_d \right) / \sigma_{sd1} = \left(\frac{254}{0.32} - 216 \right) / 10 = 57.78\text{cm}^2 \gg 15.61\text{cm}^2 = A_{s1} + A_{s2}$$

Δηλαδή εξαιρετικά αντισοικονομική λύση! Αλλά και ανέφικτη κατασκευαστικά γιατί

$A_{s1} = 57.78\text{cm}^2 \rightarrow 23\Phi 18(58.48\text{cm}^2) \rightarrow$ Έξι στρώσεις ράβδων οπλισμού για πλάτος $b=0.20\text{m}$ της διατομής!!!

7. ΙΔΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ A_{s1} ΚΑΙ A_{s2} ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ ΕΜΠ

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2} = \frac{254}{0.2 \cdot 0.5^2} \cdot 10^{-3} = 5.08 \text{MPa} \\ \frac{d_2}{d} = 0.10 \\ S400 \\ N_d = -216 \text{kN} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rho_1 = 1.962\% = 0.01962 \\ \rho_2 = 0.218\% \end{array}$$

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot b \cdot d + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.01962 \cdot 20 \cdot 50 - \frac{216}{34.8} = 13.41 \text{cm}^2 \text{ (ίδιο με πριν)}$$

$$A_{s2} = \rho_2 \cdot b \cdot d = 0.00218 \cdot 20 \cdot 50 = 2.2 \text{cm}^2 \text{ (ίδιο με πριν)}$$

8. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΔΙΠΛΟΥ (ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟΥ) ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΕΜΠ

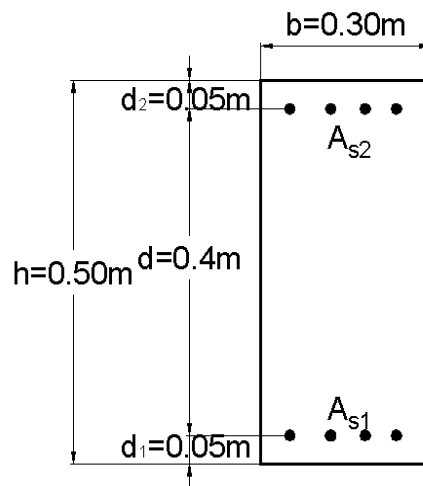
$$h=0.50\text{m} \text{ \& } b=0.30\text{m}$$

$$d_1=d_2=0.05\text{m}$$

$$S400/C20$$

$$N_d = -800 \text{KN}$$

$$M_d = 240 \text{KNm}$$



$$v_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-800}{0.30 \cdot 0.50 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = -0.40 \text{cm}^2$$

Διάγ. Αλληλ. ΕΜΠ

$$\omega_{tot} = 0.34$$

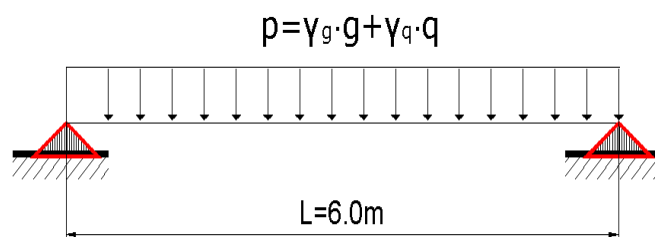
$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{240}{0.30 \cdot 0.50^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = 0.24 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{tot}} = \omega_{\text{tot}} \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.34 \cdot 30 \cdot 50 \cdot \frac{20/1.5}{400/1.15} = 19.55 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_{s,\text{tot}}}{2} = 9.78 \text{ cm}^2 \rightarrow 4\Phi 18 (10.16 \text{ cm}^2) \text{ Σε κάθε πλευρά του υποστυλώματος}$$

II. ΕΥΡΕΣΗ ΡΟΠΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ M_{Rd}

Δίνεται η αμφιέρειστη δοκός (ορθογωνικής διατομής) και ζητείται η ευρεση της ροπής αντοχής της (M_{Rd}) και της μεγίστης τιμής του ωφέλιμου γραμμικού φορτίου q_{max} που μπορεί να παραλάβει η δοκός.



g : ίδιο βάρος δοκού

q : ωφέλιμο φορτίο δοκού

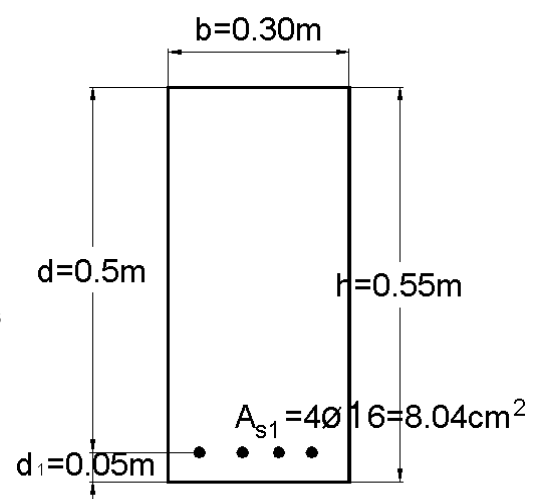
γ_g : συντελεστής ασφαλείας g με $\gamma_g=1.35$

