



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΡΑΚΗΣ

Πολυτεχνική Σχολή
Τομέας Υδραυλικών Έργων
Εργαστήριο Υδρολογίας και Υδραυλικών Έργων

Τεχνική Υδρολογία (Ασκήσεις)



Κεφάλαιο 5^ο : Απορροή

Φώτιος Π. ΜΑΡΗΣ

Αναπλ. Καθηγητής

Παράδειγμα 5.1

Να υπολογιστεί ο δείκτης φ για λεκάνη με έκταση 35297 km². Στις 15/12/1967 επεισόδιο βροχής έδωσε απορροή 1.16 cm. Η χρονική εξέλιξη της βροχής φαίνεται στον Πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1 Χρονική εξέλιξη βροχής.

Χρόνος (min)	Ένταση (cm/h)	Χρόνος (min)	Ένταση (cm/h)
0-25	0.31	150-215	0.00
25-45	0.69	215-335	0.41
45-55	0.31	335-355	1.07
55-115	1.30	355-415	0.02
115-123	0.58	415-435	0.69
123-131	2.11	435-725	0.31
131-140	0.33	725-805	0.03
140-150	0.76		

Λύση

Ο δείκτης φ θα υπολογιστεί με δοκιμές. Παρατηρούμε ότι το χρονικό βήμα του βροχογραφήματος δεν είναι σταθερό. Υπολογίζουμε για κάθε χρονικό διάστημα τη συνολική βροχόπτωση, πολλαπλασιάζοντας την ένταση με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Υποθέτουμε αρχική τιμή του $\varphi=0.3 \text{ cm/hr}$. Για την τιμή αυτή, υπολογίζονται οι απώλειες σε κάθε χρονικό βήμα. Αυτές αφαιρούνται από τη βροχόπτωση, ώστε να προκύψει η ποσότητα της βροχής που απορρέει επιφανειακά. Προσέχουμε, στα χρονικά βήματα όπου η βροχόπτωση είναι μικρότερη από τις απώλειες, να δίνεται η τιμή 0 σε αυτή τη διαφορά, αφού δεν έχει φυσικά νόημα να δώσουμε αρνητική επιφανειακή απορροή. Η διαδικασία περιγράφεται στον Πίνακα 5.2.

Πίνακας 5.2 Υπολογισμός απορροής με δείκτη ϕ -1^η δοκιμή.

Χρόνος			Ένταση	Ύψος	1η δοκιμή		
T (min)	Δt (min)	Δt (hr)	i (cm/h)	h (cm)	$\phi=0.3$ (cm/hr)	απώλ. (cm)	επ.απορ (cm)
0.0	25.0	0.42	0.31	0.13	0.3	0.13	0.00
25.0	20.0	0.33	0.69	0.23	0.3	0.10	0.13
45.0	10.0	0.17	0.31	0.05	0.3	0.05	0.00
55.0	60.0	1.00	1.3	1.30	0.3	0.30	1.00
115.0	8.0	0.13	0.58	0.08	0.3	0.04	0.04
123.0	8.0	0.13	2.11	0.28	0.3	0.04	0.24
131.0	9.0	0.15	0.33	0.05	0.3	0.05	0.00
140.0	10.0	0.17	0.76	0.13	0.3	0.05	0.08
150.0	65.0	1.08	0	0.00	0.3	0.33	0.00
215.0	120.0	2.00	0.41	0.82	0.3	0.60	0.22
335.0	20.0	0.33	1.07	0.36	0.3	0.10	0.26
355.0	60.0	1.00	0.02	0.02	0.3	0.30	0.00
415.0	20.0	0.33	0.69	0.23	0.3	0.10	0.13
435.0	290.0	4.83	0.31	1.50	0.3	1.45	0.05
725.0	80.0	1.33	0.03	0.04	0.3	0.40	0.00
805.0			Άθροισμα	5.21			2.15

Αθροίζοντας το σύνολο της επιφανειακής απορροής, παρατηρούμε ότι αυτή είναι ίση με 2.15 cm, μεγαλύτερη δηλαδή, από την ποσότητα βροχής που γνωρίζουμε ότι απέρρευσε (1,16 cm). Συνεπώς, η τιμή του ϕ που υποθέσαμε ήταν μικρότερη από την πραγματική και πρέπει να την αυξήσουμε στην επόμενη δοκιμή.

Με δοκιμές καταλήγουμε στην τιμή $\phi=0.59$ cm/hr, που δίνει επιφανειακή απορροή ίση με τη ζητούμενη και συνεπώς αυτή είναι η πραγματική τιμή του δείκτη.

Πίνακας 5.3 Υπολογισμός απορροής με δείκτη φ - τελευταία δοκιμή.

2η δοκιμή		
$\varphi=0.59$ (cm/hr)	απώλ. (cm)	επ.απορ.(cm)
0.59	0.25	0.00
0.59	0.20	0.03
0.59	0.10	0.00
0.59	0.59	0.71
0.59	0.08	0.00
0.59	0.08	0.20
0.59	0.09	0.00
0.59	0.10	0.03
0.59	0.64	0.00
0.59	1.18	0.00
0.59	0.20	0.16
0.59	0.59	0.00
0.59	0.20	0.03
0.59	2.85	0.00
0.59	0.79	0.00
	Άθροισμα	1.16

Παράδειγμα 5.2

Για ένα επεισόδιο βροχής με ένταση $I = 12.5 \text{ mm/h}$ και διάρκεια $t=1$ η σε λεκάνη απορροής έκτασης 85.7 km^2 μετρήθηκαν στην έξοδο της λεκάνης οι παρακάτω τιμές παροχών:

Πίνακας 5.4 Παροχές στην έξοδο λεκάνης.

