



ΜΠ 322: ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ

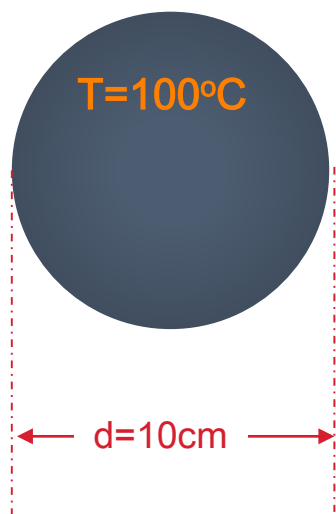
Ασκήσεις # 4

Αφροδίτη Παπαδοπούλου
Δρ. Χημικός Μηχανικός
afpapadopoulou@isc.tuc.gr



Άσκηση 4.1

Η εξωτερική επιφάνεια μιας συμπαγούς σφαίρας διαμέτρου 10 cm έχει θερμοκρασία 100°C. Η σφαίρα βρίσκεται σε περιβάλλον αέρα θερμοκρασίας 25°C. Αν ο συντελεστής εκπομπής του υλικού της σφαίρας στη θερμοκρασία 100°C είναι 0,8 και ο συντελεστής μεταφοράς με συναγωγή είναι 10 W/(m²·K) να υπολογίσετε το ρυθμό μεταφοράς θερμότητας σε W. Δίνεται ο συντελεστής Stefan-Boltzmann 5,67·10⁻⁸ W/(m²·K⁴)



$$T_{\text{air}}=25^{\circ}\text{C}=T_{\infty}$$

❖ Δεδομένα

- $T=100^{\circ}\text{C}$
- $d=10\text{cm}$
- $T_{\text{air}}=25^{\circ}\text{C}$
- $\varepsilon=0,8$
- $h_{\text{conv}}=10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



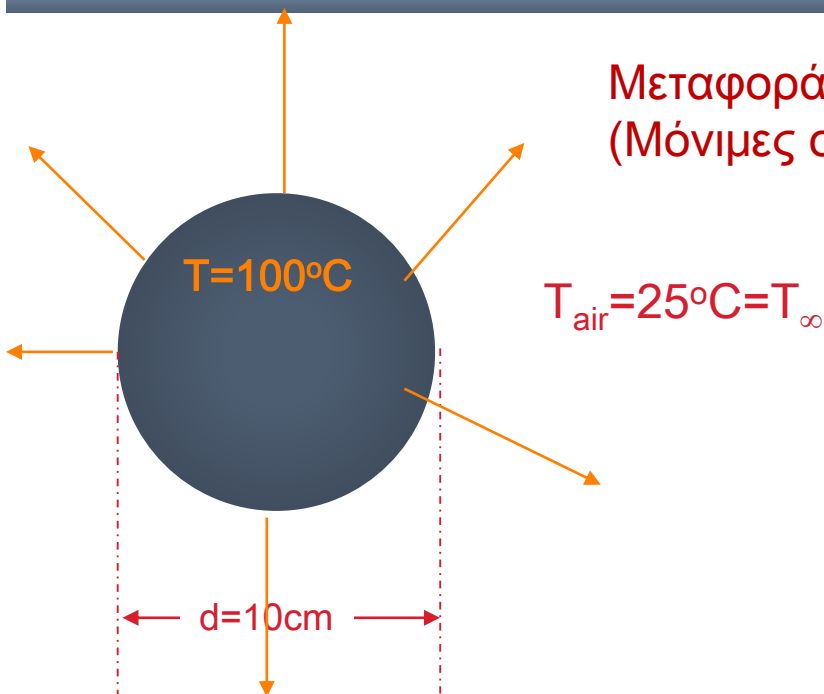
Μεταφορά με συναγωγή & ακτινοβολία
(Μόνιμες συνθήκες)

$$Q = Q_{\text{conv}} + Q_{\text{rad}} \quad [\text{J/s=W}]$$

$$Q_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A (T_s - T_{\infty}) \quad [\text{J/s=W}]$$

$$Q_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A (T_s^4 - T_{\infty}^4) \quad [\text{J/s=W}]$$

$$A_{\text{σφαίρας}} = 4 \pi r^2 = \pi (2r)^2 = \pi d^2$$



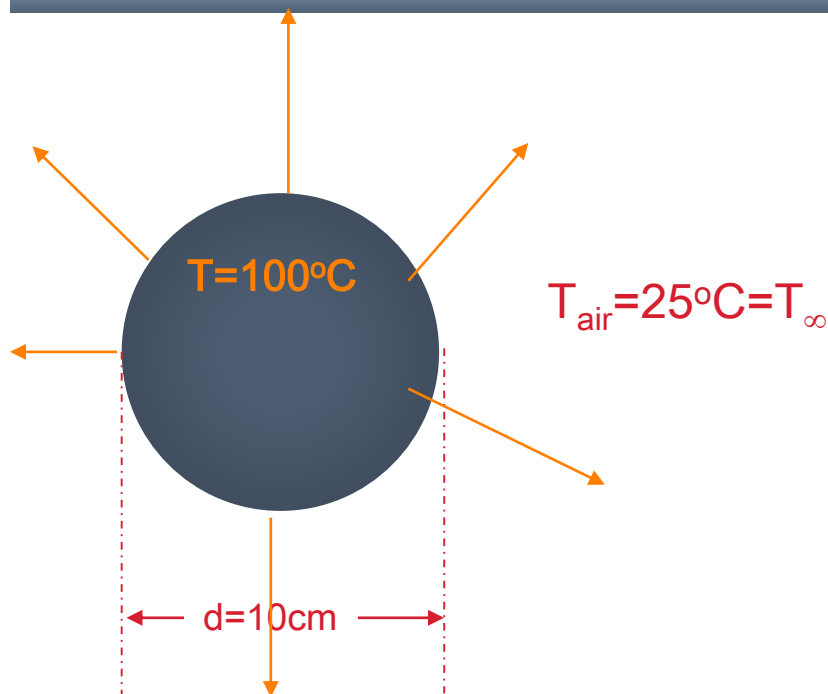
- $T=100^{\circ}\text{C}$
- $d=10\text{cm}$
- $T_{\text{air}}=25^{\circ}\text{C}$
- $\varepsilon=0,8$
- $h_{\text{conv}}=10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

$$Q = h_{\text{conv}} A (T_s - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma A (T_s^4 - T_{\infty}^4)$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4)]$$

$$Q = \pi d^2 [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4)]$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



$$Q = \pi d^2 [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4)]$$

- $T_s = 100^{\circ}\text{C} = 373\text{K}$
- $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C} = 298\text{K}$

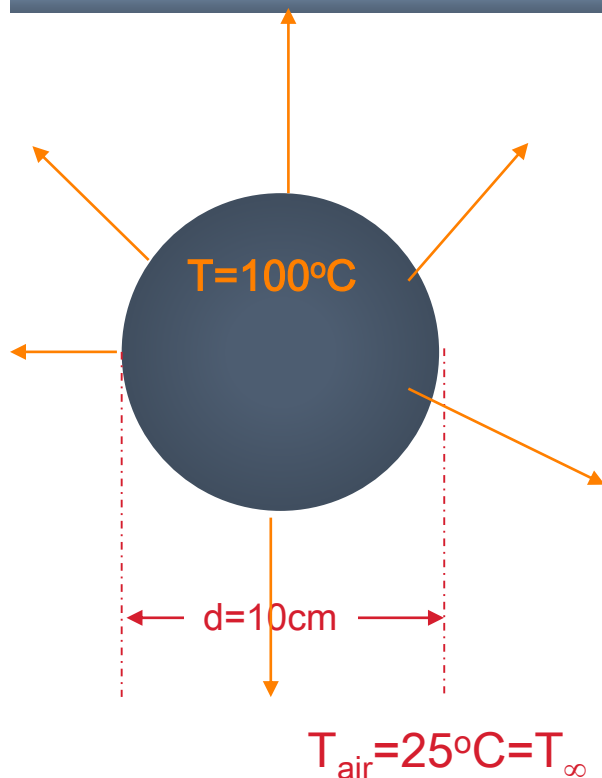
- $T=100^{\circ}\text{C}$
- $d=10\text{cm}$
- $T_{\text{air}}=25^{\circ}\text{C}$

$$Q = \pi 0,1^2 \text{ m}^2 \left[10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} (373 - 298) \text{K} + 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (373^4 - 298^4) \text{K}^4 \right]$$

- $\varepsilon=0,8$
- $h_{\text{conv}}=10 \text{ W/m}^2 \text{K}$
- $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

