



ΜΠ 322: ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ

Ανακεφαλαίωση

Αφροδίτη Παπαδοπούλου
Δρ. Χημικός Μηχανικός
afpapadopoulou@isc.tuc.gr

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΔΙΑΧΥΣΗ του Α στην κατεύθυνση z

$$N_A = J_A + c_A u^M$$

Γραμμομοριακή ροή $\left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$ Διάχυση $\left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$ Συναγωγή $\left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$

Χωρίς Συναγωγή

(ροή μέσα από στερεό ή στάσιμο αέριο σε πολύ χαμηλές συγκεντρώσεις)

$$N_A = J_A$$

Με Συναγωγή

(ροή μέσα από ρευστό, υγρό ή αέριο)

$$N_A = J_A + c_A u^M$$

Νόμος του Fick

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΔΙΑΧΥΣΗ του Α στην κατεύθυνση z

Χωρίς Συναγωγή

$$N_A = J_A$$

Νόμος του Fick

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$$

Με Συναγωγή

$$N_A = J_A + c_A u^M$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz}$$

$$N_A = -D_{AB} c \frac{dy_A}{dz}$$

$$u^M = \frac{1}{c} \sum N_i$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} + \frac{c_A}{c} \sum N_i$$

$$c_A = c \cdot y_A$$

$$N_A = -D_{AB} c \frac{dy_A}{dz} + y_A \sum N_i$$

$$\epsilon_A = \frac{\sum N_i}{N_A} \Rightarrow \sum N_i = \epsilon_A N_A$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{c}{(1 - \epsilon_A y_A)} \frac{dy_A}{dz}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΔΙΑΧΥΣΗ του Α στην κατεύθυνση z

Διάφοροι τρόποι έκφρασης της γραμμομοριακής συγκέντρωσης του συστατικού Α

Σε σχέση με το γραμμομοριακό κλάσμα y_A

$$c_A = c \cdot y_A$$

Σε σχέση με τη μερική πίεση p_A^* (ιδανικά αέρια)

$$c_A = \frac{p_A^*}{RT} = \frac{p}{RT} y_A$$

Για διμερή μίγματα (συστατικά Α, Β) ισχύουν:

$$c_A + c_B = c$$

$$y_A + y_B = 1$$

και για ιδανικά αέρια ($PV=nRT$) επιπλέον:

$$p_A^* + p_B^* = P$$

Οπότε εναλλακτικά χρησιμοποιούνται οι σχέσεις

Χωρίς Συναγωγή

$$N_A = -\frac{D_{AB}}{RT} \frac{dp_A^*}{dz} = -D_{AB} \frac{p}{RT} \frac{dy_A}{dz}$$

Με Συναγωγή

$$N_A = -D_{AB} \frac{p}{RT} \frac{dy_A}{dz} + y_A \sum N_i = -\frac{D_{AB}}{(1 - \epsilon_A y_A) RT} \frac{p dy_A}{dz}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση Σ2.1

Ακετόνη (C_3H_6O) εισέρχεται σε έναν εξατμιστή (Evaporator) με ογκομετρική παροχή 450 L/min (Ρεύμα 1), όπου και εξατμίζεται παρουσία αζώτου (Ρεύμα 2), το οποίο εισέρχεται με σταθερή ροή (Ρεύμα 2) στον εξατμιστή. Το αέριο που εξέρχεται από τον εξατμιστή (Ρεύμα 3) αναμιγνύεται περαιτέρω με άζωτο η ροή του οποίου είναι 400 m³/min (Ρεύμα 4) σε Κανονικές Συνθήκες (STP: $T=0^\circ\text{C}$ $P=1\text{atm} \Rightarrow 0,0224\text{m}^3/\text{mol}$). Το μίγμα των αερίων (Ρεύμα 5) στη συνέχεια συμπιέζεται σε 7 bar (μανομετρική πίεση) και 325°C. Η μερική πίεση της ακετόνης στο ρεύμα εξόδου (Ρεύμα 6) από τον συμπιεστή είναι 70 kPa.

Δίνονται: Η πυκνότητα της ακετόνης 0,791 g/ml (Ρεύμα 1)

Η βαρομετρική πίεση κατά τη διάρκεια της διεργασίας είναι 101 kPa.

Τα ατομικά βάρη των C, H, O είναι αντίστοιχα 12, 1 και 16.

Μόνιμες συνθήκες

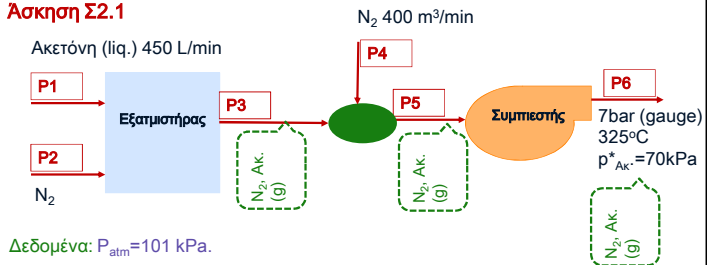
Να υπολογιστούν:

(α) Η σύσταση κατά mol του ρεύματος εξόδου από τον συμπιεστή (Ρεύμα 6)

(β) Η συνολική ογκομετρική παροχή του ρεύματος εξόδου από τον συμπιεστή (Ρεύμα 6)

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση Σ2.1



Δεδομένα: $P_{\text{atm}} = 101 \text{ kPa}$.