γ_q : συντελεστής ασφαλείας q με $\gamma_q=1.50$

$$g = b \cdot h \cdot \gamma_{\text{σκυρ}} = 0.30 \cdot 0.55 \cdot 25 \text{ KN/m}^3 = 4.125 \text{ KN/m}^3$$

Υλικά: S400 ($\gamma_s=1.15$)

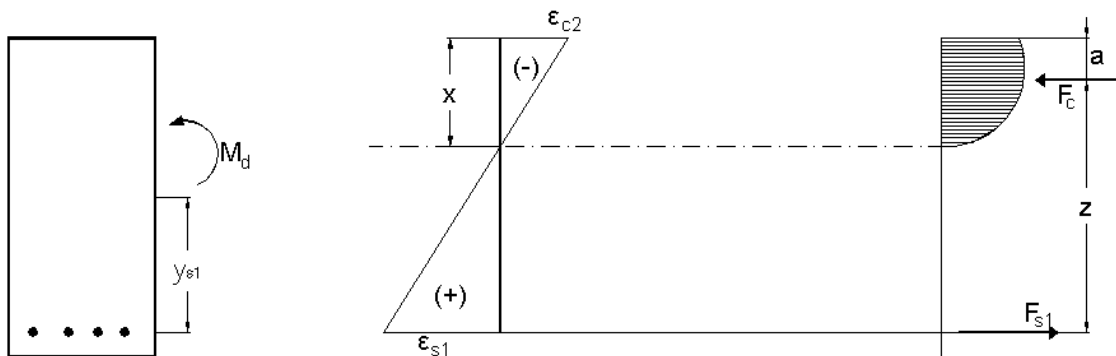
C20 ($\gamma_c=1.50$)



ΕΥΡΕΣΗ M_{Rd}

α) Εξετάζεται πρώτα η οριακή περίπτωση ταυτόχρονης αστοχίας χάλυβα και σκυροδέματος:

$$\varepsilon_{s1} = 20\text{‰}, \varepsilon_{s2} = 3.5\text{‰}$$



Εξισώσεις ισορροπίας: $F_C = F_{s1}$ (Δυνάμεις)

$$M_{sd} = M_d = F_C \cdot z = F_{s1} \cdot z \text{ (Ροπές)}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} = 8.04 \cdot \frac{400}{1.15} = 279.65 \text{ kN}$$

$$\left. \begin{aligned} F_C &= a \cdot 0.85 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b \\ a &= 0.80 \\ x &= \zeta \cdot d = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}} \cdot d = 0.0744 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} F_C &= 0.80 \cdot 0.85 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3 \cdot 0.0744 \cdot 0.30 \Rightarrow \\ F_C &= 202.55 \text{ kN} < F_{s1} \end{aligned}$$

Αφού $F_C \neq F_{s1}$ δεν είναι και τα δύο υλικά κρίσιμα και επειδή $F_C < F_{s1} \rightarrow$ κρίσιμο υλικό είναι το σκυρόδεμα. Άρα $\varepsilon_{c2} = 3.5\text{‰}$

Οπότε θέτουμε $F_C = F_{s1} = 279.65 \text{ kN}$ για να ισχύει η ισορροπία των δυνάμεων $\rightarrow$ Αυξάνεται το εμβαδόν του θλιβόμενου σκυροδέματος $\rightarrow$ "κατεβαίνει" πιο χαμηλά η θέση του ουδέτερου άξονα, οπότε $\varepsilon'_{s1} < \varepsilon_{s1} \rightarrow$ (βλέπε επόμενη σελίδα)

$$F_c = 279.65 \text{ kN} \rightarrow 279.65 = 0.8 \cdot 0.85 \cdot \frac{20 \cdot 10^3}{1.5} \cdot x' \cdot 0.30$$

$$\Rightarrow x' = 0.103 \text{ m} \Rightarrow \xi' = \frac{x'}{d} = \frac{0.103}{0.5} = 0.206$$

$$\xi' = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}} \Rightarrow \varepsilon_{s1}' = 13.5\text{‰} > \varepsilon_{yd} = 1.74\text{‰} \text{ για S400}$$

Άρα $\sigma_{sd1} = f_{yd}$, δηλαδή ο χάλυβας εξακολουθεί να λειτουργεί στο όριο διαρροής του.

$$\text{Για } \varepsilon_{s1}' = 13.5\text{‰} \xrightarrow[\text{CEB}]{\text{ΠΙΝΑΚΑΣ}} \mu_{sd} \approx 0.1302$$

$$M_{sd} = \mu_{sd} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.1302 \cdot 0.3 \cdot 0.5^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3 = 130.2 \text{ kNm}, \text{ που είναι η ροπή αντοχής}$$

σχεδιασμού της δοκού.