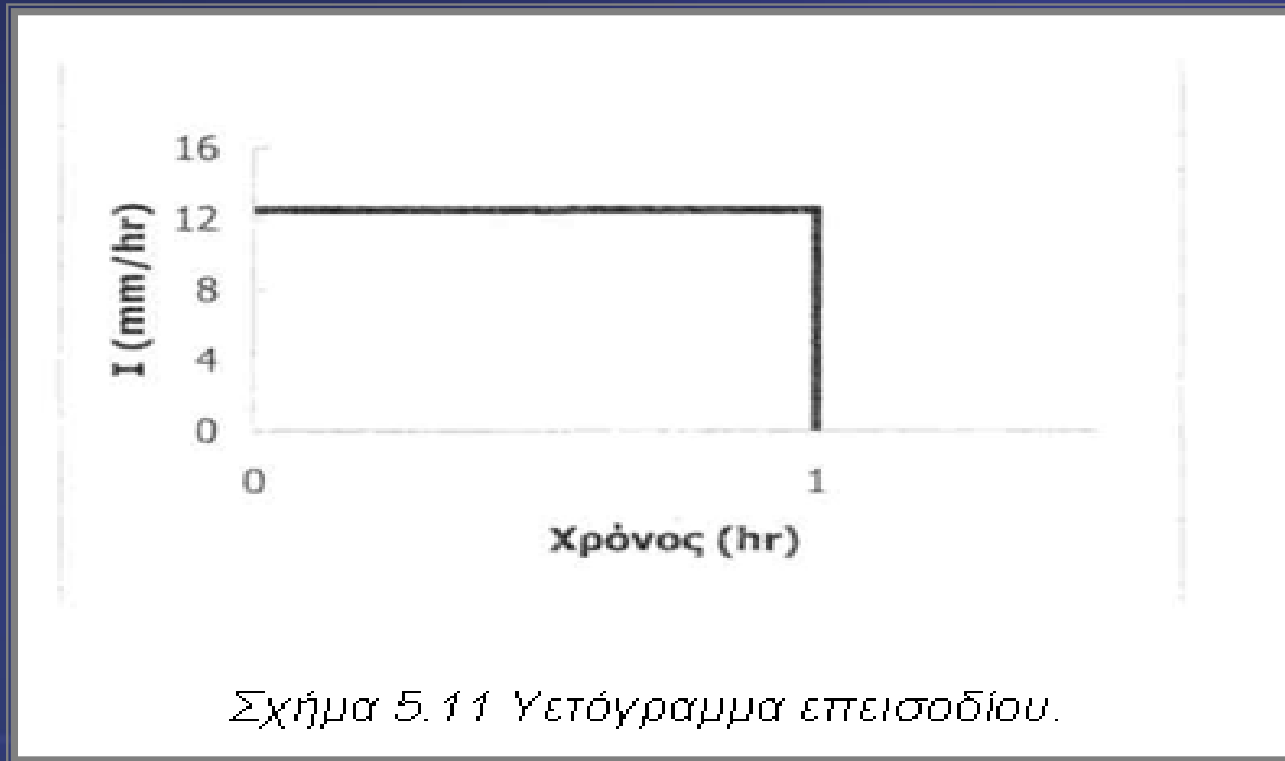
$t \text{ (h)}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Q \text{ (m}^3\text{/s)}$	5.0	36.4	65.2	47.1	34.2	18.9	8.0	6.7	5.9	5.3	5.2	5.1	5.0

Ζητούνται:

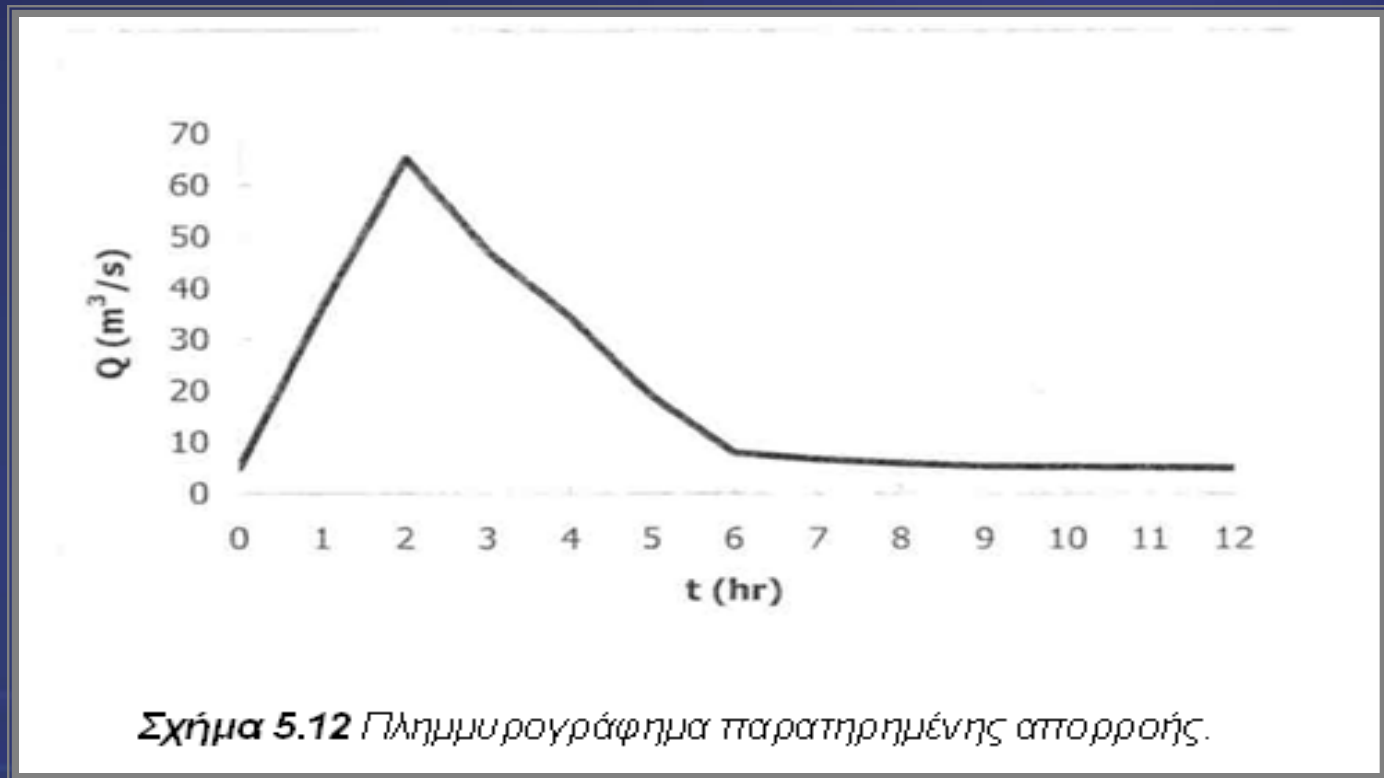
- Να σχεδιαστεί το βροχογράφημα και το πλημμυρογράφημα.
- Να γίνει διαχωρισμός της βασικής από την πλημμυρική απορροή.
- Να υπολογιστεί ο συνολικός πλημμυρικός όγκος στην έξοδο της λεκάνης απορροής.
- Να υπολογιστεί ο καθαρός πλημμυρικός όγκος στην έξοδο της λεκάνης απορροής.