- **$Q = 39,9 \text{ W}$**

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4)]$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{\infty}^2) (T_s^2 - T_{\infty}^2)] \Rightarrow$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{\infty}^2) (T_s + T_{\infty})(T_s - T_{\infty})] \Rightarrow$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{\infty}^2) (T_s + T_{\infty})(T_s - T_{\infty})] \Rightarrow$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} (T_s - T_{\infty}) + h_{\text{rad}} (T_s - T_{\infty})] \Rightarrow$$

$$Q = A [h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}}] (T_s - T_{\infty})$$

- $\epsilon=0,8$
- $h_{\text{conv}}=10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
- $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$
- $T_s=100^{\circ}\text{C}=373\text{K}$
- $T_{\infty}=25^{\circ}\text{C}=298\text{K}$

Ο πλασματικός συντελεστής μεταφοράς με ακτινοβολία θα είναι:

$$h_{\text{rad}} = \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{\infty}^2) (T_s + T_{\infty}) = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (373^2 + 298^2) \text{ K}^2 (373 + 298) \text{ K}$$

$$\bullet A = \pi d^2 = \pi 0,1^2 \text{ m}^2$$

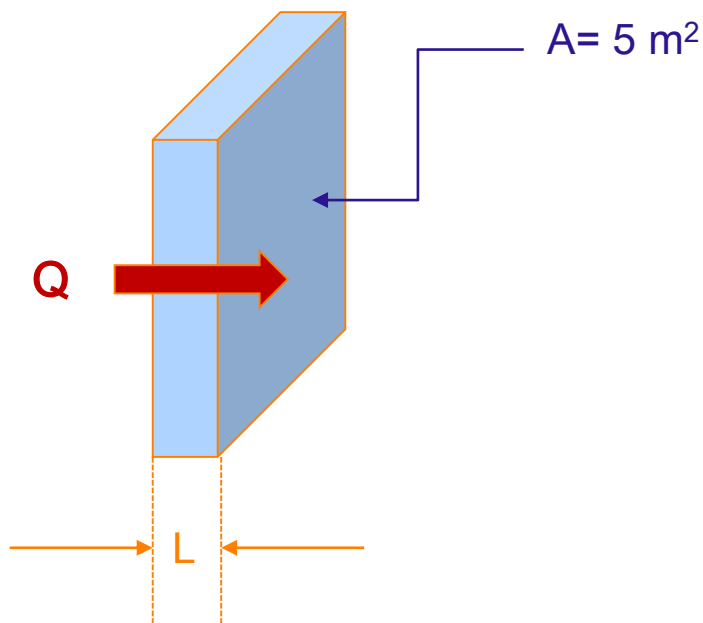
$$h_{\text{rad}} = 6,94 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$Q = \pi 0,1^2 \text{ m}^2 [10 + 6,94] \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} (373 - 298) \text{ K} = 39,9 \text{ W}$$



Άσκηση 4.2

Θεωρείται ένας επίπεδος τοίχος εμβαδού 5 m^2 και πάχους $L=50 \text{ cm}$ του οποίου η θερμική αγωγιμότητα είναι $k=30 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Η επιφάνεια στη θέση $x=0$ διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία $T_0=300^\circ\text{C}$ και η επιφάνεια στη θέση $x=L$ σε σταθερή θερμοκρασία $T_L=100^\circ\text{C}$. Στην περίπτωση μόνιμης και μονοδιάστατης μεταφοράς θερμότητας να βρεθούν i) ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας διαμέσου του τοίχου και ii) η θερμοκρασία στο μέσο του τοίχου, αν (α) $k=30 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ και (β) στο συγκεκριμένο διάστημα θερμοκρασιών μεταβάλλεται γραμμικά σύμφωνα με τη σχέση $k=k_0(1+\beta T)$, όπου $k_0=30 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ και $\beta=9\cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ είναι σταθερές.



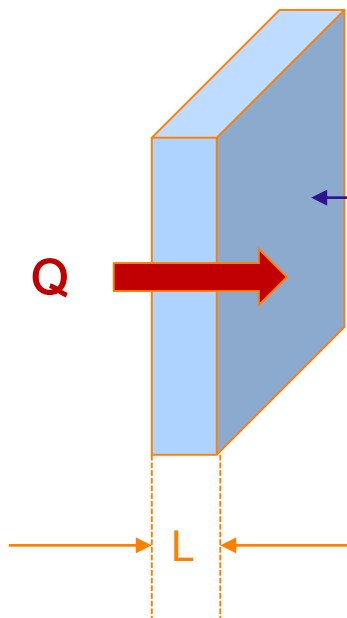
❖ Δεδομένα

- $A=5 \text{ m}^2$
- $L=50 \text{ cm}$
- $T_0=300^\circ\text{C}$
- $T_L=100^\circ\text{C}$
- $k=30 \text{ W/m K}$
- $k=30 (1+9\cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



$$A = 5 \text{ m}^2$$

Νόμος του Fourier

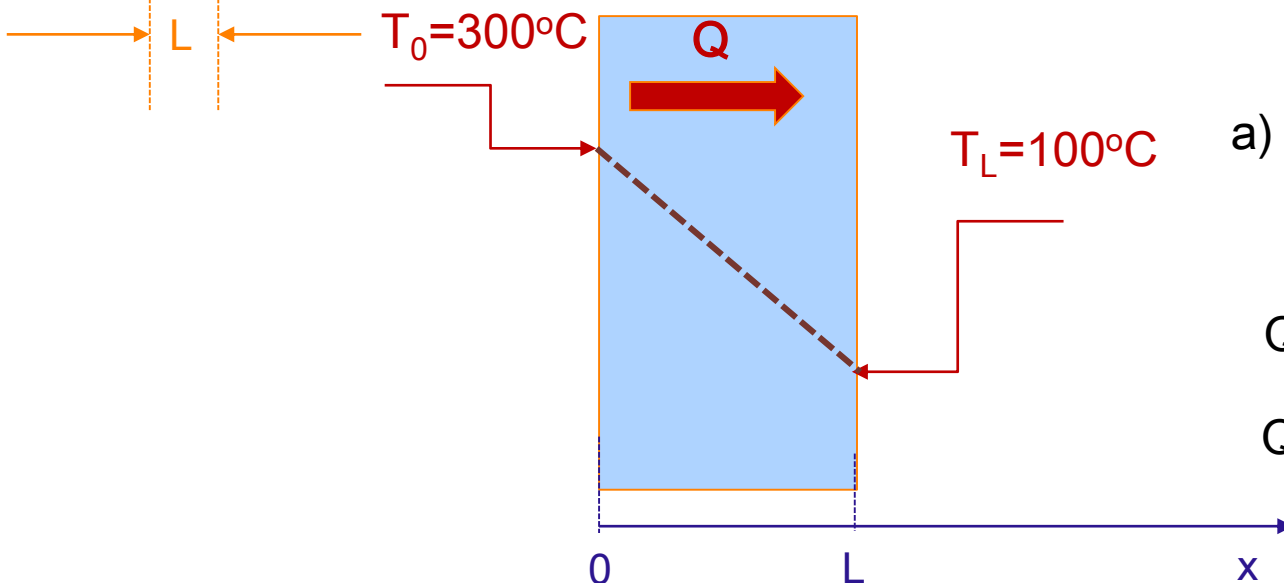
$$q = \frac{Q}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad [\text{W/m}^2]$$

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \quad [\text{W}]$$

❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50 \text{ cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας



a) $k = 30 \text{ W/m K}$ σταθερό
 $A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow Q \int dx = -kA \int dT$$