Ζητούμενο: Η σύσταση κατά mol στο Ρεύμα 6

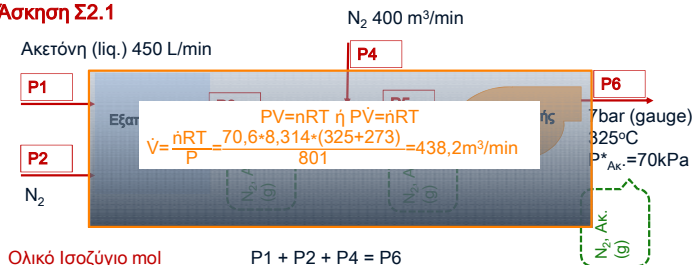
Μανομετρική πίεση $\rightarrow$ Απόλυτη $P = P_{\text{atm}} + P_{\text{gauge}} = 101\text{kPa} + 7\text{bar} = 801\text{kPa}$

Παραδοχή: Ιδανικά αέρια στο Ρεύμα 6 $y_{\text{Ak}} = \frac{P_{\text{Ak}}}{P} \quad y_{\text{Ak}} = 0,087$

Άρα: % κ. mol: 8,7% Ακετόνη & 91,3% Αζώτο

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση Σ2.1



Ολικό Ισοζύγιο mol

$$P1 + P2 + P4 = P6$$

Ολικό Ισοζύγιο mol Ακετόνης

$$P1 \cdot x_{A,1} + P2 \cdot x_{A,2} + P4 \cdot x_{A,4} = P6 \cdot x_{A,6} \quad P1 = P6 \cdot x_{A,6}$$

Είσοδος P1: $\dot{m}_{A,1} = \rho V_1$

$$P1 = \dot{m}_{A,1} = \dot{m}_{A,1} / MB_{Ak}$$

Η πυκνότητα της ακετόνης 0,791 g/ml (Ρεύμα 1) $\Rightarrow \dot{m}_{A,1} = 356 \text{ kg/min}$

Μοριακό Βάρος ακετόνης: $MB_{Ak} = 3 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 1 \cdot 16 = 58 \text{ kg/mol}$ $P1 = 6,1 \text{ kmol/min}$

$$x_{A,6} = 0,087 \quad P6 = 70,6 \text{ kmol/min}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση Σ2.2

Εξετάζετε μια κυλινδρική δεξαμενή ύψους 4 m και διατομής 10 m². Σε χρόνο $t \leq 0$, η στάθμη του νερού στη δεξαμενή είναι 1 m. Στη συνέχεια εισέρχεται νερό με μεταβαλλόμενη ογκομετρική παροχή $\dot{V}_1 = a + b e^{ct}$ [L/min], όπου $a = 10 \text{ L/min}$ και $b = 100 \text{ L/min}$ και $c = 1/1000 \text{ min}^{-1}$. Στην έξοδο της δεξαμενής υπάρχει αντλία η οποία διατηρεί σταθερή την ογκομετρική παροχή εξόδου του νερού και ίση με 2,0 L/min.

Να υπολογίσετε τη στάθμη του νερού στη δεξαμενή μετά από $t = 5 \text{ min}$

Η πυκνότητα του νερού να θεωρηθεί σταθερή και ίση 1000 kg/m³.

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.2

Ολικό ισοζύγιο: $V_{in} - V_{out} = \frac{dV}{dt}$ $V = S h \Rightarrow dV = d(S h) \Rightarrow$

$$(10+100e^{h/1000}) \frac{L}{min} - 2 \frac{L}{min} = 10m^2 \frac{dh}{dt} \quad \Delta E \text{ χωρισμένων μεταβλητών}$$

Προσοχή στις μονάδες: $L \rightarrow m^3$

$$(10+100e^{h/1000}) \frac{L}{min} \left| \frac{m^3}{1000L} \right| - 2 \frac{L}{min} \left| \frac{m^3}{1000L} \right| = 10m^2 \frac{dh}{dt}$$

$$(10+100e^{h/1000}) \frac{m^3}{min} - 2 \frac{m^3}{min} = 10000 m^2 \frac{dh}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_0^5 [(10+100e^{h/1000}) - 2] dt = 10000 \int_1^h dh$$

$$(100e^{h/1000}) + (10-2)t \Big|_0^5 = 10000h \Big|_1^h \quad \bullet \quad h = 1.054 m$$

$$100(e^{5/1000} - e^0) + 8(5-0) = 10000(h-1)$$

- $H = 4 m$, $S = 10 m^2$
- $t \leq 0$, $h_0 = 1 m$
- $V_{in} = 10+100e^{h/1000} L/min$
- $V_{out} = 2 L/min$
- $\rho = 1000 kg/m^3$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.3

Αέριο υδρογόνο H_2 είναι αποθηκευμένο σε έναν κύβο από χάλυβα ακμής μήκους 2 m, και πάχους 1,5 cm. Η πίεση του H_2 στο εσωτερικό του κύβου είναι αρχικά ίση με 2 bar. Η θερμοκρασία εντός και εκτός του κύβου θεωρείται σταθερή και ίση με 300K. Η συγκέντρωση του υδρογόνου εξωτερικά του κύβου θεωρείται αμελητέα. Ο συντελεστής διάχυσης του H_2 σε χάλυβα θεωρείται σταθερός και ίσος με $0,3 \times 10^{-12} m^2/s$.

(α) Αν η μία πλευρά του κύβου είναι αδιαπέρατη από υδρογόνο, ποιος είναι ο αρχικός ρυθμός απώλειας μάζας του υδρογόνου με διάχυση μέσω των υπόλοιπων τοιχωμάτων του κύβου;

(β) Ποιος είναι ο αρχικός ρυθμός πτώσης πίεσης μέσα στον κύβο;

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.3

$$W_{H_2} = S N_{H_2} = -SD_{H_2-S} \frac{dc_{H_2}}{dz} = -SD_{H_2-S} \frac{\Delta c_{H_2}}{\Delta z}$$

$$S = 5a^2$$

$$W_{H_2} = -5a^2 D_{H_2-S} \frac{c_{H_2,out} - c_{H_2,in}}{\delta}$$

$$c_{H_2,in} = \frac{P}{RT} = \frac{200kPa}{8,314 \frac{kJ}{kmolK} \cdot 300K} = 0,08 kmol/m^3$$

$$W_{H_2} = -5 \cdot 2^2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-12} \frac{0 - 0,08}{0,015} = 3,2 \cdot 10^{-11} kmol/s \quad \bullet \quad W_{H_2} = 6,4 \cdot 10^{-11} kg/s$$

$$W_{H_2} = \frac{n_{in,t} - n_{in,0}}{\Delta t} = \frac{n_{in,t} - n_{in,0}}{t-0}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{n_{in,t} RT - n_{in,0} RT}{V \Delta t} = \left(\frac{n_{in,t} - n_{in,0}}{t-0} \right) \frac{RT}{V} = W_{H_2} \frac{RT}{V}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = 3,2 \cdot 10^{-11} kmol/s \cdot \frac{8,314 \frac{kJ}{kmolK} \cdot 300K}{2^3 m^3}$$

$$\bullet \quad \frac{\Delta P}{\Delta t} = 1,0 \cdot 10^{-10} kPa/s$$



$$\bullet \quad a_{out} = a = 2 m$$

- $a = 2 m$, $\delta = 1,5 cm$
- $c_{H_2,out} = 0$
- $P = 2 bar$
- $T = 300 K$
- $D_{H_2-S} = 0,3 \cdot 10^{-12} m^2/s$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.4