Λύση

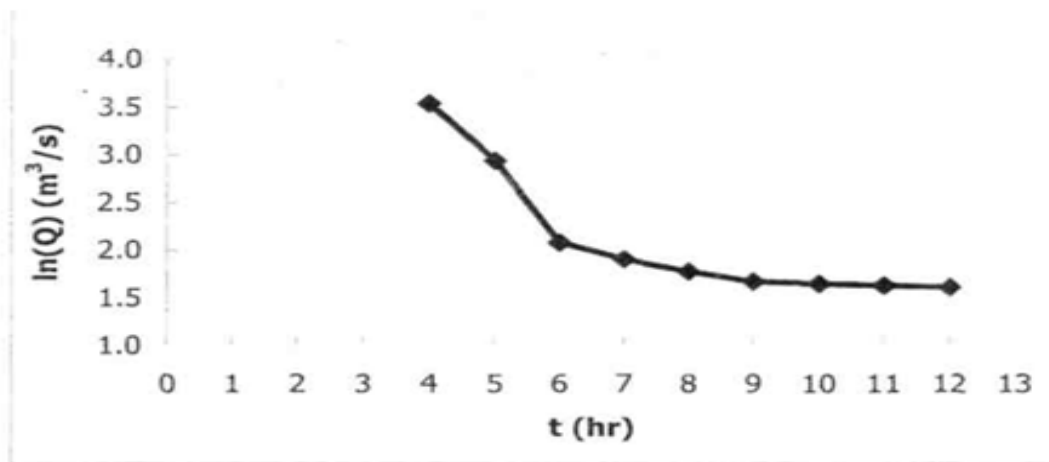
Το βροχογράφημα εικονίζεται στο σχήμα που ακολουθεί:



και το πλημμυρογράφημα, έχει τη μορφή που εικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Για να γίνει ο διαχωρισμός της βασικής από την πλημμυρική απορροή, χαράσσουμε την καμπύλη των λογαρίθμων της παροχής με το χρόνο και αναζητούμε το σημείο αλλαγής κλίσης (στο συγκεκριμένο παράδειγμα το σημείο είναι εμφανές και στο πλημμυρογράφημα). Παρατηρούμε ότι η κλίση αλλάζει τη χρονική στιγμή $T=6$ hr, συνεπώς εκεί θεωρούμε ότι τελειώνει η πλημμυρική απορροή.



Σχήμα 5.13 Διαχωρισμός βασικής από πλημμυρική απορροή.

Θεωρούμε ότι η βασική ροή μεταβάλλεται γραμμικά μεταξύ των σημείων αρχής ($T=0$ hr) και πέρατος της πλημμυρικής απορροής ($T=6$ hr), υπολογίζοντας με τον τρόπο αυτό το σύνολο των τιμών της βασικής απορροής Q_b . Η πλημμυρική απορροή Q_f προκύπτει ως διαφορά της βασικής απορροής από τη συνολική απορροή, όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

Ο συνολικός πλημμυρικός όγκος, προκύπτει με υπολογισμό της επιφάνειας που περικλείεται από την καμπύλη της συνολικής απορροής και του άξονα των χρόνων. Εδώ υπολογίστηκε με τη μέθοδο των τραπεζίων κατά προσέγγιση ίσος με 871200 m^3 . Με αφαίρεση του όγκου βασικής απορροής, προκύπτει ο πλημμυρικός όγκος ίσος με 609480 m^3 .

Πίνακας 5.5 Υπολογισμός πλημμυρικής απορροής.

t(h)	Q (m³/s)	ln (Q)	Q_b (m³/s)	Q_f (m³/s)
0	5	1.6094	5	0
1	36.4	3.5946	5.5	30.9
2	65.2	4.1775	6	59.2
3	47.1	3.8523	6.5	40.6
4	34.2	3.5322	7	27.2
5	18.9	2.9392	7.5	11.4
6	8	2.0794	8	0
7	6.7	1.9021	6.7	0
8	5.9	1.7750	5.9	0
9	5.3	1.6677	5.3	0
10	5.2	1.6487	5.2	0
11	5.1	1.6292	5.1	0
12	5	1.6094	5	0

Παράδειγμα 5.3

Σε υδρομετρικό σταθμό έχουν γίνει συστηματικές μετρήσεις στάθμης και παροχής ποταμού που φαίνονται στον Πίνακα 5.6, για διάρκεια που δεν υπήρχαν ουσιαστικές μεταβολές στη γεωμετρία και τα χαρακτηριστικά της διατομής. Με βάση τις μετρήσεις αυτές να καταρτιστεί η καμπύλη στάθμης παροχής του ποταμού για την υπόψη περίοδο. Χρησιμοποιώντας την καμπύλη στάθμης παροχής για τον εν λόγω σταθμό, καθώς και τα δεδομένα των μετρήσεων παροχής και τις μέσες ημερήσιες στάθμες για μία περίοδο που φαίνεται στον Πίνακα 5.7, να εκτιμηθεί η σειρά των μέσων ημερήσιων παροχών του σταθμού για την παραπάνω περίοδο.

Πίνακας 5.6 Μετρήσεις στάθμης - παροχής.

A/A	Ημερομηνία	Στάθμη (m)	Παροχή (m³ /s)
1	20-3-84	6.50	670.20
2	29-4-84	5.70	510.30
3	27-5-84	5.10	420.20
4	23-6-84	4.60	370.70
5	20-7-84	3.90	286.45
6	25-8-84	3.70	278.20
7	20-9-84	4.00	302.30
8	15-10-84	4.42	319.79
9	13-11-84	5.33	455.63
10	29-11-84	6.10	582.98
11	23-12-84	6.46	650.90
12	12-1-85	7.19	820.70
13	30-1-85	7.50	905.60
14	27-2-85	7.74	984.84
15	4-3-85	8.05	1098.04
16	10-3-85	8.47	1296.04
17	28-4-85	5.20	440.20

Πίνακας 5.7 Μετρήσεις στάθμης.