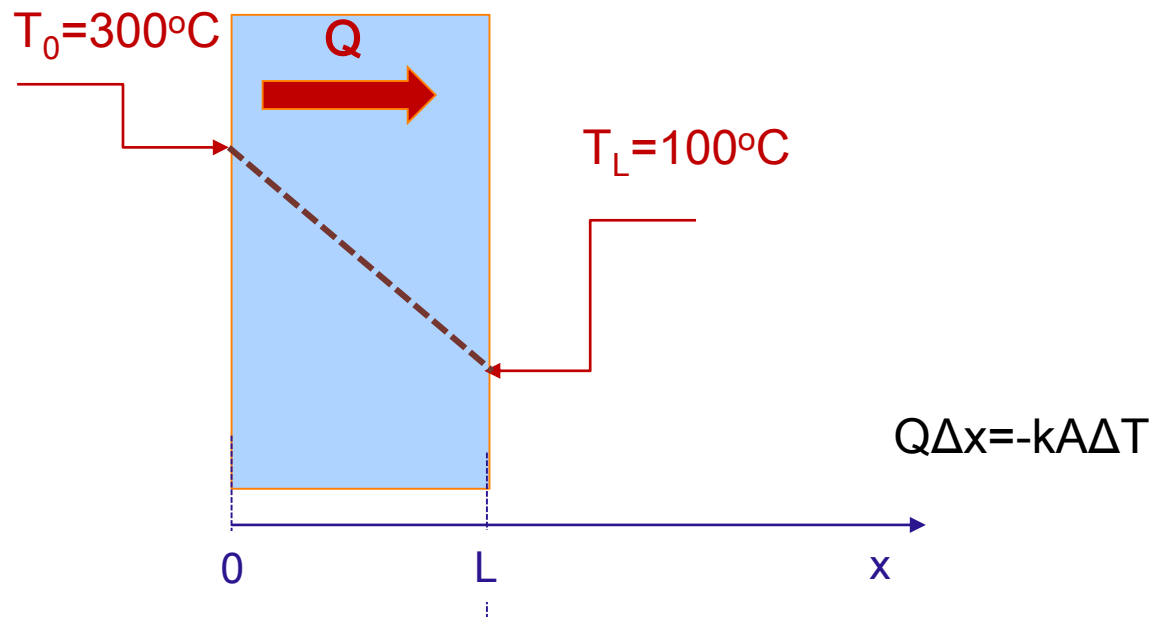
$$Q \Delta x = -kA \Delta T$$

$$Q = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50 \text{ cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

- a) $k = 30 \text{ W/m K}$ σταθερό
 $A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

$$Q = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA \frac{T_L - T_0}{L - 0} = -kA \frac{T_L - T_0}{L}$$

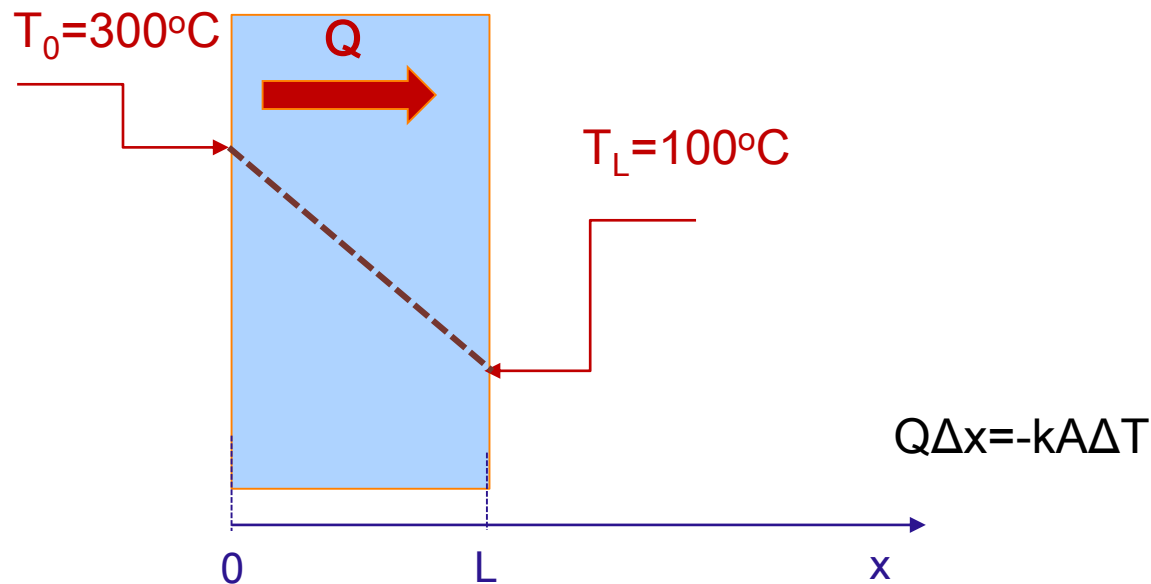
$$Q = -30 \frac{\text{W}}{\text{m K}} 5 \text{ m}^2 \frac{(100 - 300)^\circ\text{C}}{0,5 \text{ m}} = -30 \frac{\text{W}}{\text{m K}} 5 \text{ m}^2 \frac{-200^\circ\text{C}}{0,5 \text{ m}} \Rightarrow Q = 60000 \text{ W}$$

• $Q = 60 \text{ kW}$



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



$$Q = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA \frac{T_x - T_0}{x - 0}$$

$$Q = -kA \frac{T_{L/2} - T_0}{L/2 - 0}$$

$$T_{L/2} = T_0 - \frac{L}{2} \frac{Q}{kA} = 300^\circ\text{C} - \frac{0,5\text{m}}{2} kA \frac{60000\text{W}}{30 \frac{\text{W}}{\text{m K}} 5\text{m}^2}$$

❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50\text{cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

- a) $k = 30 \text{ W/m K}$ σταθερό
 $A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

$$Q = 60000\text{W}$$

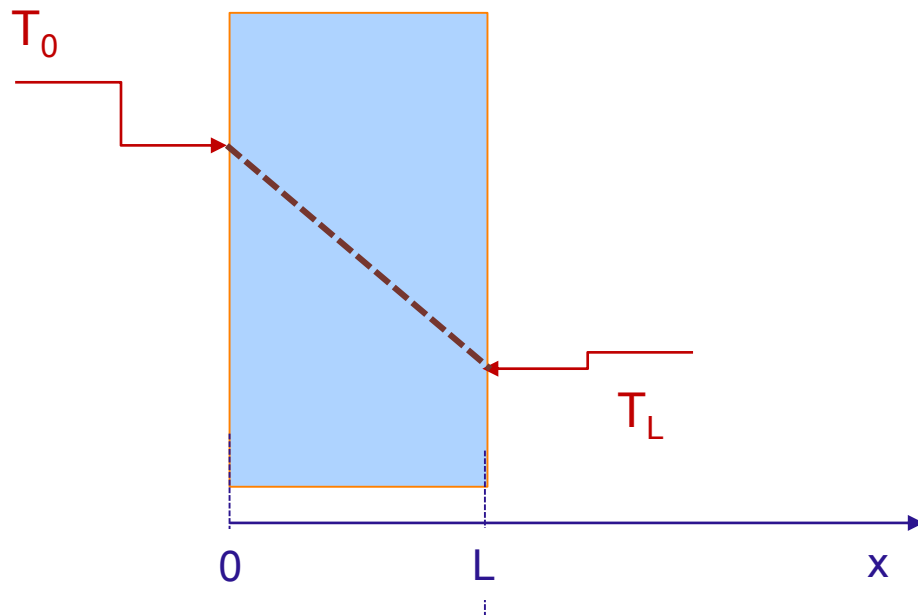
- $T_{L/2} = 200^\circ\text{C}$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα Λόγια.....

Συντελεστής θερμικής Αγωγιμότητας, k [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]