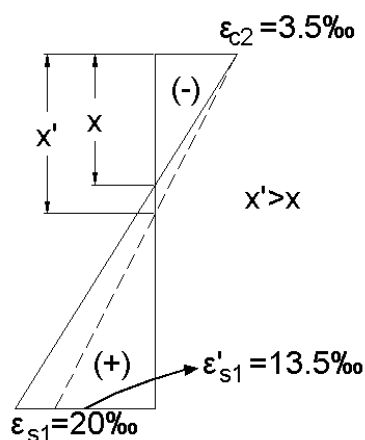
$$M_{sd} = M_d = \max M = \frac{P \cdot L^2}{8}, \text{ στο μέσο του ανοίγματος της δοκού.}$$

$$P = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1.35 \cdot 4.125 + 1.50 \cdot q$$

$$130.2 = \frac{(5.57 + 1.50 \cdot q) \cdot 6.0^2}{8} \Rightarrow q^{\max} = 15.58 \text{ kN/m}$$

Γενικά όταν θέλουμε να βρούμε M_{rd} (ροπή αντοχής σχεδιασμού) μιας διατομής οπλισμένου σκυροδέματος κάνουμε δοκιμές με διάφορα ζεύγη ακραίων τιμών $\varepsilon_{s1}, \varepsilon_{c2}$ για να επιτύχουμε ισορροπία των δυνάμεων (F_{s1}, F_c, N_d, F_{s2}) και μετά βρίσκεται η M_{rd} της διατομής.

Επεξηγήσεις στην προηγούμενη άσκηση:



Επειδή $F_c < F_{s1}$ (Αστοχία σκυροδέματος) πρέπει να αυξηθεί η δύναμη F_c . Άρα αυξάνω το εμβαδόν του θλιβόμενου σκυροδέματος της διατομής.

$$A_c' = b \cdot x' > A_c = b \cdot x \Rightarrow x' > x$$

Δηλαδή "κατεβαίνει" ο ουδέτερος αξονας και μειώνεται η παραμορφωση του χάλυβα $\varepsilon_{s1}' < \varepsilon_{s1}$

Στην 1^η δοκιμή ($\varepsilon_{c2} = 3.5\text{‰}$ και $\varepsilon_{s1} = 2.0\text{‰}$)

Εάν ήταν μεγαλύτερη η F_c από την F_{s1} τότε θα έπρεπε να μειωθεί η ε_{c2} για να “ανέβει” ο ουδέτερος άξονας και να μειωθεί η τιμή της F_c αφού η F_{s1} δεν μπορεί να έχει μεγαλύτερη τιμή από $A_{s1} \cdot f_{yd}$!

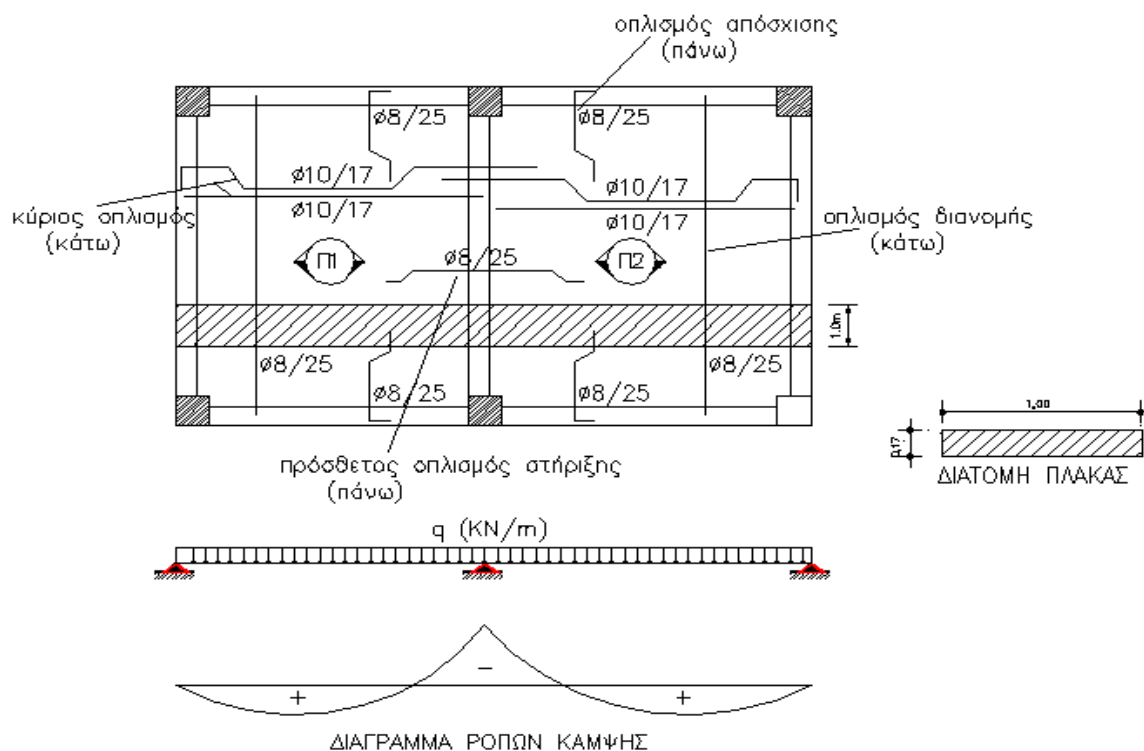
Εάν στην ίδια άσκηση είχαμε S500 αντί για S400 τότε η τιμή του q_{max} θα ήταν μικρότερη ή μεγαλύτερη;