Α/Α	Ημερομηνία	Στάθμη (m)
1	27-2-85	7.85
2	28-2-85	7.89
3	1-3-85	7.94
4	2-3-85	7.99
5	3-3-85	8.06
6	4-3-85	8.09
7	5-3-85	8.16
8	6-3-85	8.23
9	7-3-85	8.29
10	8-3-85	8.32
11	9-3-85	8.38
12	10-3-85	8.41

Λύση

Κατάρτιση σχέσης στάθμης – παροχής

Για την κατάρτιση της σχέσης στάθμης-παροχής από τα στοιχεία υδρομετρήσεων, απαιτείται αρχικά ο υπολογισμός των λογαρίθμων των τιμών της στάθμης και παροχής, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

Η παροχή συνδέεται με τη στάθμη με μια γενικότερη σχέση της μορφής $Q=A(h-h_0)^n$, συνεπώς οι λογάριθμοι των Q και h , συνδέονται με γραμμική σχέση. Η σχέση αυτή θα υπολογιστεί με γραμμική παλινδρόμηση μεταξύ των λογαρίθμων της παροχής (y) και της στάθμης (x), που δίνει τελικά την εξίσωση:

$$y = 3.100 + 1.840 \cdot x \Rightarrow Q = 22.20 \cdot h^{1840}$$

Πίνακας 5.8 Διαδικασία υπολογισμού καμπύλης στάθμης - παροχής.

Α/Α	Ημερομηνία	Στάθμη (m)	Παροχή (m ³ /s)	ln(H)	ln((Q)
1	20/3/1984	6.5	670.20	1.871802	6.507576
2	29/4/1984	5.7	510.30	1.740466	6.234999
3	27/5/1984	5.1	420.20	1.629241	6.040731
4	23/6/1984	4.6	370.70	1.526056	5.915393
5	20/7/1984	3.9	286.45	1.360977	5.657564
6	25/8/1984	3.7	278.20	1.308333	5.62834
7	20/9/1984	4	302.30	1.386294	5.71142
8	15/10/1984	4.42	319.79	1.48614	5.767665
9	13/11/1984	5.33	455.63	1.673351	6.121681
10	29/11/1984	6.1	582.98	1.808289	6.368153
11	23/12/1984	6.46	650.90	1.865629	6.478356
12	12/1/1985	7.19	820.70	1.972691	6.710158
13	30/1/1985	7.5	905.60	2.014903	6.808598
14	27/2/1985	7.74	984.84	2.046402	6.892479
15	4/3/1985	8.05	1098.04	2.085672	7.001282
16	10/3/1985	8.47	1296.04	2.136531	7.167069
17	28/4/1985	5.2	440.20	1.648659	6.087229

Εκτίμηση μέσων ημερήσιων παροχών

Η εκτίμηση των ημερήσιων παροχών θα γίνει με τη βοήθεια της καμπύλης στάθμης -παροχής. Αν δοκιμάσουμε να εφαρμόσουμε τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος, παρατηρούμε ότι για τις 3 ημέρες για τις οποίες υπάρχουν δεδομένα υδρομετρήσεων ($27/2$, $4/3$ και $10/3$), οι προκύπτουσες παροχές διαφέρουν από τις καταμετρημένες. Για να αποφευχθεί αυτό το φαινόμενο, εφαρμόζουμε τη διόρθωση Stout, διορθώνουμε, δηλαδή, τις καταμετρημένες στάθμες, έτσι ώστε με εφαρμογή της σχέσης στάθμης παροχής, η υπολογισμένη παροχή για τις ημέρες που υπάρχουν μετρήσεις να είναι ίδια με την καταμετρημένη, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5.9 Διόρθωση Stout

Δεδομένα			Υδρομέτρηση						
A/A	Ημερομηνία	Στάθμη	Στάθμη	Παροχή	Q _{εκτ}	h _{εκτ}	Δh	h _{διορθ}	Q _{διορθ}
1	27/2/1985	7.85	7.74	984.84	983.81	7.855	-0.005	7.85	984.93
2	28/2/1985	7.89			993.06		-0.053	7.94	1005.26
3	1/3/1985	7.94			1004.67		-0.100	8.04	1028.13
4	2/3/1985	7.99			1016.34		-0.148	8.14	1051.23
5	3/3/1985	8.06			1032.78		-0.196	8.26	1079.38
6	4/3/1985	8.09	8.05	1098.04	1039.87	8.333	-0.243	8.33	1098.14
7	5/3/1985	8.16			1056.48		-0.321	8.48	1134.20
8	6/3/1985	8.23			1073.22		-0.399	8.63	1170.79
9	7/3/1985	8.29			1087.66		-0.476	8.77	1205.38
10	8/3/1985	8.32			1094.91		-0.554	8.87	1232.75
11	9/3/1985	8.38			1109.49		-0.631	9.01	1268.15
12	10/3/1985	8.41	8.47	1296.04	1116.81	9.119	-0.709	9.12	1296.16

Στη στήλη των υδρομετρήσεων, τοποθετούνται τα γνωστά σημεία στάθμης και παροχής, για τις 3 ημερομηνίες που υπάρχουν μετρήσεις.

Το $Q_{\text{εκτ}}$ είναι η παροχή που προκύπτει με εφαρμογή της σχέσης στάθμης-παροχής, για τα δεδομένα της σταθμημετρίας.

Το $h_{\text{εκτ}}$, είναι η στάθμη που προκύπτει από την καταμετρημένη παροχή, με αντιστροφή της σχέσης στάθμης παροχής, δηλαδή:

$$Q = 22.20h^{1.840} \Rightarrow h = e^{\frac{1}{1.840}(\ln Q - 3.1)}$$

Το Δh , είναι η διαφορά της καταμετρημένης στάθμης των δεδομένων σταθμημετρίας και του $h_{εκτ}$. Στα σημεία στα οποία δεν έχουμε τιμές του $h_{εκτ}$ το Δh προκύπτει με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των γνωστών τιμών. Το $h_{διορθ}$, προκύπτει ως διαφορά της στάθμης και του Δh (στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι τιμές είναι αρνητικές και προστίθενται). Το $Q_{διορθ}$ τέλος, προκύπτει με εφαρμογή της καμπύλης στάθμης παροχής, για στάθμη ίση με το $h_{διορθ}$. Παρατηρούμε ότι για τις τρεις ημερομηνίες για τις οποίες υπάρχουν στοιχεία παροχής, αυτή είναι σχεδόν ίση με τη διορθωμένη τιμή που υπολογίστηκε.