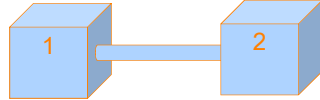
Ένα δοχείο που περιέχει 10% mol CO_2 και αέρα συνδέεται με ένα άλλο δοχείο που περιέχει μόνο αέρα. Ο συνδετικός σωλήνας έχει εσωτερική διάμετρο 4,5 cm και μήκος 30 cm. Τα δυο δοχεία είναι σε πίεση 1 atm και θερμοκρασία 298K. Ο όγκος κάθε δοχείου είναι πολύ μεγάλος σε σχέση με τον όγκο του σωλήνα σύνδεσης, έτσι ώστε οι μεταβολές της συγκέντρωσης σε κάθε δοχείο να είναι αμελητέες για μεγάλο χρονικό διάστημα από την αρχή του πειράματος. Ο συντελεστής διάχυσης του CO_2 στον αέρα στις συνθήκες του πειράματος είναι $1,64 \cdot 10^{-5} m^2/s$. Να υπολογιστεί ο αρχικός ρυθμός μεταφοράς μάζας του διοξειδίου του άνθρακα. Ο αέρας μεταφέρεται;

Δίνεται η παγκόσμια σταθερά αερίων $R = 8,314 kJ/(kmol \cdot K)$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.4



$$W_{\text{CO}_2} = S N_{\text{CO}_2} = -S D_{\text{CO}_2-\text{air}} \frac{dC_{\text{CO}_2}}{dz} = -S D_{\text{CO}_2-\text{air}} \frac{\Delta C_{\text{CO}_2}}{\Delta z}$$

$$S = \pi D^2/4$$

$$W_{\text{CO}_2} = -(\pi D^2/4) D_{\text{CO}_2-\text{air}} \frac{C_{\text{CO}_2,2} - C_{\text{CO}_2,1}}{L}$$

$$C_{\text{CO}_2, \text{in}} = \frac{y_{\text{CO}_2} P}{RT} = \frac{0,1 \cdot 101,325 \text{ kPa}}{8,314 \frac{\text{kJ}}{\text{kmolK}} \cdot 298 \text{ K}} = 4,09 \cdot 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$$

$$W_{\text{CO}_2} = -\pi \cdot \frac{0,045^2}{4} \cdot 1,64 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{0 - 4,09 \cdot 10^{-3}}{0,30} = 3,56 \cdot 10^{-10} \text{ kmol/s}$$

$$\bullet W_{\text{CO}_2} = 3,56 \cdot 10^{-10} \text{ kmol/s} = 1,56 \cdot 10^{-8} \text{ kg/s}$$

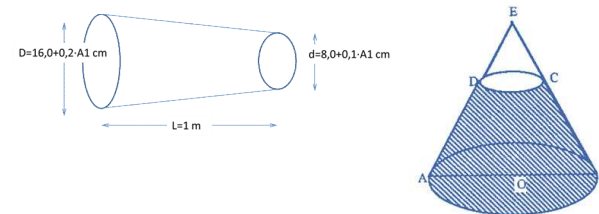
- (1) 10% CO_2
- (2) 0% CO_2
- $D = 4,5 \text{ cm}$
- $L = 30 \text{ cm}$
- $P = 1 \text{ atm}$
- $T = 298 \text{ K}$
- $D_{\text{CO}_2-\text{Air}} = 1,64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.5

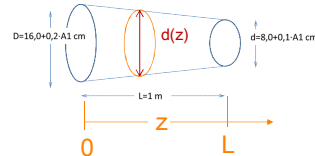
Αγωγός σχήματος κόλουρου κώνου (βλ. σχήμα) συνδέει δύο δεξαμενές. Η μία (στα αριστερά) περιέχει 35% κατ' όγκο N_2 και το υπόλοιπο O_2 και η άλλη αντίστοιχα 70% N_2 και το υπόλοιπο O_2 . Η πίεση του συστήματος είναι 115 kPa και η θερμοκρασία 40° C . Ο συντελεστής διάχυσης του διαδικού μίγματος είναι $1,88 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταφοράς μάζας (σε kg/h) του N_2 . Δίνεται η παγκόσμια σταθερά αερίων $R = 8,314 \text{ kJ}/(\text{kmolK})$ και τα ατομικά βάρη N , O είναι 14 και 16 αντίστοιχα.



ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.5



$$W_{\text{N}_2} = S(z) N_{\text{N}_2} = -S(z) D_{\text{N}_2-\text{O}_2} \frac{dC_{\text{N}_2}}{dz}$$

$$S(z) = \pi d(z)^2/4 \quad d(z) = a + b \cdot z$$

$$z_L = 0 \quad d(0) = D \quad d(0) = a + b \cdot 0 \Rightarrow a = D$$

$$z_R = L \quad d(L) = d \quad d(L) = a + b \cdot L = D + b \cdot L = d \Rightarrow b = \frac{d-D}{L}$$

$$d(z) = D - \frac{D-d}{L} z$$

$$W_{\text{N}_2} = -\frac{\pi}{4} \left(D - \frac{D-d}{L} z \right)^2 \frac{D_{\text{N}_2-\text{O}_2}}{RT} \frac{dp_{\text{N}_2}}{dz}$$