- L = σταθερό
- T_0 = σταθερό
- k_i = σταθερό
- A = σταθερό

Μονοδιάστατη μεταφορά θερμότητας

$$Q \Delta x = -k A \Delta T$$

Έστω $k_1 < k_2 < k_3$

1) Για ίδιο ΔT (δηλαδή T_L = σταθερό) : $|k| = |-Q(\Delta x / A \Delta T)|$

$$k = \alpha |Q| \quad \Rightarrow \quad Q_1 < Q_2 < Q_3$$



Αλουμίνιο



Ξύλο



Γυαλί

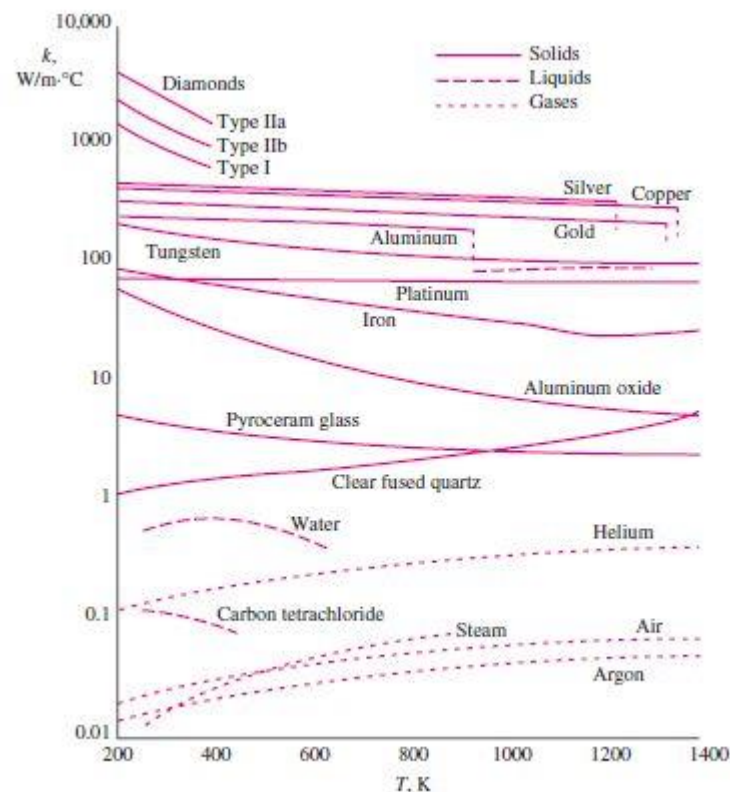
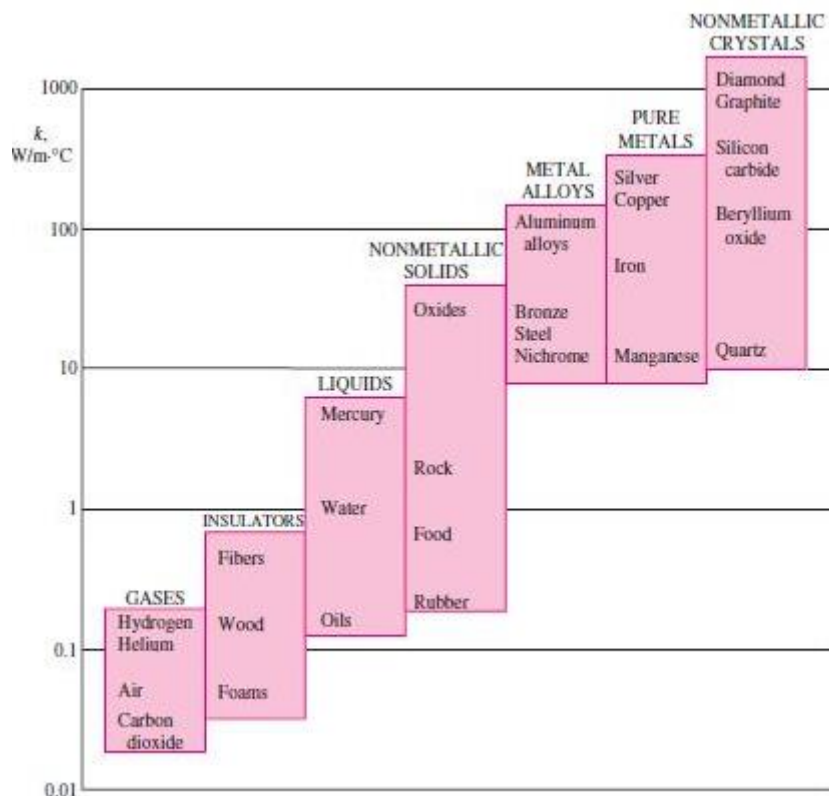
Αύξηση συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας
 $\Rightarrow$ αύξηση ρυθμού μεταφοράς θερμότητας

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα Λόγια.....

Συντελεστής θερμικής Αγωγιμότητας, k [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]



Αλουμίνιο



Γυαλί



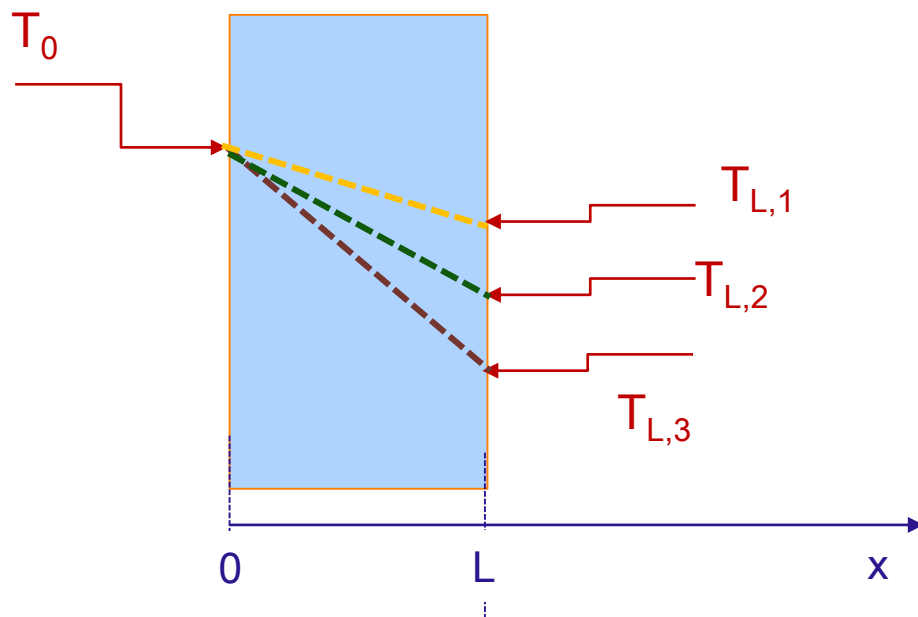
Ξύλο

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα Λόγια.....

Συντελεστής θερμικής Αγωγιμότητας, k [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]



- L = σταθερό
- T_0 = σταθερό
- k_i = σταθερό
- A = σταθερό

Μονοδιάστατη μεταφορά θερμότητας

$$Q \Delta x = -k A \Delta T$$

Έστω $k_1 < k_2 < k_3$

2) Για ίδιο Q (δηλαδή Q = σταθερό) : $|k| = |-Q(\Delta x / A \Delta T)|$

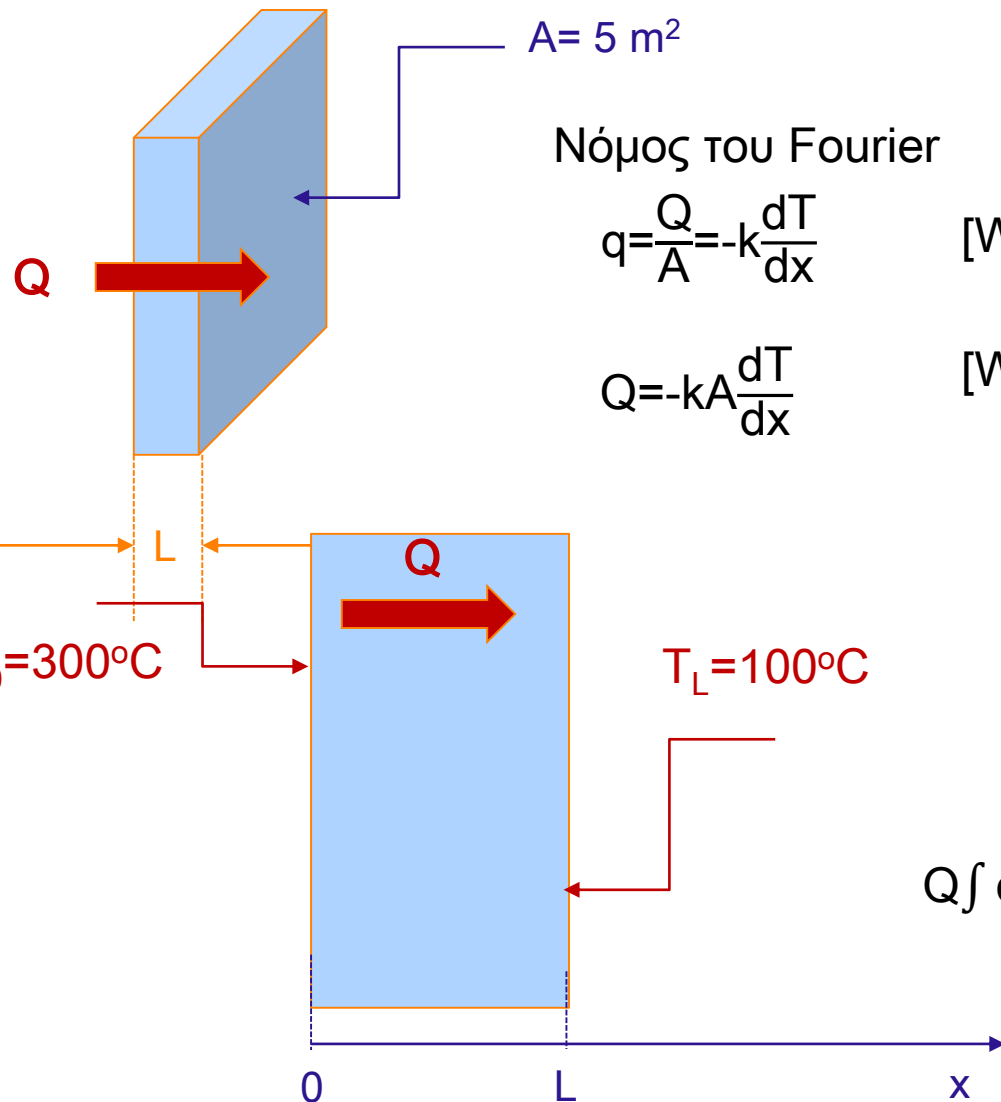
$$k = \alpha \left| \frac{1}{\Delta T} \right| \Rightarrow |\Delta T_1| > |\Delta T_2| > |\Delta T_3|$$
$$\Rightarrow T_{L,1} > T_{L,2} > T_{L,3}$$