Μεγαλύτερη γιατί ο S500 έχει μεγαλύτερο $f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 435\text{MPa}$

→ $F_{s1} = 8.04 \cdot 43.5 = 349.57\text{KN} = F_c \rightarrow \mu_{sd}$ μεγαλύτερη

→ $M_{sd} = \max M = M_{rd}$ και q_{max} μεγαλύτερη

III. ΑΣΚΗΣΗ ΟΠΛΙΣΜΩΝ ΚΑΜΨΗΣ ΠΛΑΚΩΝ



C16, S400

$h=0.15\text{m}$

$d=0.13\text{m}$,

$d_1=0.02\text{m}$

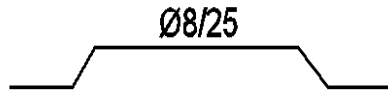
$b=1.0\text{m}$

$\max M_{sd} = 35.79\text{KNm}$ (άνοιγμα $\Pi_1-\Pi_2$)

$\min M_{sd} = -40.82\text{KNm}$ (στήριξη $\Pi_1-\Pi_2$)

Στα ανοίγματα των πλευρών εφελκύεται η κάτω πλευρά

Που έχουν τη μορφή:



Συνολικά: $A_{s1}^{\sigma\tau\eta\rho} = 9.24 + 2.0 = 11.24 \text{ cm}^2 / \text{m}$ (βλέπε και σχήμα προηγούμενης σελίδας)

c. Έλεγχοι οπλισμών και δευτερεύοντες οπλισμοί πλακών

$$\text{Ελάχιστος κύριος οπλισμός } \rho_{\min} = \frac{A_{s1}^{\min}}{b \cdot d} \geq 1.5\text{‰} = 0.0015$$

$$\rightarrow A_{s1}^{\min} = 0.0015 \cdot 100 \cdot 13 = 1.95 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \begin{cases} < 9.24 \text{ cm}^2 / \text{m} (\text{Ανοιγμα}) \\ < 11.24 \text{ cm}^2 / \text{m} (\text{Στηριξη}) \end{cases}$$

Ελάχιστος δευτερεύων οπλισμός (S400):

$$\max\{0.20 \cdot A_{s1}^{\alpha\nu\sigma\iota\gamma}, 4\Phi 8 / \text{m}\} = \max\{0.20 \cdot 9.24, 4\Phi 8 / \text{m}\} = \max\{1.848, 1.884\} = 4\Phi 8 / \text{m} \text{ ή } \Phi 8 / 25$$

- Κάτω οπλισμός κατά Y = οπλισμός διανομής $\Phi 8/25$
- Άνω οπλισμός στηρίξεων κατά Y = οπλισμός απόσχισης $\Phi 8/25$

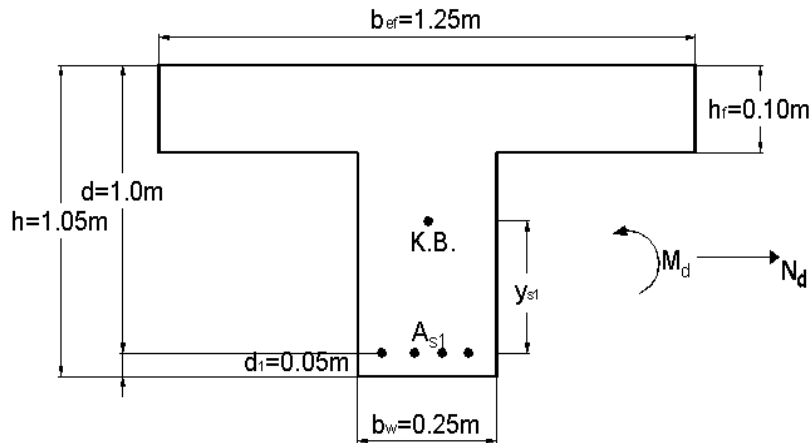
d. Έλεγχος αποστάσεων ράβδων:

$$\min\{1.5d, 200\text{mm}\} = \min\{19.5\text{cm}, 20.0\text{cm}\} = 20\text{cm}$$