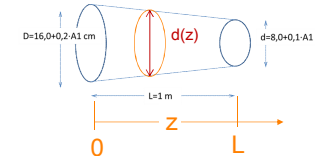
$$W_{\text{N}_2} = -\frac{\pi}{4} \left(D - \frac{D-d}{L} z \right)^2 D_{\text{N}_2-\text{O}_2} \frac{P}{RT} \frac{dy_{\text{N}_2}}{dz}$$

- (L) 35% N_2
- (R) 70% N_2
- $D = 16 \text{ cm}$
- $d = 8 \text{ cm}$
- $P = 115 \text{ kPa}$
- $T = 313 \text{ K}$
- $D_{\text{N}_2-\text{O}_2} = 1,88 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση Σ2.5



$$W_{\text{N}_2} = -\frac{\pi}{4} \left(D - \frac{D-d}{L} z \right)^2 D_{\text{N}_2-\text{O}_2} \frac{P}{RT} \frac{dy_{\text{N}_2}}{dz}$$

$$W_{\text{N}_2} \left(\frac{dz}{\left(D - \frac{D-d}{L} z \right)^2} \right) = -\frac{\pi}{4} D_{\text{N}_2-\text{O}_2} \frac{P}{RT} dy_{\text{N}_2}$$

$$W_{\text{N}_2} \int_0^L \frac{dz}{\left(D - \frac{D-d}{L} z \right)^2} = -\frac{\pi}{4} D_{\text{N}_2-\text{O}_2} \frac{P}{RT} \int_{0,35}^{0,7} dy_{\text{N}_2}$$

$$\int \frac{dx}{(k+mx)^2} = -\frac{1}{m} \left(\frac{1}{k+mx} \right)$$

- (L) 35% N_2
- (R) 70% N_2
- $D = 16 \text{ cm}$
- $d = 8 \text{ cm}$
- $P = 115 \text{ kPa}$
- $T = 313 \text{ K}$
- $D_{\text{N}_2-\text{O}_2} = 1,88 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\bullet W_{\text{N}_2} = -2,92 \cdot 10^{-9} \text{ kmol/s} = -81,76 \cdot 10^{-9} \text{ kg/s} = -2,94 \cdot 10^{-5} \text{ kg/h}$$



ΜΠ 322: ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ

Ασκήσεις # 3

Αφροδίτη Παπαδοπούλου
Δρ. Χημικός Μηχανικός
afpapadopoulou@isc.tuc.gr

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Ασκηση 3.1

Καθαρό ο-ξυλένιο (1,2-Xylene, C_8H_{10}) σε υγρή κατάσταση εξατμίζεται μέσα σε σωλήνα που περιέχει άζωτο. Στο άνω χείλος του σωλήνα υπάρχει ρεύμα αζώτου που παρασύρει το ο-ξυλένιο που έχει εξατμιστεί. Το άζωτο δεν διαλύεται στο ο-ξυλένιο. Να βρεθεί ο συνολικός ρυθμός εξάτμισης του ο-ξυλενίου (Α) στο άζωτο (Β) σε mol/s.

Δίνονται:

$$T=70^\circ\text{C}, P=110,00 \text{ kPa}, D_{AB}=0,089 \text{ cm}^2/\text{s}, \rho_A=0,88 \text{ g/cm}^3.$$

Η τάση ατμών του ο-ξυλενίου δίνεται από την εξίσωση Antoine:

$$\log_{10}(P) = 4,12928 - \frac{1478,244}{T - 59,076}$$

όπου P σε bar και T σε K.

Επίσης δίνονται $\delta=z_2-z_1=10 \text{ cm}$ (απόσταση διεπιφάνειας A-B από το άνω χείλος του σωλήνα), $S_{A-B}=2 \text{ cm}^2$ (διεπιφάνεια), $R=8,314 \text{ J/K mol}$. Αν στη λύση της άσκησης, δεν λαμβάναμε υπόψη τη συναγωγή ($c_A u^M$) αλλά μόνο τη διάχυση (J_A), ποιο θα ήταν το σφάλμα στην απάντηση;

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

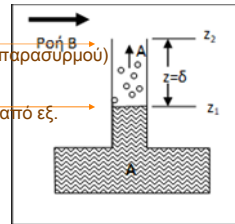


Ασκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^\circ\text{C}$,
- $P=110,00 \text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089 \text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88 \text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10 \text{ cm}$
- $S_{A-B}=2 \text{ cm}^2$

$p_{A,2}^* = 0$ (λόγω συμπαρασύρμού)
 $p_{A,1}^* =$ Τάση ατμών από εξ. Antoine



$$\log_{10}(P) = 4,12928 - \frac{1478,244}{T - 59,076}$$

$$\log_{10}(p_{A,1}^*) = 4,12928 - \frac{1478,244}{343 - 59,076} = -1,077$$

$$p_{A,1}^* = 10^{-1,077} \Rightarrow p_{A,1}^* = 0,084 \text{ bar} = 8,4 \text{ kPa}$$

$$p_{A,1}^* + p_{B,1} = P \Rightarrow p_{B,1} = 110 - 8,4 = 101,6 \text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^* = 0 \text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^* + p_{B,2} = P \Rightarrow p_{B,2} = 110 \text{ kPa}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Ασκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^\circ\text{C}$,
- $P=110,00 \text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089 \text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88 \text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10 \text{ cm}$
- $S_{A-B}=2 \text{ cm}^2$

$$p_{A,1}^* = 8,4 \text{ kPa} \quad p_{B,1} = 101,6 \text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^* = 0 \text{ kPa} \quad p_{B,2} = 110 \text{ kPa}$$

Με Συναγωγή

$$N_A = -D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} + y_A \sum N_i = -\frac{D_{AB}}{(1-y_A)} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz}$$

$$\epsilon_A = \frac{\sum N_i}{N_A} \Rightarrow \sum N_i = \epsilon_A N_A \quad \epsilon_A = \frac{N_A + N_B}{N_A} \quad \epsilon_A = 1$$

$$N_A = -\frac{D_{AB}}{(1-y_A)} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right]$$

$$W_A = S_z N_A = -S_z \frac{D_{AB}}{(1-y_A)} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right]$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^{\circ}\text{C}$,
- $P=110,00\text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089\text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88\text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10\text{ cm}$
- $S_{A-B}=2\text{ cm}^2$

$$p_{A,1}^*=8,4\text{ kPa} \quad p_{B,1}^*=101,6\text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^*=0\text{ kPa} \quad p_{B,2}^*=110\text{ kPa}$$