Παράδειγμα 5.4

Στην έξοδο λεκάνης απορροής πρόκειται να κατασκευαστεί γέφυρα και ως εκ τούτου είναι απαραίτητη η εκτίμηση της μέγιστης πλημμυρικής αιχμής. Στη θέση αυτή δεν υπάρχουν υδρομετρήσεις. Η λεκάνη απορροής ανάντη της θέσης αυτής είναι 54 km^2 , το μέγιστο μήκος μισγάγγειας είναι 10 km και η απόσταση από την έξοδο της λεκάνης μέχρι την πλησιέστερη θέση του ποταμού στο κέντρο βάρους της λεκάνης είναι 3.75 km . Επίσης έχει υπολογιστεί ότι το μέσο υψόμετρο της λεκάνης είναι 263 m , το υψόμετρο στην έξοδο της λεκάνης είναι 133 m και το υψόμετρο στο πλέον απομακρυσμένο σημείο της λεκάνης είναι 331 m . Ο συντελεστής απορροής της λεκάνης είναι ίσος με 0.2 .

Να προσδιοριστεί η μέγιστη πλημμυρική αιχμή με χρήση της ορθολογικής μεθόδου όταν ο χρόνος συγκέντρωσης υπολογιστεί με τη μέθοδο Giandotti και SCS. Η όμβρια καμπύλη της λεκάνης απορροής για περίοδο επαναφοράς $T=10$ έτη είναι:
 $h=25.3t^{0.413}$ όπου h σε mm και t σε ώρες.

Λύση

α) Giandotti

Ο χρόνος συρροής δίνεται από τη σχέση:

$$t_c = \frac{4\sqrt{A} + 1.5L}{0.8\sqrt{H_{ME} - H_{EΞ}}} = \frac{4\sqrt{54} + 1.5 \cdot 10}{0.8\sqrt{263 - 133}} = 4.87h$$

όπου H_{ME} μέσο υψόμετρο της λεκάνης σε m και $H_{EΞ}$ το υψόμετρο στην έξοδο σε m.

Το ύψος βροχής προκύπτει από τις όμβριες καμπύλες:

$$h_{cr} = 25.3t^{0.413} = 25.3 \cdot 4.87^{0.413} = 48.64mm$$

και η αντίστοιχη ένταση θα είναι:

$$i_{cr} = h_{cr}/t_c = 48.64/4.87 = 9.9mm / h$$

Από την ορθολογική μέθοδο υπολογίζεται η παροχή αιχμής:

$$Q = 0.278CIA = 0.278 \cdot 0.2 \cdot 9.9 \cdot 54 = 29.7 m^3/s$$

β) SCS

Ο χρόνος συρροής δίνεται από τη σχέση:

$$t_c = L^{1.15} / 7700h^{0.38} = \frac{(1000 \cdot 10 \cdot 3.28)^{1.15}}{7700[(331 - 133) \cdot 3.28]^{0.38}} = 1.73h$$

όπου το L είναι το μήκος της κύριας μισγάγγειας σε πόδια και h η διαφορά των υψομέτρων του πιο απομακρυσμένου σημείου της λεκάνης και του υψομέτρου στην έξοδο της λεκάνης.

Από όμβριες καμπύλες προκύπτει το ύψος βροχής:

$$h_{cr} = 25.3t^{0.413} = 25.3 \cdot 1.73^{0.413} = 31.7mm$$

και η αντίστοιχη ένταση θα είναι: $i_{cr} = h_{cr}/t_c = 31.7/1.73 = 18.3mm/h$

Η παροχή αιχμής υπολογίζεται με τη βοήθεια της ορθολογικής μεθόδου ως εξής: $Q = 0.278CIA = 0.278 \cdot 0.2 \cdot 18.3 \cdot 54 = 54.9m^3/s$

Παράδειγμα 5.5

Ενεργός βροχόπτωση ύψους 15 mm και διάρκειας μίας ώρας προκάλεσε στην έξοδο λεκάνης απορροής Α, το παρακάτω πλημμυρογράφημα.

Πίνακας 5.11 Πλημμυρογράφημα στην έξοδο λεκάνης.

T (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Q (m ³ /s)	98	98	98	220	512	620	585	460	330	210	150	105	98	98	98

Να βρεθεί το Μοναδιαίο Υδρογράφημα (Μ.Υ.) της λεκάνης διάρκειας μίας ώρας.

Λύση

Καταρχήν θα υπολογιστεί το καθαρό πλημμυρογράφημα, με αφαίρεση της βασικής ροής, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι σταθερή και ίση με $98\text{m}^3/\text{s}$. Από τη στιγμή που το πλημμυρογράφημα και το ζητούμενο Μ.Υ. έχουν την ίδια διάρκεια, το τελευταίο θα προκύψει με απλή εφαρμογή της πολλαπλασιαστικής ιδιότητας, δηλαδή:

$$Q_{MY}/Q_{\Pi\Lambda} = i_{MY}/i_{\Pi\Lambda} \rightarrow Q_{MY} = Q_{\Pi\Lambda} \cdot (10/15)$$

Η διαδικασία υπολογισμού του Μοναδιαίου Υδρογραφήματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 5.12.

Πίνακας 5.12 Υπολογισμός Μοναδιαίου Υδρογραφήματος.

T(h)	Καθαρό ΥΑΑ	ΜΥΓ
0	0	0
1	122	81.33
2	414	276.00
3	522	348.00
4	487	324.67
5	362	241.33
6	232	154.67
7	112	74.67
8	52	34.67
9	7	4.67
10	0	0

Παράδειγμα 5.6

Ενεργός βροχή διάρκειας 2 ωρών που φαίνεται στον Πίνακα 5.13 προκάλεσε στην έξοδο λεκάνης απορροής Α το πλημμυρογράφημα του Πίνακα 5.14. Να υπολογιστεί το Μοναδιαίο Υδρογράφημα (Μ.Υ.) διάρκειας μίας ώρας.