Αύξηση συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $\Rightarrow$
μικρότερη μείωση της θερμοκρασίας (ΔT) στην άλλη άκρη του τοίχου



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50 \text{ cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

β) $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$
 $A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow Q \int dx = -A \int k dT$$

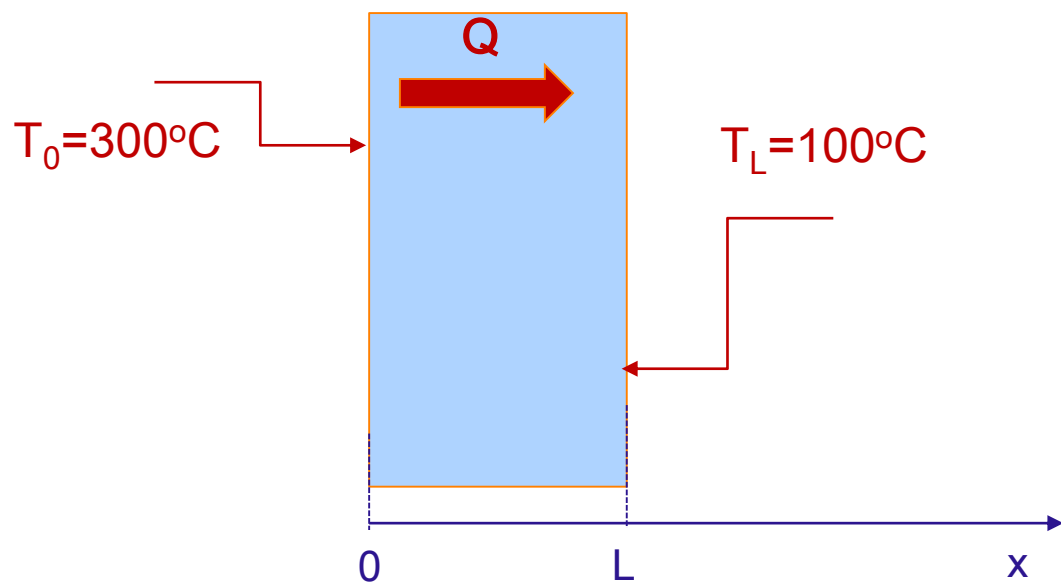
$$Q \int dx = -A \int k_0 (1 + \beta T) dT = -A k_0 \int (1 + \beta T) dT$$

$$Q \int_0^L dx = -A k_0 \int_{T_0}^{T_L} (1 + \beta T) dT$$



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50 \text{ cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

$$Q \int_0^L dx = -Ak_0 \int_{T_0}^{T_L} (1 + \beta T) dT \Rightarrow$$

$$Qx \Big|_0^L = -Ak_0 \left(T + \frac{\beta}{2} T^2 \right) \Big|_{T_0}^{T_L} \Rightarrow Q(L-0) = -Ak_0 [(T_L - T_0) + 0,5\beta (T_L^2 - T_0^2)]$$

$$\Rightarrow Q = - \frac{Ak_0}{L} [(T_L - T_0) + 0,5\beta (T_L^2 - T_0^2)]$$

$$\Rightarrow Q = - \frac{5 \text{ m}^2}{0,5 \text{ m}} 30 \frac{\text{W}}{\text{mK}} [(373 - 573) \text{ K} + 0,5 \cdot 9 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} (373^2 - 573^2) \text{ K}^2]$$

$$\beta) \quad k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$$

$A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

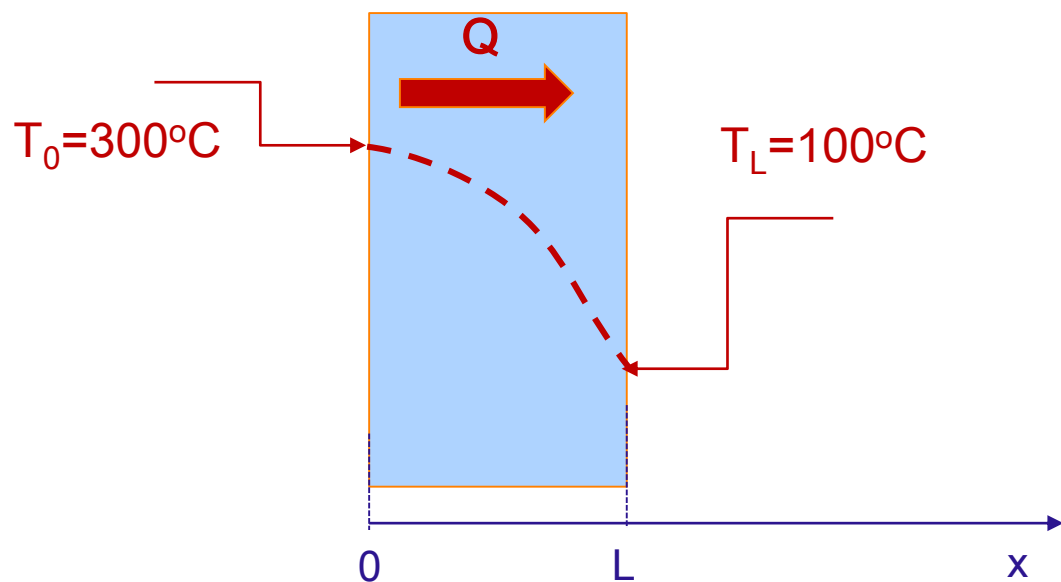
$$Q = 85542 \text{ W}$$

• $Q = 85,5 \text{ kW}$



Άσκηση 4.2

Μεταφορά με αγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)



❖ Δεδομένα

- $A = 5 \text{ m}^2$
- $L = 50 \text{ cm}$
- $T_0 = 300^\circ\text{C}$
- $T_L = 100^\circ\text{C}$
- $k = 30 \text{ W/m K}$
- $k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

$$Q \int_0^L dx = -Ak_0 \int_{T_0}^{T_x} (1 + \beta T) dT \Rightarrow$$

$$Qx \Big|_0^L = -Ak_0 \left(T + \frac{\beta}{2} T^2 \right) \Big|_{T_0}^{T_x} \Rightarrow Q(L-0) = -Ak_0 [(T_x - T_0) + 0,5\beta (T_x^2 - T_0^2)]$$

$$\Rightarrow Q = - \frac{Ak_0}{L} [(T_x - T_0) + 0,5\beta (T_x^2 - T_0^2)] \Rightarrow 0,5\beta T_x^2 + T_x - 0,5\beta T_0^2 - T_0 + \frac{Qx}{Ak_0} = 0$$

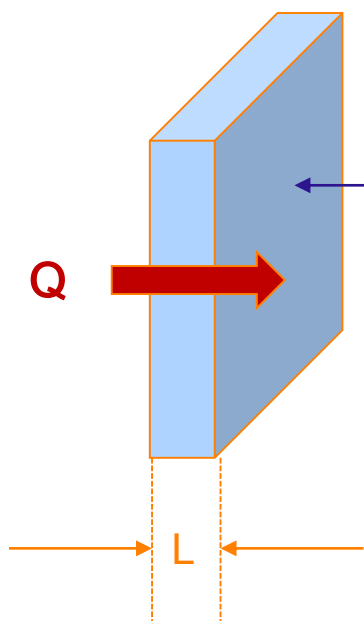
$$\Rightarrow 0,5\beta T_x^2 + T_x - (0,5\beta T_0^2 + T_0 - \frac{Qx}{Ak_0}) = 0 \quad \text{Για } x=L/2 \quad T_{L/2} = 476 \text{ K} \quad \bullet \quad T_{L/2} = 204^\circ\text{C}$$

$\beta) \quad k = 30 (1 + 9 \cdot 10^{-4} T) \text{ W/m K}$
 $A = 5 \text{ m}^2$ σταθερό

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα λόγια.....