Υπάρχον οπλισμός $\Phi 10/17 < 20\text{cm}$

IV. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΛΑΚΟΔΟΚΩΝ

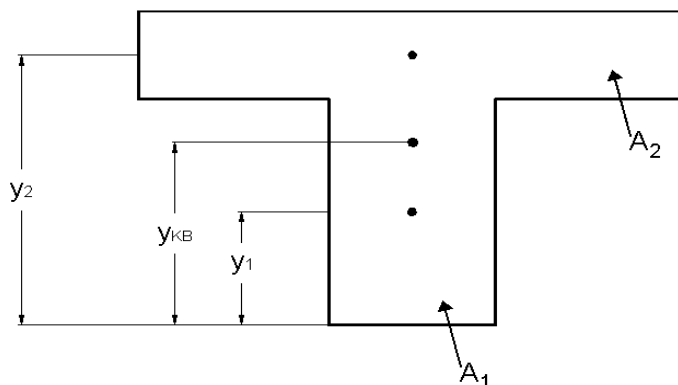
1. ΠΛΑΚΟΔΟΚΟΣ ΧΩΡΙΣ ΘΛΙΒΟΜΕΝΟ ΟΠΛΙΣΜΟ (ΜΟΝΟ A_{s1})



Δίνονται:

- a) C20, S400
- b) $M_d = 1300 \text{ kNm}$
- c) $N_d = -100 \text{ kNm}$
- d) $b_{eff}/b_w = 1.25/0.25 = 5$
(λεπτοκορμη πλακοδοκός)
- e) $h_f/d = 0.1/1.0 = 0.10$

ΕΥΡΕΣΗ Κ.Β. ΠΛΑΚΟΔΟΚΟΥ:



$$y_1 = 0.95/2 = 0.475 \text{ m}, \quad y_2 = 0.95 + 0.1/2 = 1.0 \text{ m}$$

$$A_1 = 0.25 \cdot 0.95 = 0.2375 \text{ m}^2, \quad A_2 = 0.1 \cdot 1.25 = 0.125 \text{ m}^2$$

$$A \cdot y_{KB} = (A_1 + A_2) \cdot y_{KB} = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 \Rightarrow y_{KB} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

$$y_{KB} = \frac{0.475 \cdot 0.2375 + 1.0 \cdot 0.125}{0.2375 + 0.125} = 0.656 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } y_{s1} = y_{KB} - d_f = 0.656 - 0.05 = 0.606 \text{ m}$$

Συνεπώς ροπή σχεδιασμού:

$$M_{sd} = M_d - y_{s1} \cdot N_d = 1300 - (-100) \cdot 0.606$$

$$M_{sd} = 1360.6 \text{ kNm}$$

Ανηγγμμένη ροπή σχεδιασμού:

$$\left. \begin{aligned} h_f / d = 0.10, b / b_w = 5, S400 \xrightarrow{\text{CEB}} \mu_{lim} = 0.131 \\ \mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{ef} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1360.6}{1.25 \cdot 1.0^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = 0.0816 < \mu_{lim} \end{aligned} \right\} \xrightarrow[\text{πλ.α.κοδοκων}]{\text{πινακ.α.}} 1000\omega = 86 \rightarrow \omega = 0.086$$

$$\text{Οπότε: } A_{s1} = \omega \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.086 \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{20/1.5}{400/1.15} - \frac{100}{400/1.15}$$

$$A_{s1} = 41.21 - 2.875 = 38.34 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 9\Phi 24 = 40.68 \text{ cm}^2 \quad (\Sigma \epsilon \text{ δύο στρώσεις})$$

2. ΙΔΙΑ ΑΣΚΗΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟ

Επειδή $b_{ef}/b_w \geq 5$ πρόκειται για λεπτόκορμη πλακοδοκό και επομένως αγνοούνται οι θλιπτικές τάσεις του σκυροδέματος του κορμού

$$\text{Οπότε: } A_{s1} = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left(\frac{M_{sd}}{d - h_f/2} + N_d \right) = \frac{1}{40.0/1.15} \cdot \left(\frac{1360.6}{1.0 - 0.10/2} - 100 \right) = 38.30 \text{ cm}^2$$

(Περίπου ίσο με την ακριβή μέθοδο που είδαμε προηγουμένως)
Πρέπει να ελεγχθεί η θλιπτική τάση του σκυροδέματος του πέλματος:

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{sd}}{(d - h_f/2) \cdot b_{ef} \cdot h_f} \leq 0.85 \cdot f_{cd} \Rightarrow \sigma_{cd} = \frac{1360.6}{(1.0 - 0.10/2) \cdot 1.25 \cdot 0.1} \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{cd} = 11.45 \text{ MPa} > 0.85 \cdot \frac{20}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

Άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί η προσεγγιστική μέθοδος!

3. ΙΔΙΑ ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΙ ΜΕ ΘΛΙΒΟΜΕΝΟ ΟΠΛΙΣΜΟ

Ίδια γεωμετρία και υλικά, διαφορετικά φορτία: $M_d = 1500 \text{ KNm}$
 $N_d = -1700 \text{ KN}$

$$\text{Ροπή σχεδιασμού: } M_{sd} = M_d - y_{s1} \cdot N_d = 1500 - (-1700) \cdot 0.606 = 2530.2 \text{ KNm}$$

$$\text{Ανηγγμένη ροπή σχεδιασμού: } \mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{ef} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{2530.2}{1.25 \cdot 1.0^2 \cdot \frac{20}{1.5} \cdot 10^3} = 0.152 > \mu_{lim} = 0.131$$

$$\Delta\mu = \mu_{sd} - \mu_{lim} = 0.152 - 0.131 = 0.021 \quad \text{και από πίνακα CEB } \omega_{lim} = 0.159$$

$$A_{s1} = \frac{1}{f_{yd}} \left\{ \left[\omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - \frac{d_2}{d}} \right] \cdot b_{ef} \cdot d \cdot f_{cd} + N_d \right\} \Rightarrow$$

$$A_{s1} = \left[0.159 + \frac{0.021}{1 - \frac{0.05}{1.0}} \right] \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{20}{400 \cdot \frac{1.5}{1.15}} - \frac{1700}{40.0 \cdot \frac{1.5}{1.15}} = 37.9 \text{ cm}^2 \rightarrow 10\Phi 22 = 38.0 \text{ cm}^2$$