Με Συναγωγή

$$W_A = S_z N_A = - S_z \frac{D_{AB}}{(1-y_A)} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right]$$

$$W_A dz = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{(1-y_A)}$$

$$W_A \int_{z_1}^{z_2} dz = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} \int_{y_{A1}}^{y_{A2}} \frac{dy_A}{(1-y_A)}$$

$$W_A (z_2 - z_1) = + \frac{\pi d^2}{4} D_{AB} \frac{P}{RT} \ln \left(\frac{1-y_{A1}}{1-y_{A2}} \right)$$

$$W_A \delta = + \frac{\pi d^2}{4} D_{AB} \frac{P}{RT} \ln \left(\frac{y_{B2}}{y_{B1}} \right)$$

$$W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} \ln \left(\frac{y_{B2}}{y_{B1}} \right) \quad W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} \ln \left(\frac{p_{B2}^*}{p_{B1}^*} \right)$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^{\circ}\text{C}$,
- $P=110,00\text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089\text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88\text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10\text{ cm}$
- $S_{A-B}=2\text{ cm}^2$

$$p_{A,1}^*=8,4\text{ kPa} \quad p_{B,1}^*=101,6\text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^*=0\text{ kPa} \quad p_{B,2}^*=110\text{ kPa}$$

Χωρίς Συναγωγή

$$N_A = - \frac{D_{AB}}{RT} \frac{dp_A^*}{dz} = - D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_A = - D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right]$$

$$W_A = S_z N_A = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right]$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^{\circ}\text{C}$,
- $P=110,00\text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089\text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88\text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10\text{ cm}$
- $S_{A-B}=2\text{ cm}^2$

$$p_{A,1}^*=8,4\text{ kPa} \quad p_{B,1}^*=101,6\text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^*=0\text{ kPa} \quad p_{B,2}^*=110\text{ kPa}$$

Χωρίς Συναγωγή

$$W_A = S_z N_A = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} \frac{dy_A}{dz} \quad \left[\frac{\text{kmol}}{\text{s}} \right]$$

$$W_A dz = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} dy_A$$

$$W_A \int_{z_1}^{z_2} dz = - S_z D_{AB} \frac{P}{RT} \int_{y_{A1}}^{y_{A2}} dy_A$$

$$W_A (z_2 - z_1) = - \frac{\pi d^2}{4} D_{AB} \frac{P}{RT} (y_{A2} - y_{A1})$$

$$W_A (z_2 - z_1) = + \frac{\pi d^2}{4} D_{AB} \frac{P}{RT} (y_{A1} - y_{A2})$$

$$W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} (y_{A1} - y_{A2}) \quad W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} (p_{A1}^* - p_{A2}^*)$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.1

❖ Δεδομένα

- $T=70^{\circ}\text{C}$,
- $P=110,00\text{ kPa}$,
- $D_{AB}=0,089\text{ cm}^2/\text{s}$,
- $\rho_A=0,88\text{ g/cm}^3$
- $\delta=z_2-z_1=10\text{ cm}$
- $S_{A-B}=2\text{ cm}^2$

$$p_{A,1}^*=8,4\text{ kPa} \quad p_{B,1}^*=101,6\text{ kPa}$$

$$p_{A,2}^*=0\text{ kPa} \quad p_{B,2}^*=110\text{ kPa}$$

Με Συναγωγή

$$W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} \ln \left(\frac{p_{B2}^*}{p_{B1}^*} \right)$$

Χωρίς Συναγωγή

$$W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} (p_{A1}^* - p_{A2}^*)$$

$$W_A = + \frac{\pi d^2}{4\delta} D_{AB} \frac{P}{RT} (p_{B2}^* - p_{B1}^*)$$

$$\text{Σφάλμα \%} = \frac{-W_{A,\text{χωρίς}} - W_{A,\text{με}}}{W_{A,\text{με}}} 100\%$$

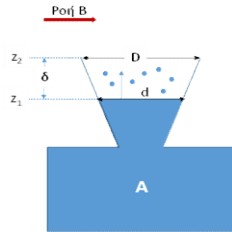
$$\text{Σφάλμα \%} = \left[\frac{(p_{B2}^* - p_{B1}^*)}{P \ln \left(\frac{p_{B2}^*}{p_{B1}^*} \right)} - 1 \right] 100\%$$

- $W_A = 5,45 \cdot 10^{-8} \text{ mol/s}$
- $W_A = 5,24 \cdot 10^{-8} \text{ mol/s}$
- $\text{Σφάλμα} = 3,87\%$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Για το δικό σας πρόβλημα έχετε



Η επιφάνεια S_z είναι μεταβλητή! Έχετε κόλouro κώνου!!!!

Να βρείτε τη σχέση μεταξύ S_z , D , d που δίνονται χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$d(z) = \left(D - \frac{D-d}{\delta} z_2 \right) + \left(\frac{D-d}{\delta} \right) z$$

Έχετε κόλouro κώνου!!!! Δείτε και την άσκηση Σ2.5

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.2

Αναβράζον κυλινδρικό δισκίο βιταμίνης D (με ενεργή ουσία A), με διάμετρο $d=5$ mm και μήκος $\lambda=10$ mm, τοποθετείται σε ποτήρι με νερό όγκου $V=200$ ml. Να γραφεί το ισοζύγιο μάζας, η οριακή συνθήκη και να εξαχθεί η σχέση που περιγράφει το συντελεστή μεταφοράς μάζας κατά την αρχική φάση της διαλυτοποίησης της βιταμίνης. Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταφοράς μάζας σε χρόνο $t=5$ s, όταν η συγκέντρωση της ενεργής ουσίας στο νερό έχει φτάσει τα 10 ng/ml. Χρησιμοποιήστε τη θεωρία του υμένα. Δίνεται η αρχική συγκέντρωση της ενεργής ουσίας στο δισκίο ίση με 30 ng/cm³.