Μεταφορά με αγωγή και συναγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)

Νόμος του Fourier **Αγωγή**

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [W]$$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας

Νόμος του Newton **Συναγωγή**

$$Q = hA(T_s - T_\infty) \quad [W]$$

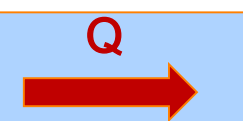
$$\begin{aligned} \Delta T &= T_3 - T_2 \\ \Delta x &= L \\ Q &= kA(T_2 - T_3)/L \end{aligned}$$

Συναγωγή
 h_{in}

$$\begin{aligned} T_s &= T_2 \\ T_\infty &= T_1 \\ Q &= -h_{in}A(T_2 - T_1) = h_{in}A(T_1 - T_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_s &= T_3 \\ T_\infty &= T_4 \\ Q &= h_{out}A(T_3 - T_4) \end{aligned}$$

Συναγωγή
 h_{out}



T_1

T_2

T_3

T_4

0

L

x

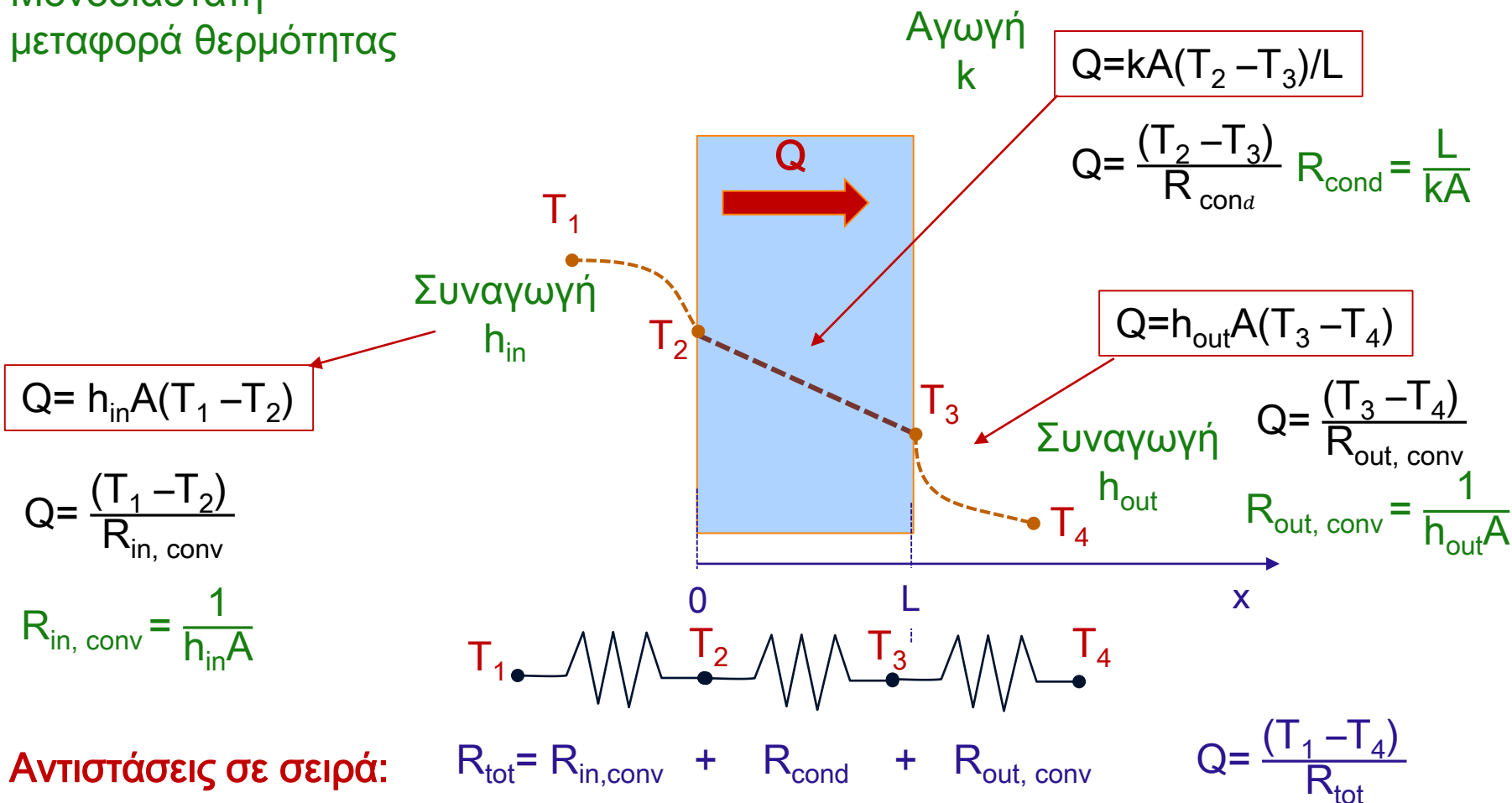
ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα λόγια.....

Μεταφορά με αγωγή και συναγωγή - (Μόνιμες συνθήκες)

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας



Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας, Q , είναι παντού ο ίδιος!

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Λίγα λόγια.....

Αγωγή
 k_1

$$Q_1 = k_1 A_1 (T_2 - T_3) / L$$

$$Q_1 = \frac{(T_2 - T_3)}{R_{\text{cond},1}}$$

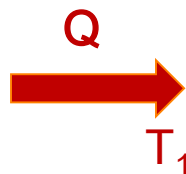
$$R_{\text{cond},1} = \frac{L}{k_1 A_1}$$

Αγωγή
 k_2

$$Q_2 = k_2 A_2 (T_2 - T_3) / L$$

$$Q_2 = \frac{(T_2 - T_3)}{R_{\text{cond},2}} R_{\text{cond},2} = \frac{L}{k_2 A_2}$$

Μονοδιάστατη
μεταφορά θερμότητας



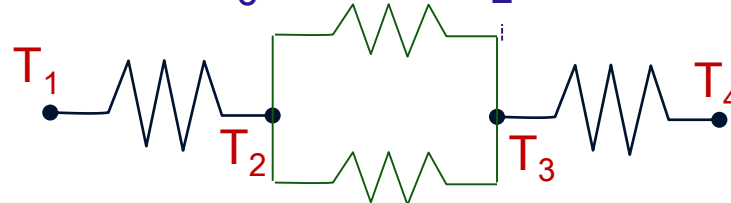
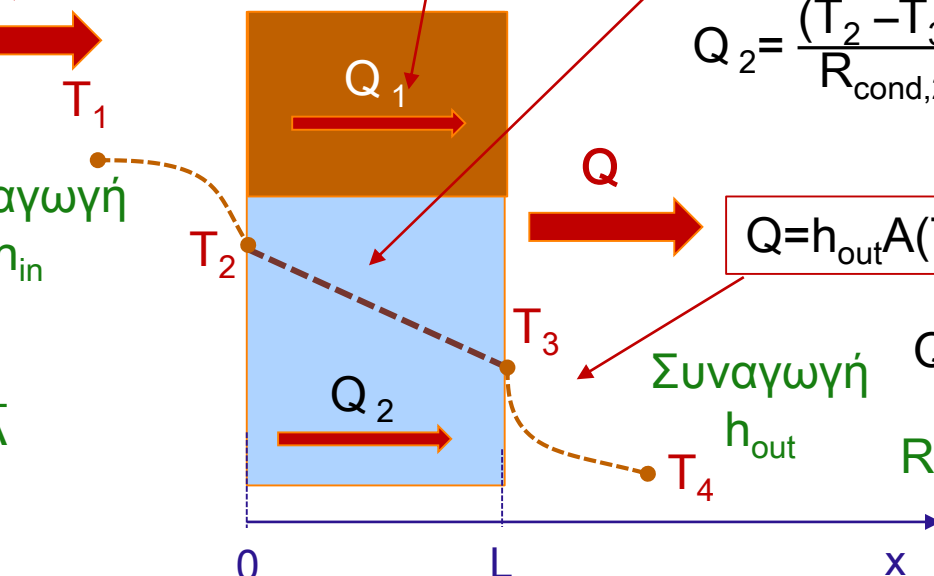
Συναγωγή
 h_{in}

$$Q = h_{\text{in}} A (T_1 - T_2)$$

$$Q = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{\text{in, conv}}} \quad R_{\text{in, conv}} = \frac{1}{h_{\text{in}} A}$$

Αντιστάσεις παράλληλα:

$$\frac{1}{R_{\text{par}}} = \frac{1}{R_{\text{cond},1}} + \frac{1}{R_{\text{cond},2}}$$



$$R_{\text{tot}} = R_{\text{in, conv}} + R_{\text{par}} + R_{\text{out, conv}}$$

$$Q = \frac{(T_3 - T_4)}{R_{\text{out, conv}}} \quad R_{\text{out, conv}} = \frac{1}{h_{\text{out}} A}$$

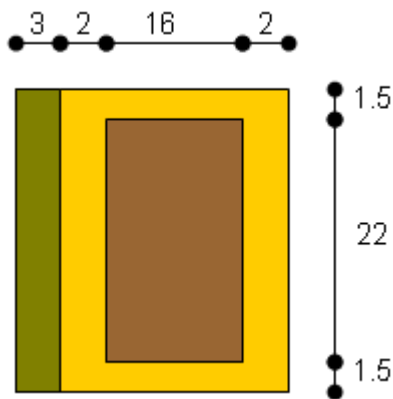
$$Q = \frac{(T_1 - T_4)}{R_{\text{tot}}}$$

Το άθροισμα των ρυθμών μεταφοράς θερμότητας, $Q = Q_1 + Q_2$, είναι σταθερό!