Πίνακας 5.13 Ανάλυση βροχής.

Ωρες	1	2
Βροχή (mm/H)	30	7.5

Πίνακας 5.14 Πλημμυρογράφημα στην έξοδο λεκάνης.

Ωρες (HR)	0	1	2	3	4	5	6
Παροχή (m ³ /s)	102.00	365.48	326.48	252.75	171.90	112.65	102.00

Λύση

Αρχικά, μετατρέπουμε πάλι το πλημμυρογράφημα σε καθαρό, αφαιρώντας τη βασική ροή.

T (h)	Πλημμυρογ.	Καθαρό Πλημμυρογ.
0	102	0
1	365.48	263.48
2	326.48	224.48
3	252.75	150.75
4	171.9	69.9
5	112.65	10.65
6	102	0

Το καθαρό πλημμυρογράφημα, προκύπτει ως επαλληλία των δύο βροχοπτώσεων. Υποθέτουμε ότι οι ζητούμενες τεταγμένες του Μ.Υ. είναι U_0 (τη χρονική στιγμή $t=0$) έως U_6 (για $t=6$ hr). Εφαρμόζοντας την πολλαπλασιαστική ιδιότητα και την ιδιότητα της επαλληλίας, προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

t(h)	ΜΥΓ	Μετατοπ.	Πλημμυρογράφημα
0	U_0		$3 \cdot U_0 = 0$
1	U_1	U_0	$3 \cdot U_1 + 0.75 \cdot U_0 = 263.48$
2	U_2	U_1	$3 \cdot U_2 + 0.75 \cdot U_1 = 224.48$
3	U_3	U_2	$3 \cdot U_3 + 0.75 \cdot U_2 = 150.75$
4	U_4	U_3	$3 \cdot U_4 + 0.75 \cdot U_3 = 69.9$
5	U_5	U_4	$3 \cdot U_5 + 0.75 \cdot U_4 = 10.65$
6	U_6	U_5	$3 \cdot U_6 + 0.75 \cdot U_5 = 0$

Η επίλυση του συστήματος εξισώσεων (γραμμή - γραμμή), δίνει τις ζητούμενες τεταγμένες του Μ.Υ.:

U_0	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
0	87.2	52.87	37.03	14.04	0	0

Παράδειγμα 5.7

Να κατασκευαστεί η καμπύλη S και να βρεθεί το Μ.Υ. τριών ωρών με βάση το Μ.Υ. 1 ώρας που δίνεται στον Πίνακα 5.15.

Πίνακας 5.15 Μοναδιαίο υδρογράφημα διάρκειας 1 ώρας.

T(h)	ΜΥΓ 1 ώρας
0	0
1	81.33
2	276.00
3	348.00
4	324.67
5	241.33
6	154.67
7	74.67
8	34.67
9	4.67
10	0

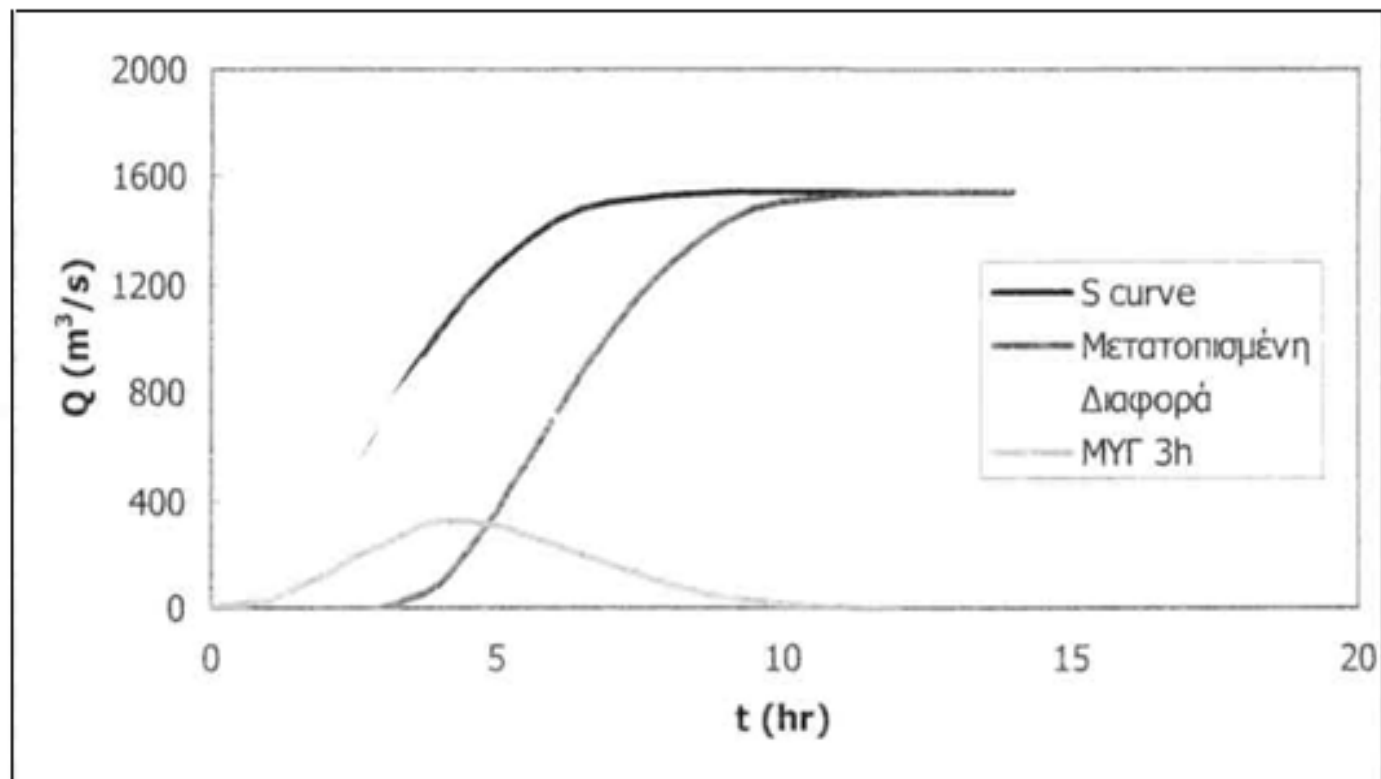
Λύση

Η καμπύλη S t ωρών, προκύπτει ως άθροισμα άπειρων Μ.Υ. μετατοπισμένων κατά t hr. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, επειδή η βάση της καμπύλης S είναι 1 hr, υπολογίζεται απλούστερα, προσθέτοντας κάθε χρονική στιγμή τις τεταγμένες όλων των προηγούμενων. Μετατοπίζουμε κατόπιν την καμπύλη S , κατά χρονικό διάστημα ίσο με τη βάση του ζητούμενου Μ.Υ., δηλαδή 3 hr και βρίσκουμε τη διαφορά κάθε χρονική στιγμή. Το ζητούμενο Μ.Υ., προκύπτει με εφαρμογή της πολλαπλασιαστικής ιδιότητας, ως εξής:

$$\frac{Q_{MY}}{Q_{\Delta\iota\alpha\varphi}} = \frac{i_{MY}}{l_{\Delta\iota\alpha\varphi}} \Rightarrow \frac{Q_{MY}}{Q_{\Delta\iota\alpha\varphi}} = \frac{10/3}{10} \Rightarrow Q_{MY} = \frac{Q_{\Delta\iota\alpha\varphi}}{3}$$

Πίνακας 5.16 Διαδικασία υπολογισμού ΜΥΓ διάρκειας 3 ωρών.

t (h)	ΜΥΓ 1h	S curve	S μετατ	Διαφορά	ΜΥΓ 3h
0	0.00	0		0.00	0
1	81.33	81.33		81.33	27.11
2	276.00	357.33		357.33	119.11
3	348.00	705.33	0.00	705.33	235.11
4	324.67	1030.00	81.33	948.67	316.22
5	241.33	1271.33	357.33	914.00	304.67
6	154.67	1426.00	705.33	720.67	240.22
7	74.67	1500.67	1030.00	470.67	156.89
8	34.67	1535.33	1271.33	264.00	88.00
9	4.67	1540.00	1426.00	114.00	38.00
10	0	1540.00	1500.67	39.33	13.11
11		1540.00	1535.33	4.67	1.56
12		1540.00	1540.00	0.00	0
13			1540.00		
14			1540.00		



Σχήμα 5.33 Η καμπύλη S και το Μοναδιαίο Υδρογράφημα 3 ωρών.

Παράδειγμα 5.8

Με βάση το Μ.Υ. 2 ωρών που δίνεται στον Πίνακα 5.17 και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της καμπύλης S , να υπολογιστεί το Μ.Υ. 3 ωρών της ίδιας λεκάνης απορροής.

Πίνακας 5.17 Μοναδιαίο υδρογράφημα 2 hr.

T(hr)	0	1	2	3	4	5	6
Q (m ³ /s)	0	50	125	100	50	25	0

Λύση

Το M.Y. 2 hr είναι η απορροή που μετρήθηκε στην έξοδο της λεκάνης ως αποτέλεσμα μιας καταιγίδας που είχε διάρκεια 2 ωρών και ενεργό ένταση 5 mm/hr. Η καμπύλη S, που αντιστοιχεί σε αυτό το M.Y. (καμπύλη S 2hr), είναι η απορροή στην έξοδο της λεκάνης, ως αποτέλεσμα ενός θεωρητικού επεισοδίου βροχόπτωσης που έχει άπειρη διάρκεια και ένταση 5 mm/hr. Προκύπτει, συνεπώς, αν αθροιστεί η απορροή άπειρων επεισοδίων σαν το M.Y. 2 ωρών, μετατοπισμένα κατά 2 ώρες το ένα σε σχέση με το άλλο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση αρκούν 3 έως 4 αθροίσεις για να σταθεροποιηθεί η καμπύλη S στη μέγιστη τιμή της. Η αλγοριθμική διαδικασία της μετατόπισης των επιμέρους επεισοδίων και άθροισης τους, ώστε να κατασκευαστεί η καμπύλη S δίνεται στον Πίνακα 5.18.

Πίνακας 5.18 Κατασκευή καρπύλης S από Μ.Υ. 2 ωρών.

T (hr)	1 ^η βροχοπτ	2 ^η βροχοπτ	3 ^η βροχοπτ	4 ^η βροχοπτ	Καρπύλη S (2hr)
0	0				0
1	50				50
2	125	0			125
3	100	50			150
4	50	125	0		175
5	25	100	50		175
6	0	50	125	0	175
7		25	100	50	175
8		0	50	125	175

Για την κατασκευή του Μ.Υ. 3 hr, η καμπύλη S πρέπει καταρχήν να μετατοπιστεί κατά 3 ώρες και οι τεταγμένες της να αφαιρεθούν από τις τεταγμένες της αρχικής καμπύλης S. Η αφαίρεση αυτή δίνει ένα ενδιάμεσο υδρογράφημα που αντιστοιχεί σε ενεργό βροχόπτωση διάρκειας 3 ωρών και έντασης 5 mm/hr, όση δηλαδή είναι η ένταση της καμπύλης S. Το ενδιάμεσο αυτό πλημμυρογράφημα, έχει τη ίδια διάρκεια ενεργού βροχόπτωσης με το ζητούμενο Μ.Υ. (3 ώρες) αλλά διαφορετική ένταση (5 mm/hr για το ενδιάμεσο υδρογράφημα και $10/3=3.33$ mm/hr για το Μ.Υ. 3 ωρών). Εφαρμόζοντας την ιδιότητα της αναλογίας, πολλαπλασιάζοντας δηλαδή τις τεταγμένες του ενδιάμεσου υδρογραφήματος επί $3.33/5=2/3$, προκύπτει το ζητούμενο Μ.Υ. Η αντίστοιχη αλγοριθμική διαδικασία περιγράφεται στον Πίνακα 5.19.

Πίνακας 5.19 Κατασκευή Μ. Υ. 3 hr από καμπύλη S 2hr.

t(hr)	S – 2hr	S- 2 h r μετατοπ.	Διαφορά	Μ.Υ. 3 hr
0	0		0	0
1	50		50	33
2	125		125	83
3	150	0	150	100
4	175	50	125	83
5	175	125	50	33
6	175	150	25	17
7	175	175	0	0

Παράδειγμα 5.9

Να βρεθεί το συνολικό πλημμυρογράφημα που προκλήθηκε από την παρακάτω ενεργό βροχή με βάση το Μ.Υ, που προέκυψε στο Παράδειγμα 5.5.