Υπόδειξη: Υποθέτουμε ψευδομόνιμες συνθήκες και θεωρούμε ότι το σχήμα και μέγεθος του χαπιού (δισκίο βιταμίνης D) παραμένουν σταθερά κατά τη χρονική περίοδο που ενδιαφερόμαστε.

Να ξεκινήσετε με ισοζύγιο της ενεργής ουσίας (A):

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

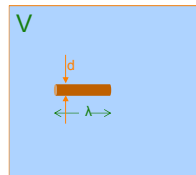


Άσκηση 3.2

❖ Δεδομένα

- $d=5$ mm,
- $\lambda=10$ mm
- $V=200$ ml,
- $c_{A,s} = 30$ ng/cm³
- $t=5$ s
- $c_A(0s) = 0$ ng/ml
- $c_A(5s) = 10$ ng/ml

❖ Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου το νερό, όγκου V



Ρυθμός απομάκρυνσης του A από το δισκίο

= Ρυθμός μεταφοράς του A από την επιφάνεια του δισκίου στο νερό

Ρυθμός απομάκρυνσης του A από το δισκίο

= Ρυθμός συσσώρευσης του A στο νερό

Ρυθμός συσσώρευσης του A στο νερό

= Ρυθμός μεταφοράς του A από την επιφάνεια του δισκίου στο νερό

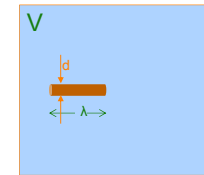
ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.2

Ρυθμός συσσώρευσης του A στο νερό

= Ρυθμός μεταφοράς του A από την επιφάνεια του δισκίου στο νερό



$$\frac{dc_A V}{dt} = S_{cy} k_c (c_{A,s} - c_A)$$

$$V \frac{dc_A}{dt} = S_{cy} k_c (c_{A,s} - c_A)$$

$$\frac{dc_A}{(c_{A,s} - c_A)} = \frac{1}{V} S_{cy} k_c dt$$

$$\int_0^{c_{A,t}} \frac{dc_A}{(c_{A,s} - c_A)} = \frac{1}{V} S_{cy} k_c \int_0^t dt$$

$$-\ln \left(\frac{c_{A,s} - c_{A,t}}{c_{A,s} - c_{A,0}} \right) = \frac{1}{V} S_{cy} k_c \Delta t$$

$$S_{cy} = 2\pi r \lambda + 2\pi r^2 = \pi d \lambda + \pi \frac{d^2}{2}$$

❖ Δεδομένα

- $d=5$ mm,
- $\lambda=10$ mm
- $V=200$ ml,
- $c_{A,s}=30$ ng/cm³
- $t=5$ s
- $c_{A,0s}=0$ ng/ml
- $c_{A,5s}=10$ ng/ml

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

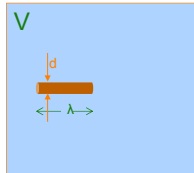
Άσκηση 3.2

$$-\ln \left(\frac{c_{A,s} - c_{A,i}}{c_{A,s} - c_{A,0}} \right) = \frac{1}{V} \left(\pi d \lambda + \pi \frac{d^2}{2} \right) k_c \Delta t$$

$$k_c = - \frac{V}{\Delta t \left(\pi d \lambda + \pi \frac{d^2}{2} \right)} \ln \left(\frac{c_{A,s} - c_{A,i}}{c_{A,s} - c_{A,0}} \right)$$

$$k_c = - \frac{200 \text{ ml} \cdot \frac{\text{m}^3}{10^6 \text{ ml}}}{5 \text{ s} \left(\pi 5 \cdot 10 + \pi \frac{10^2}{2} \right) \text{ mm}^2} \ln \left(\frac{30-10}{30-0} \right) \cdot \frac{\text{m}^2}{10^6 \text{ mm}^2}$$

$$\bullet k_c = 0,05 \text{ m/s}$$

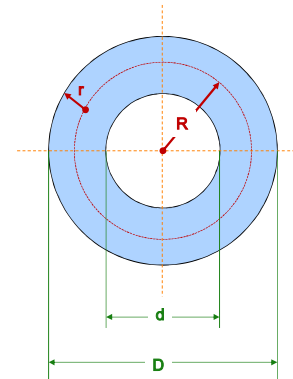


❖ Δεδομένα

- $d = 5 \text{ mm}$,
- $\lambda = 10 \text{ mm}$
- $V = 200 \text{ ml}$,
- $c_{A,s} = 30 \text{ ng/cm}^3$
- $t = 5 \text{ s}$
- $c_{A,0s} = 0 \text{ ng/ml}$
- $c_{A,5s} = 10 \text{ ng/ml}$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Για το δικό σας πρόβλημα έχετε



$$\text{Επιφάνεια } S = (2\pi R)(2\pi r) = 4\pi^2 Rr$$

$$\text{Όγκος } V = (2\pi R)(\pi r^2) = 2\pi^2 Rr^2$$

Να βρείτε τη σχέση μεταξύ
D, d που δίνονται και
των R και r

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση 3.3

Σε ένα καλά αναδευόμενο δοχείο με νερό στους 300 K και 110 kPa βρίσκεται μόνη της μία σφαιρική φυσαλίδα οξυγόνου. Αρχικά η διάμετρος της φυσαλίδας ήταν 0,10 cm. Η τιμή του συντελεστή μεταφοράς μάζας είναι $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$. Σε πόσο χρόνο η διάμετρος της φυσαλίδας θα γίνει ίση 0,06 cm; Δίνεται η συγκέντρωση κορεσμού οξυγόνου στο νερό $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$ και $R = 8,314 \text{ J/K mol}$.