Άσκηση 4.3

Ένας τοίχος ύψους 3m και πλάτους 5m αποτελείται από μακριά, οριζόντια τούβλα με διατομή 16cm x 22 cm, ($k=0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) που διαχωρίζονται από στρώματα γύψου πάχους 3 cm ($k=0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$). Υπάρχουν επίσης στρώματα γύψου πάχους 2cm σε κάθε πλευρά του τούβλου καθώς και στερεός αφρός πάχους 3 cm ($k=0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) στην εσωτερική πλευρά του τοίχου, όπως φαίνεται στο Σχήμα που απεικονίζει το μοναδιαίο δομικό στοιχείο.. Η θερμοκρασία στην εξωτερική πλευρά είναι -5°C και στην εσωτερική 20°C ενώ οι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή στην εσωτερική και εξωτερική πλευρά είναι $10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$ και $20 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$, αντίστοιχα. Θεωρώντας μονοδιάστατη μεταφορά θερμότητας και αγνοώντας την ακτινοβολία, να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας δια μέσου του τοίχου.

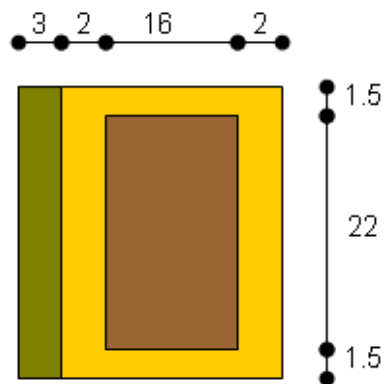


❖ Δεδομένα

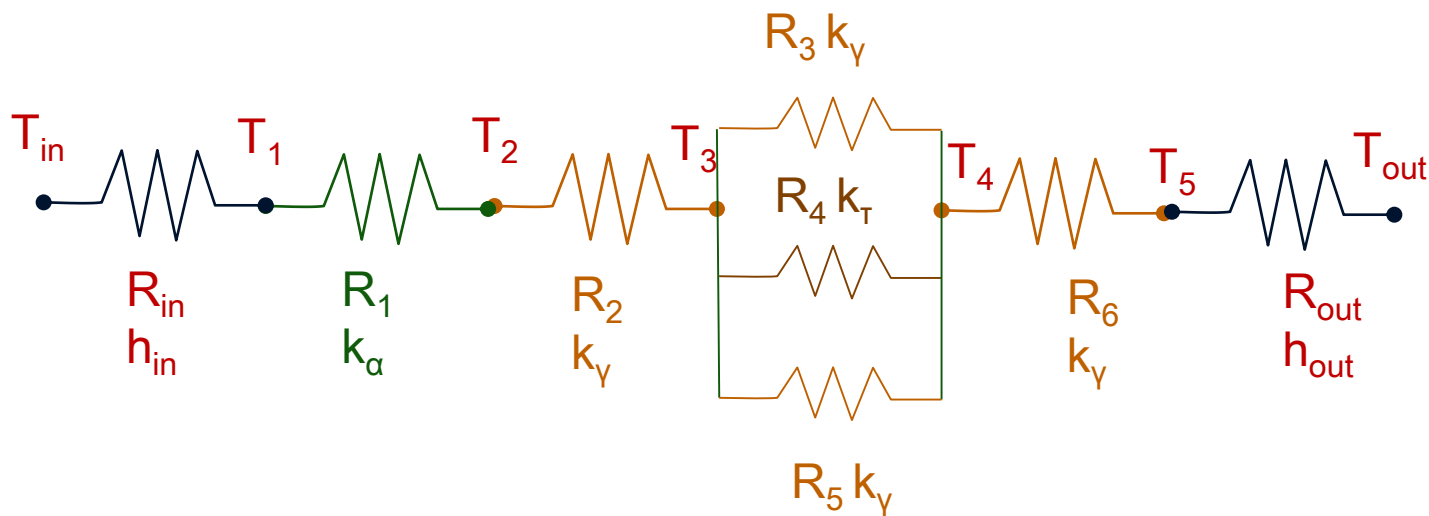
- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_T=0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Γύψος : 2 cm
 - $k_T=0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Αφρός : 3 cm
 - $k_A=0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=20^\circ\text{C}$ $T_{out}=-5^\circ\text{C}$
- $h_{in}=10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$, $h_{out}=20 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$,



Άσκηση 4.3

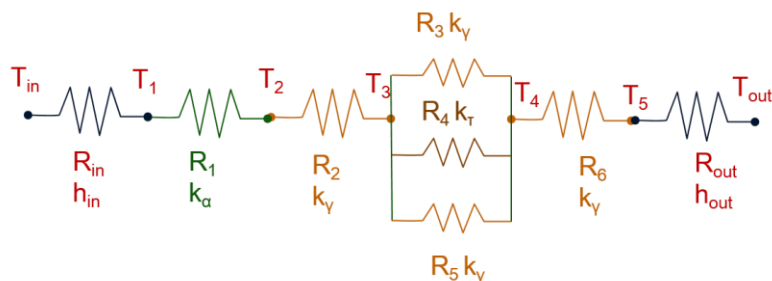
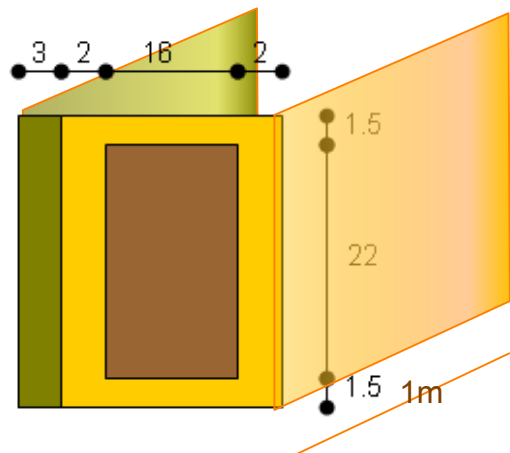


- ❖ **Δεδομένα**
- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_T=0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
 - Γύψος : 2 cm
 - $k_F=0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
 - Αφρός : 3 cm
 - $k_A=0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
 - $T_{in}=20^\circ\text{C}$ $T_{out}=-5^\circ\text{C}$
 - $h_{in}=10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$, $h_{out}=20 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$,





Άσκηση 4.3



❖ Δεδομένα

- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_r=0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Γύψος : 2 cm
 - $k_g=0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Αφρός : 3 cm
 - $k_a=0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=20^\circ\text{C}$ $T_{out}=-5^\circ\text{C}$
- $h_{in}=10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$, $h_{out}=20 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$,

$$R_{in} = \frac{1}{h_{in} A_{in}}$$

$$h_{in}=10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$A_{in}=1\text{m}*(1,5+22+1,5)\text{cm}\frac{\text{m}}{100\text{cm}}=0,25\text{m}^2$$

$$R_{in} = \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{10\text{W}} \frac{1}{0,25\text{m}^2} = 0,40 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$k_a=0,026 \text{ W/m }^\circ\text{C}$$

$$L_1=3\text{cm}=0,03 \text{ m}$$

$$A_1=1\text{m}*(1,5+22+1,5)\text{cm}\frac{\text{m}}{100\text{cm}}=0,25\text{m}^2$$