Πίνακας 5.19 Ανάλυση ενεργού βροχής

T (h)	1	2	3	4
I (mm/h)	0.4	1.1	2.0	1.5

Λύση

Εφαρμόζουμε την ιδιότητα της αναλογίας για κάθε επιμέρους βροχόπτωση διάρκειας 1 hr. Παρατηρούμε ότι κάθε επιμέρους επεισόδιο βροχόπτωσης είναι μετατοπισμένο χρονικά από το προηγούμενο κατά 1 hr. Το καθαρό πλημμυρογράφημα προκύπτει με οριζόντια άθροιση, ενώ για το συνολικό πλημμυρογράφημα, προσθέτουμε σε κάθε τεταγμένη τη βασική ροή, σύμφωνα με τον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας 5.20 Διαδικασία υπολογισμού πλημμυρογράφηματος.

τ(h)	ΜΥΓ	1η ώρα	2η ώρα	3η ώρα	4η ώρα	Καθ. Πλημ	Πλημμυρ
0	0.00	0.00				0.00	98.00
1	81.33	3.25	0.00			3.25	101.25
2	276.00	11.04	8.95	0.00		19.99	117.99
3	348.00	13.92	30.36	16.27	0.00	60.55	158.55
4	324.67	12.99	38.28	55.20	12.20	118.67	216.67
5	241.33	9.65	35.71	69.60	41.40	156.37	254.37
6	154.67	6.19	26.55	64.93	52.20	149.87	247.87
7	74.67	2.99	17.01	48.27	48.70	116.97	214.97
8	34.67	1.39	8.21	30.93	36.20	76.73	174.73
9	4.67	0.19	3.81	14.93	23.20	42.13	140.13
10	0	0.00	0.51	6.93	11.20	18.65	116.65
			0.00	0.93	5.20	6.13	104.13
				0.00	0.70	0.70	98.70
					0.00	0.00	98.00

Παράδειγμα 5.10

Στην έξοδο λεκάνης απορροής με μικρούς ρυθμούς διήθησης πρόκειται να κατασκευαστεί γέφυρα και ως εκ τούτου είναι απαραίτητη η εκτίμηση της μέγιστης πλημμυρικής αιχμής. Στη θέση αυτή δεν υπάρχουν υδρομετρήσεις. Η λεκάνη απορροής ανάντη της θέσης αυτής είναι 34 km^2 , το μέγιστο μήκος μισγάγγειας είναι 10 km και η απόσταση από την έξοδο της λεκάνης μέχρι την πλησιέστερη θέση του ποταμού στο κέντρο βάρους της λεκάνης είναι 3.75 km .

Να προσδιοριστεί το συνθετικό μοναδιαίο υδρογράφημα διάρκειας 3 ωρών κατά Snyder όταν οι συντελεστές Snyder C_t και C_p είναι 2 και 0.65 αντίστοιχα.

Λύση

Για διευκόλυνση των υπολογισμών υπενθυμίζονται οι ακόλουθες μετατροπές μονάδων, που μπορούν να βρεθούν και στο Παράρτημα του βιβλίου:

$$1\text{ ft} = 0.3048\text{ m}$$

$$1\text{ mi} = 1.609\text{ km}$$

Ο χρόνος υστέρησης λεκάνης σε ώρες δίνεται από τη σχέση:

$$t_p = C_t (L_{ca} L)^{0.3} = 2 \cdot (2.331 \cdot 6.215)^{0.3} h = 4.46 h$$

- με $L_{ca} = 3.75 \text{ Km} = 2.331 \text{ mi}$, η απόσταση του παροχομετρικού σταθμού από το κέντρο βάρους της λεκάνης, μετρούμενη κατά μήκος της κοίτης

- $L = 10 \text{ Km} = 6.215 \text{ mi}$, η απόσταση του σταθμού ως τον υδροκρίτη, που μετριέται κατά μήκος του κύριου ρεύματος σε μίλια (εδώ είναι το μέγιστο μήκος μισγάγγειας) και
- $C_t = 2$ (δεδομένο για τη συγκεκριμένη λεκάνη και μονάδες μέτρησης)

Η διάρκεια της ενεργού βροχόπτωσης σε ώρες είναι:

$$t_R = t_p / 5.5 = 4.46 / 5.5h = 0.81h < 3h$$

επειδή το ζητούμενο μοναδιαίο υδρογράφημα έχει διάρκεια ($t_R' = 3 \text{ h}$) μεγαλύτερη της t_R , το διορθωμένο t_p υπολογίζεται με την βοήθεια της σχέσης:

$$t_p' = t_p + (t_R' - t_R) / 4 = 4.46 + (3 - 0.81) / 4 = 5h$$

Η παροχή αιχμής του μοναδιαίου υδρογραφήματος των t_R ωρών (ανά τετραγωνικό μίλι της λεκάνης) δίνεται από την σχέση:

$$q_p = C_p \frac{640}{t_p} = 0.65 \cdot \frac{640}{5} = 83.075 \text{ ft}^3/\text{s}/\text{mi}^2$$

και η τελική παροχή αιχμής είναι:

$$Q_p = q_p \cdot A = 83.075 \cdot 13.13 = 1090.78 \text{ ft}^3/\text{s}$$

όπου $A = 13.13 \text{ mi}^2$ η επιφάνεια της λεκάνης

Το εύρος της καμπύλης παροχής στο 50% και 75% του ύψους είναι:

$$W_{50} = 830/q_p^{1.1} = 830/(83.075)^{1.1} = 6.42h$$

$$W_{75} = 470/q_p^{1.1} = 470/(83.075)^{1.1} = 3.64h$$

τα τελευταία εκτείνονται κατά $1/3$ προς τα αριστερά και $2/3$ προς τα δεξιά, της τετμημένης της αιχμής του διαγράμματος.

Τέλος, ο χρόνος βάσης του υδρογραφήματος είναι:

$$T = 3 + 3 \cdot \frac{t_p}{24} = T = 3 + 3 \cdot \left(\frac{5}{24} \right) = 3.625 \text{ ημέρες} = 87 \text{ hr}$$