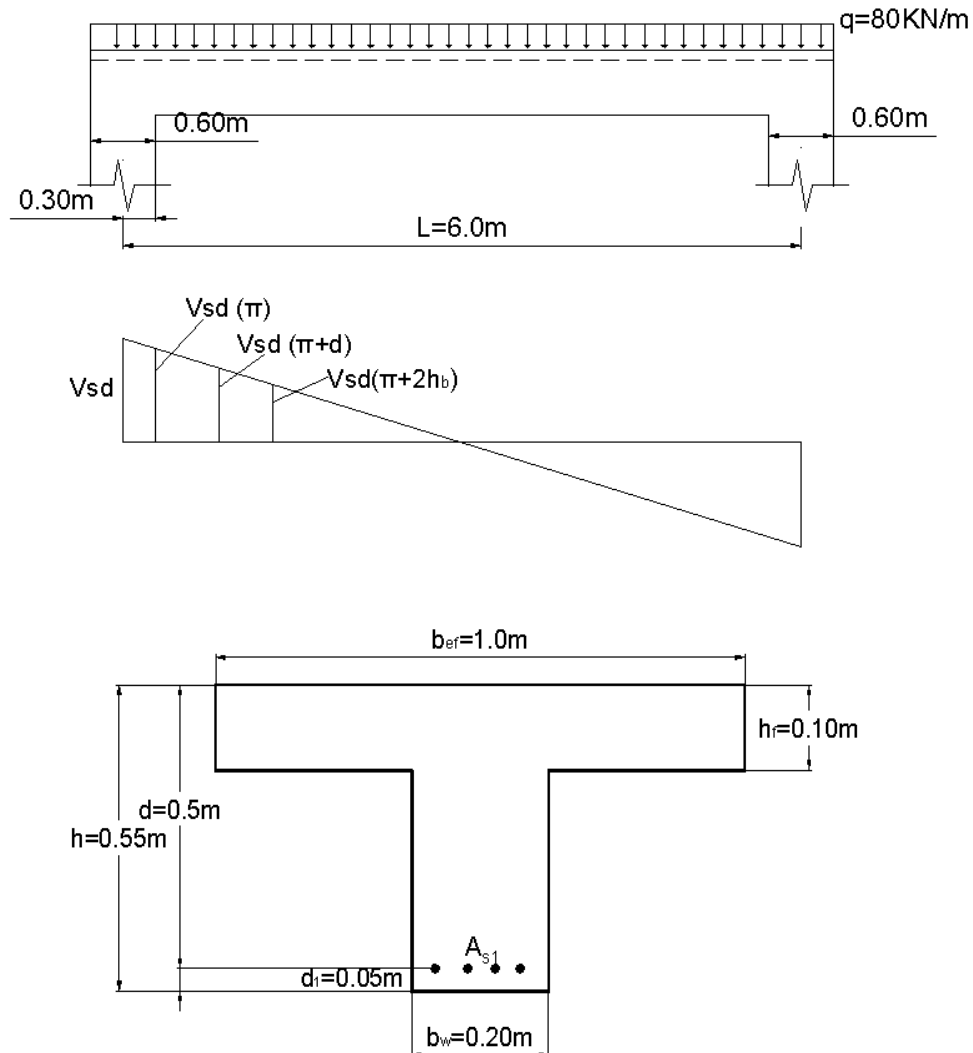
$$A_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{\Delta\mu}{1 - \frac{d_2}{d}} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot f_{cd} \right) = \frac{0.021}{1 - \frac{0.05}{1.0}} \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{20}{400 \cdot \frac{1.5}{1.15}} = 10.59 \text{ cm}^2 \rightarrow 4\Phi 20 = 12.56 \text{ cm}^2$$

Εάν κάνουμε μια αύξηση του πάχους της πλάκας $h_f = 0.10 \text{ m}$ σε $h_f = 0.15 \text{ m} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{h_f}{d} = 0.13 \rightarrow \mu_{lim} = 0.16 > \mu_{sd} = 0.152$ οπότε δε θα χρειαζόταν θλιβόμενος οπλισμός

V. ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

ΔΙΝΕΤΑΙ Η ΑΜΦΙΕΡΕΙΣΤΗ ΠΛΑΚΟΔΟΚΟΣ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ



$$\text{Σκυρόδεμα C16} \rightarrow f_{cd} = \frac{16}{1.5} = 10.67 \text{ MPa}$$

$$\text{Οπλισμοί κάμψης S500} \rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

$$\text{Οπλισμοί διάτμησης S400} \rightarrow f_{ywd} = \frac{400}{1.15} = 347.83 \text{ MPa}$$

$$M_{sd}^{max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = 360 \text{ kNm}$$

$$V_{sd} = \frac{q \cdot L}{2} = 240 \text{ kN}$$

$$V_{sd}^{(\pi)} = 216 \text{ kN}, V_{sd}^{(\pi+d)} = 176 \text{ kN}$$

$$V_{sd}^{(\pi+2h_b)} = 144 \text{ kN}$$

1. ΕΥΡΕΣΗ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΚΑΜΨΗΣ

(Χρειάζεται και στον υπολογισμό της V_{Rd1})

Στο άνοιγμα η δοκός οπλίζεται ως πλακοδοκός:

$$\left. \begin{array}{l} h_f/d = 0.10/0.50 = 0.20 \\ b_{ef}/b_w = 1.0/0.20 = 5 \\ \text{χάλυβας S500} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{πιννακας CEB}} \mu_{lim} = 0.186$$
$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{ef} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{360}{1.0 \cdot 0.5^2 \cdot 10.67 \cdot 10^3} = 0.135 < \mu_{lim}$$
$$\left. \begin{array}{l} \mu_{sd} = 0.135 < \mu_{lim} \\ \mu_{lim} = 0.186 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{πιννακας CEB}} 1000\omega = 148 \Rightarrow \omega = 0.148$$
$$A_{s1} = \omega \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.148 \cdot 100 \cdot 50 \cdot \frac{10.67}{434.78} - 0 = 18.16 \text{ cm}^2 \rightarrow 6\Phi 20 \rightarrow A_{s1} = 18.84 \text{ cm}^2$$

Τα 6Φ20 είναι ο απαιτούμενος οπλισμός κάμψης στο άνοιγμα της δοκού. Θα θεωρήσουμε ότι όλα τα σίδερα συνεχίζονται και στις δύο στηρίξεις της δοκού. (Κανονικά μόνο το $\frac{1}{2}$ του A_{s1} θα συνεχίζεται)

2. 1^{ος} Έλεγχος διάτμησης: $V_{Rd1} \geq V_{sd}^{(\pi+d)} = 176 \text{ kN}$

$$\left. \begin{array}{l} V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1.20 + 40 \cdot \rho_l) \cdot d \cdot b_w \\ C16 \rightarrow \tau_{Rd} = 0.22 \text{ MPa} = 220 \text{ kN/m}^2 \\ \kappa = 1.6 - d = 1.6 - 0.50 = 1.10 > 1.0 \\ d = 0.50 \text{ m}, b_w = 0.20 \text{ m} \\ \rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{18.84}{20 \cdot 50} = 0.0188 < 0.02 \end{array} \right\} \text{ OK!}^*$$

(*Αλλιώς θα έπρεπε να αλλάξω διαστάσεις b_w ή/και h)

$$V_{Rd1} = 220 \cdot 1.1 \cdot (1.20 + 40 \cdot 0.0188) \cdot 0.5 \cdot 0.2 = 47.24 < 176 \text{ kN}$$

Συνεπώς χρειάζεται οπλισμός διάτμησης!

(Ακόμα και αν ίσχυε ότι $V_{Rd1} \geq V_{sd}^{\pi+d}$ σε δοκό ή υποστύλωμα πάλι βάζουμε υποχρεωτικά ελάχιστο οπλισμό διάτμησης)

3. 2^{ος} ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ $V_{Rd2} \geq V_{sd}^{\pi} = 216 \text{ kN}$

$$V_{Rd2} = 0.5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0.9 \cdot d \cdot (1 + \cot a)$$

$$a = 90^\circ \rightarrow \cot a = 0$$

$$v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0.7 - \frac{16}{200} = 0.62 > 0.5$$

$$V_{Rd2} = 0.5 \cdot 0.62 \cdot 10.67 \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 0.9 \cdot 0.5 = 297.7 \text{ kN} > 216 \text{ kN}$$

Συνεπώς δε χρειάζεται αλλαγή διατομής!

4. 3^{ος} ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ: ΕΥΡΕΣΗ ΟΠΛΙΣΜΩΝ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ

α) Στην κρίσιμη περιοχή: Από την παρειά του υποστυλώματος έως απόσταση $2h_b = 2 \cdot 0.45 = 0.90\text{m}$ σε κάθε στήριξη της δοκού

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} \geq V_{sd}^{(\pi+d)} = 176\text{kN} \quad (1)$$