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

Άσκηση 3.3

❖ Δεδομένα

- $d(0) = 0,10 \text{ cm}$,
- $T = 300 \text{ K}$
- $P = 110 \text{ kPa}$
- $k_c = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$
- $c_{A,s} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $d(t) = 0,06 \text{ cm}$

❖ Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου τη φυσαλίδα

Ρυθμός απομάκρυνσης του O_2 από τη φυσαλίδα

Ρυθμός μεταφοράς του O_2 από την επιφάνεια της φυσαλίδας στο νερό

Ο όγκος της φυσαλίδας $V(t)$ του O_2 μεταβάλλεται με το χρόνο, και είναι συνάρτηση της διαμέτρου της

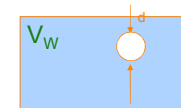
$$V(t) = \frac{4}{3}\pi r(t)^3$$

Θεωρούμε ότι το O_2 συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο και η συγκέντρωση c_A του O_2 μέσα στη φυσαλίδα παραμένει σταθερή, δηλ.

$$c_A = \frac{P}{RT}$$

Η συγκέντρωση $c_{A,s}$ του O_2 στην επιφάνεια της φυσαλίδας παραμένει σταθερή.

Η συγκέντρωση $c_{A,\infty}$ του O_2 στο νερό είναι μηδενική (μακριά από τη φυσαλίδα)



ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

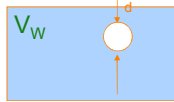


Άσκηση 3.3

❖ Δεδομένα

- $d(0)=0,10 \text{ cm}$,
- $T=300\text{K}$
- $P=110 \text{ kPa}$
- $k_c=1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$
- $c_{A,s}=1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $c_{A,\infty}=0 \text{ mol/L}$
- $d(t)=0,06 \text{ cm}$

❖ Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου τη φυσαλίδα



Ρυθμός απομάκρυνσης του O_2 από τη φυσαλίδα

Ρυθμός μεταφοράς του O_2 από την επιφάνεια της φυσαλίδας δισκίου στο νερό

$$-\frac{dc_A V}{dt} = S_{sph} k_c (c_{A,s} - c_{A,\infty})$$

$$V(t) = \frac{4}{3} \pi r(t)^3$$

$$c_A = \frac{P}{RT}$$

$$S_{sph}(t) = 4\pi r(t)^2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{RT} \frac{4}{3} \pi r(t)^3 \right) = -4\pi r(t)^2 k_c (c_{A,s} - c_{A,\infty})$$

$$\frac{P}{RT} \frac{4}{3} \pi \frac{d}{dt} (r(t)^3) = -4\pi r(t)^2 k_c (c_{A,s} - c_{A,\infty})$$

$$\frac{P}{RT} \frac{1}{3} \frac{d}{dt} (r(t)^3) = -r(t)^2 k_c (c_{A,s} - c_{A,\infty})$$

$$\frac{1}{3} d(r^3) = -r^2 k_c \frac{RT}{P} (c_{A,s} - c_{A,\infty}) dt$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

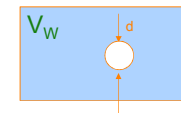


Άσκηση 3.3

❖ Δεδομένα

- $d(0)=0,10 \text{ cm}$,
- $T=300\text{K}$
- $P=110 \text{ kPa}$
- $k_c=1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$
- $c_{A,s}=1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $d(t)=0,06 \text{ cm}$

❖ Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου τη φυσαλίδα



$$\frac{1}{3} d(r^3) = -r^2 k_c \frac{RT}{P} (c_{A,s} - c_{A,\infty}) dt$$

$$\frac{3r^2}{3} \frac{dr}{r^2} = -k_c \frac{RT}{P} (c_{A,s} - c_{A,\infty}) dt$$

$$dr = k_c \frac{RT}{P} (c_{A,\infty} - c_{A,s}) dt$$

$$\int_{r_0}^r dr = k_c \frac{RT}{P} (c_{A,\infty} - c_{A,s}) \int_0^t dt$$

$$r(t) - r(0) = k_c \frac{RT}{P} (c_{A,\infty} - c_{A,s}) (t - 0) \Rightarrow t = \frac{r(t) - r(0)}{(c_{A,\infty} - c_{A,s})} \frac{P}{RT} \frac{1}{k_c} \Rightarrow t = \frac{d(t) - d(0)}{2(c_{A,\infty} - c_{A,s})} \frac{P}{RT} \frac{1}{k_c}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας

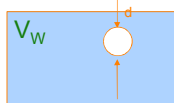


Άσκηση 3.3

❖ Δεδομένα

- $d(0)=0,10 \text{ cm}$,
- $T=300\text{K}$
- $P=110 \text{ kPa}$
- $k_c=1,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$
- $c_{A,s}=1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $d(t)=0,06 \text{ cm}$

❖ Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου τη φυσαλίδα



$$t = \frac{d(t) - d(0)}{2(c_{A,\infty} - c_{A,s})} \frac{P}{RT} \frac{1}{k_c}$$

$$t = \frac{0,06 - 0,1}{2(0 - 1,6 \cdot 10^{-3})} \frac{\text{cm}}{\frac{\text{mol}}{\text{L}}} \frac{110 \text{ kPa}}{\frac{\text{kmol}}{1000 \text{ mol}} \cdot 8,314 \frac{\text{kPa} \cdot \text{m}^3}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} \frac{1}{1,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

$$\bullet t = 306 \text{ s}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Για το δικό σας πρόβλημα έχετε

t_1 και $d(t_1)$ μπορείτε να βρείτε το k_c

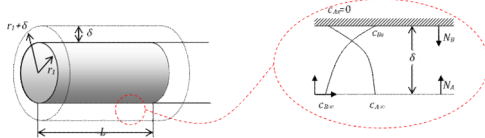
$d(t_2)$ και k_c μπορείτε να βρείτε το t_2

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.4

Στην επιφάνεια ενός κυλινδρικού καταλύτη με ακτίνα $r=r_1$ συμβαίνει η αντίδραση αερίων $3A \rightarrow B$, ακαριαία και μη αντιστρεπτά. Το αντιδρών A διαχέεται προς την επιφάνεια του καταλύτη μέσω μιας στιβάδας διάχυσης με πάχος δ και το προϊόν B διαχέεται μακριά από την επιφάνεια του καταλύτη. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει το ρυθμό μεταφοράς του A , $N_A(r)$ και η τιμή του στο μέσο του υμένα. Θεωρήστε ότι στο $r=r_1=5\text{mm}$ $c_A=c_{A,s}=0$, ενώ στο $r=r_1+\delta$, όπου $\delta=0.8\text{mm}$, $c_A=c_{A,\infty}=10^{-2}\text{ kmol/m}^3$. Δίνονται $L=10\text{ cm}$, $D_{AB}=2.1 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$, $P=100\text{ kPa}$, $T=500\text{K}$, $R=8,314\text{ J/K mol}$



ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.4

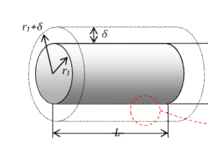
❖ Δεδομένα

- $r_1=5\text{ mm}$
- $c_{A,s}=c_{A,\infty}=0$
- $\delta=0,8\text{ mm}$
- $c_{A,\infty}=10^{-2}\text{ kmol/m}^3$
- $T=500\text{K}$
- $P=100\text{ kPa}$
- $D_{AB}=2.1 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} + \frac{c_A}{c} (N_A - \frac{N_B}{3})$$

$$N_A(1 - \frac{2c_A}{3c}) = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr}$$

$$2\pi r L N_A(1 - \frac{2c_A}{3c}) = -2\pi r L D_{AB} \frac{dc_A}{dr}$$



$3A \rightarrow B$

$$\frac{N_A}{3} = -\frac{N_B}{1}$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} + \frac{c_A}{c} \sum N_i$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} + \frac{c_A}{c} (N_A + N_B)$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} + \frac{2c_A}{3c} N_A$$

$$S(r)N_A(1 - \frac{2c_A}{3c}) = -S(r)D_{AB} \frac{dc_A}{dr}$$

$$S(r) = 2\pi r L$$

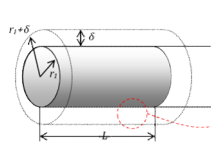
ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.4

❖ Δεδομένα

- $r_1=5\text{ mm}$
- $c_{A,s}=c_{A,\infty}=0$
- $\delta=0,8\text{ mm}$
- $c_{A,\infty}=10^{-2}\text{ kmol/m}^3$
- $T=500\text{K}$
- $P=100\text{ kPa}$



$3A \rightarrow B$

$$2\pi r L N_A(1 - \frac{2c_A}{3c}) = -2\pi r L D_{AB} \frac{dc_A}{dr}$$

$$S(r) = 2\pi r L$$

$$W_A = 2\pi r L N_A = \text{σταθερό!!!} \quad r N_A = \text{σταθερό!!!}$$

$$r N_A(1 - \frac{2c_A}{3c}) = -r D_{AB} \frac{dc_A}{dr} \quad r N_A \frac{dr}{r} = -D_{AB} \frac{dc_A}{(1 - \frac{2c_A}{3c})}$$

$$r N_A \int_{r_1}^{r_1+\delta} \frac{dr}{r} = -D_{AB} \int_{c_{A,s}}^{c_{A,\infty}} \frac{dc_A}{(1 - \frac{2c_A}{3c})}$$

$$r N_A \ln\left(\frac{r_1+\delta}{r_1}\right) = -\frac{3c}{2} D_{AB} \ln\left(\frac{1 - \frac{2c_{A,\infty}}{3c}}{1 - \frac{2c_{A,s}}{3c}}\right)$$

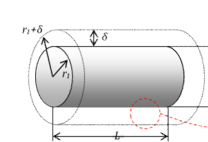
ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 3.4

❖ Δεδομένα

- $r_1=5\text{ mm}$
- $c_{A,s}=c_{A,\infty}=0$
- $\delta=0,8\text{ mm}$
- $c_{A,\infty}=10^{-2}\text{ kmol/m}^3$
- $T=500\text{K}$
- $P=100\text{ kPa}$
- $D_{AB}=2.1 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$



$3A \rightarrow B$

$$r N_A \ln\left(\frac{r_1+\delta}{r_1}\right) = -\frac{3c}{2} D_{AB} \ln\left(\frac{1 - \frac{2c_{A,\infty}}{3c}}{1 - \frac{2c_{A,s}}{3c}}\right)$$

$$c_{A,s}=c_{A,\infty}=0$$

$$r N_A \ln\left(\frac{r_1+\delta}{r_1}\right) = -\frac{3c}{2} D_{AB} \ln\left(1 - \frac{2c_{A,\infty}}{3c}\right)$$

$$N_A(r) = -\frac{3c}{2r} D_{AB} \frac{1}{\ln\left(\frac{r_1+\delta}{r_1}\right)} \ln\left(1 - \frac{2c_{A,\infty}}{3c}\right)$$

$$c = \frac{P}{RT}$$

$$r_1 \leq r \leq r_1+\delta$$



Άσκηση 3.4

❖ Δεδομένα

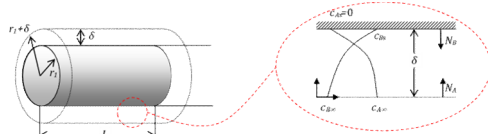
- $r_1 = 5 \text{ mm}$
- $c_{A,\infty} = c_{A,s} = 0$
- $\delta = 0,8 \text{ mm}$
- $c_{A,\infty} = 10^{-2} \text{ kmol/m}^3$
- $T = 500 \text{ K}$
- $P = 100 \text{ kPa}$
- $D_{AB} = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Στο μέσο του υμένα $r = r_1 + \delta/2$

$$N_A(r_1 + \delta/2) = - \frac{3c}{2(r_1 + \delta/2)} D_{AB} \frac{1}{\ln\left(\frac{r_1 + \delta}{r_1}\right)} \ln\left(1 - \frac{2}{3} \frac{c_{A,\infty}}{c}\right)$$

$$c = \frac{P}{RT} = \frac{100 \text{ kPa}}{8,314 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \cdot 500 \text{ K}} = 0,024 \text{ kmol/m}^3 \quad \bullet \quad N_A(r_1 + \delta/2) = 1,69 \cdot 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$$

$$r = r_1 + \delta/2 = 5 + 0,8/2 = 5,4 \text{ mm} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



3A → B



Για το δικό σας πρόβλημα θυμηθείτε



$$\frac{N_A}{a} = \frac{N_B}{b} = - \frac{N_C}{c} = - \frac{N_D}{d}$$