Επειδή πρόκειται για γραμμικό στοιχείο δοκού άρα η V_{cd} στην κρίσιμη περιοχή είναι:

$$V_{cd}^{(\pi+d)} = 0.30 \cdot V_{Rd1} = 14.17\text{kN}$$

$$\text{Άρα (1)} \rightarrow V_{wd} = V_{sd}^{(\pi+d)} - 0.3 \cdot V_{Rd1} = 176 - 14.17 = 161.83\text{kN} \quad (2)$$

$$V_{wd} = \frac{0.9 \cdot d}{s} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot (1 + \cot a) \cdot \sin a$$

$$a = 90^\circ \rightarrow \cot a = 0.5, \sin a = 1$$

$$\text{Συνεπώς: } V_{wd} = \frac{0.9 \cdot 0.5}{s} \cdot A_{sw} \cdot 347.83 \cdot 10^3 = 156.52 \cdot 10^3 \cdot \frac{A_{sw}}{s} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{m}} \cdot \text{kN} \right)$$

$$\text{ή } V_{wd} = 15.65 \cdot \frac{A_{sw}}{s} \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \cdot \text{kN} \right) \quad (3)$$

Επιλέγοντας δίμητους συνδετήρες διατομής $\Phi 10$:

$$A_{sw} = 2 \cdot \frac{0.10^2 \cdot 3.14}{4} = 1.57\text{cm}^2 \quad (4)$$

$$\text{Οπότε (2),(3),(4)} \rightarrow 161.83 = 15.65 \cdot \frac{1.57}{s} \Rightarrow s = 0.152\text{m} = 15.2\text{cm}$$

i) Έλεγχος μέγιστης απόστασης συνδετήρων εντός κρίσιμης περιοχής

$$S_{\max}^{cr} = \min \left\{ \frac{h_b}{3}, 10 \min \phi_l, 20 \cdot \phi_w, 200\text{mm} \right\} = \min \left\{ \frac{450}{3}, 10 \cdot 20, 20 \cdot 10, 200\text{mm} \right\} = 150\text{mm} = 15\text{cm}$$

Άρα: $S = S_{\max}^{cr} = 15\text{cm}$ (Δηλαδή $\Phi 10/15$ συνδετήρες στις κρίσιμες περιοχές)

ii) Έλεγχος ποσοστού διατμητικού οπλισμού

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{1.57}{20 \cdot 15} = 0.00523 > \rho_w^{\min} = 0.0009 \quad (\text{OK Εφόσον έχουμε C16 και S400})$$

iii) Έλεγχος αποστάσεων σκελών συνδετήρα:

$$V_{sd}^{(\pi+d)} = 176\text{kN} < 0.67 \cdot V_{Rd2} = 0.67 \cdot 297.7 = 199.46\text{kN}$$

$$V_{sd}^{(\pi+d)} \geq 0.2 \cdot V_{Rd2} = 60\text{kN}$$

$$a = \max \{0.6 \cdot d, 300\text{mm}\} = \max \{0.6 \cdot 500, 300\text{mm}\} = 300\text{mm} = 30\text{cm}$$

$$d = 15\text{cm} < 30$$

β) Έλεγχος εκτός κρίσιμων περιοχών: Από απόσταση $2 \cdot h_b$ από την κάθε παρειά έως το μέσο του ανοίγματος της δοκού

$$V_{Rd3} = V_{wd} + V_{cd} \geq V_{sd}^{(\pi+2h_b)} = 144\text{kN} \quad (5)$$

Η χρήση του $V_{sd}^{(\pi+2h_b)}$ είναι πιο οικονομική επιλογή απο το να γίνει ο έλεγχος με την $V_{sd}^{(\pi+d)}$

Ως γνωστό εκτός κρίσιμων περιοχών $V_{cd} = V_{Rd1} = 47.24\text{kN}$

Αρα $V_{wd} = 144 - 47.24 = 96.76\text{kN}$

Επιλέγω ομοίως όπως πριν δίτητους $\Phi 10$

Αρα (3),(5),(6) $\rightarrow 96.76 = 15.65 \cdot \frac{1.57}{s} \Rightarrow s = 0.254\text{m} = 25.4\text{cm}$

i) Έλεγχος μέγιστης απόστασης συνδετήρων εκτός κρίσιμων περιοχών

$$V_{sd}^{(\pi+2h_b)} = 144\text{kN} < 0.67 \cdot V_{Rd2} = 199.46\text{kN} \rightarrow S_{\max} = \min\{0.6 \cdot d, 300\text{mm}\} = 30\text{cm} \rightarrow \phi 10 / 25.4$$

ii) Έλεγχος ποσοστού διατμητικού οπλισμού

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{1.57}{20 \cdot 25.4} = 0.0031 > \rho_w^{\min} = 0.0009 \text{ (OK Εφόσον έχουμε C16 και S400)}$$

iii) Έλεγχος αποστάσεων σκελών συνδετήρα

$$V_{sd}^{(\pi+d)} = 176\text{kN} < 0.67 \cdot V_{Rd2} = 0.67 \cdot 297.7 = 199.46\text{kN}$$

$$V_{sd}^{(\pi+d)} \geq 0.2 \cdot V_{Rd2} = 60\text{kN}$$

$$a = \max\{0.6 \cdot d, 300\text{mm}\} = \max\{0.6 \cdot 500, 300\text{mm}\} = 300\text{mm} = 30\text{cm}$$

$$d = 15\text{cm} < 30$$