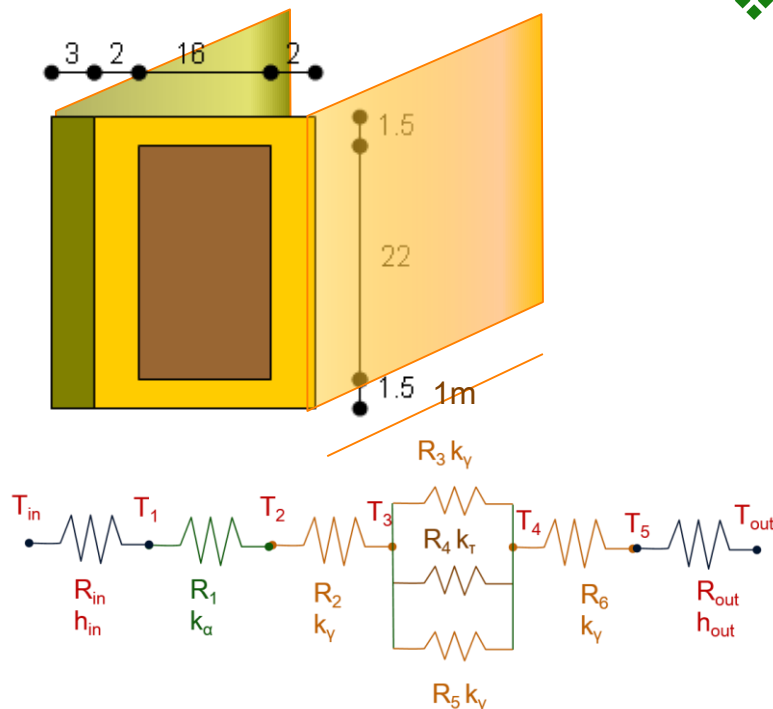
$$R_1 = \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,026\text{W}} \frac{0,03\text{m}}{0,25\text{m}^2} = 4,62 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_1 = \frac{L_1}{k_a A_1}$$

ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 4.3



$$R_3 = \frac{L_3}{k_Y A_3}$$

$$k_Y = 0,22 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

$$L_3 = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$$

$$A_3 = 1 \text{ m} \cdot (1,5) \text{ cm} \cdot \frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} = 0,015 \text{ m}^2$$

$$R_3 = \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,22 \text{ W}} \frac{0,16 \text{ m}}{0,015 \text{ m}^2} = 48,48 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_5 = R_3 = 48,48 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

❖ Δεδομένα

- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_T = 0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Γύψος : 2 cm
 - $k_r = 0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Αφρός : 3 cm
 - $k_A = 0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in} = 20^\circ\text{C}$ $T_{out} = -5^\circ\text{C}$
- $h_{in} = 10 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, $h_{out} = 20 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$,

$$k_Y = 0,22 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

$$L_2 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$A_2 = 1 \text{ m} \cdot (1,5 + 22 + 1,5) \text{ cm} \cdot \frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} = 0,25 \text{ m}^2$$

$$R_2 = \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,22 \text{ W}} \frac{0,02 \text{ m}}{0,25 \text{ m}^2} = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_6 = R_2 = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_4 = \frac{L_4}{k_T A_4}$$

$$k_T = 0,72 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

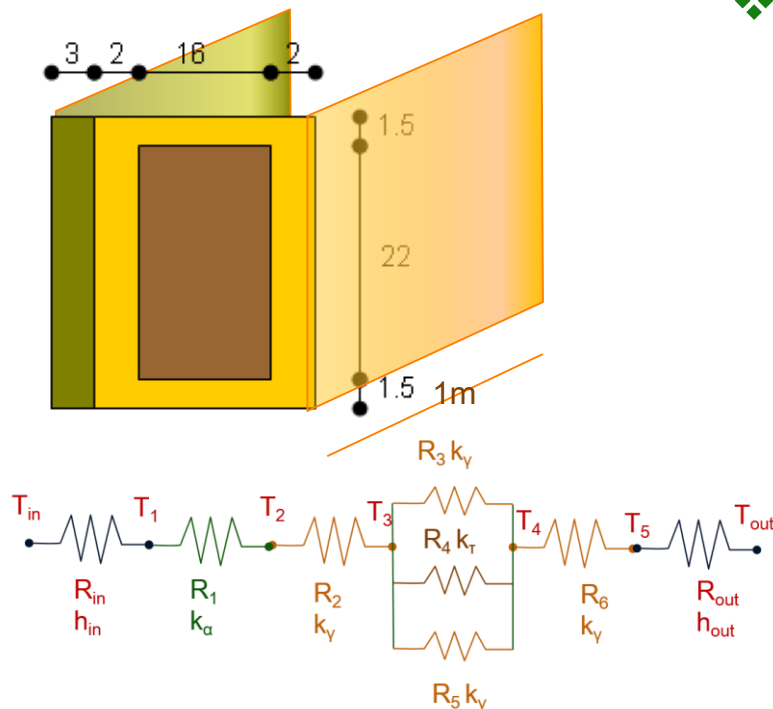
$$L_4 = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$$

$$A_4 = 1 \text{ m} \cdot (22) \text{ cm} \cdot \frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} = 0,22 \text{ m}^2$$

$$R_4 = \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,72 \text{ W}} \frac{0,16 \text{ m}}{0,22 \text{ m}^2} = 1,01 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$



Άσκηση 4.3



❖ Δεδομένα

- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_r = 0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Γύψος : 2 cm
 - $k_c = 0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Αφρός : 3 cm
 - $k_A = 0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in} = 20^\circ\text{C}$ $T_{out} = -5^\circ\text{C}$
- $h_{in} = 10 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$, $h_{out} = 20 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$,

$$R_{in} = 0,40 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_1 = 4,62 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_2 = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_3 = 48,48 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_4 = 1,01 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_5 = 48,48 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_6 = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{out} = 0,20 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\frac{1}{R_{par}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{48,48} + \frac{1}{1,01} + \frac{1}{48,48}$$

$$R_{par} = 0,97 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{out} = \frac{1}{h_{out} A_{out}} \quad h_{out} = 20 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$$

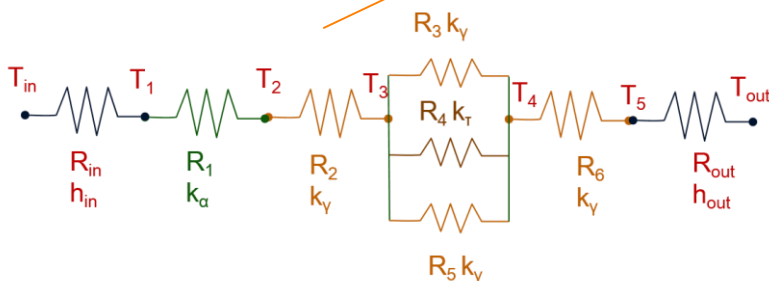
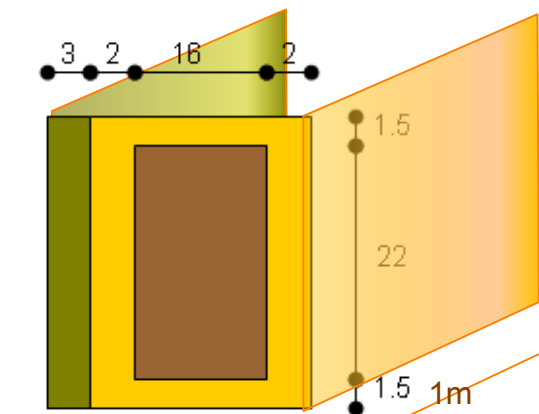
$$A_{out} = 1\text{m} \cdot (1,5 + 22 + 1,5)\text{cm} \cdot \frac{\text{m}}{100\text{cm}} = 0,25\text{m}^2$$

$$R_{out} = \frac{20^\circ\text{C}}{20\text{W}} \cdot \frac{1}{0,25\text{m}^2} = 0,20 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{tot} = R_{in} + R_1 + R_2 + R_{par} + R_6 + R_{out} \Rightarrow R_{tot} = 6,91 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$



Άσκηση 4.3



❖ Δεδομένα

- Τούβλο= 16cm x 22 cm
 - $k_t=0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Γύψος : 2 cm
 - $k_r=0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- Αφρός : 3 cm
 - $k_A=0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=20^\circ\text{C}$ $T_{out}=-5^\circ\text{C}$
- $h_{in}=10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$, $h_{out}=20 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$,

$$R_{tot}=6,91 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

Για εμβαδό $0,25\text{m}^2$

$$Q = \frac{T_{in} - T_{out}}{R_{tot}} = \frac{(20 - (-5))^\circ\text{C}}{6,91 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}}$$

$$\Rightarrow Q = 3,62 \text{ W}$$

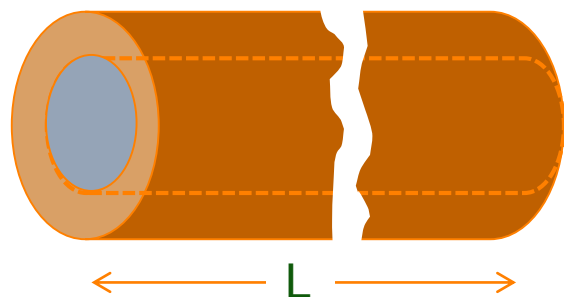
$$\Rightarrow Q_{wall} = \frac{3 \times 5\text{m}^2}{0,25\text{m}^2} 3,62 \text{ W}$$

$$\bullet Q_{wall} = 217 \text{ W}$$



Άσκηση 4.4

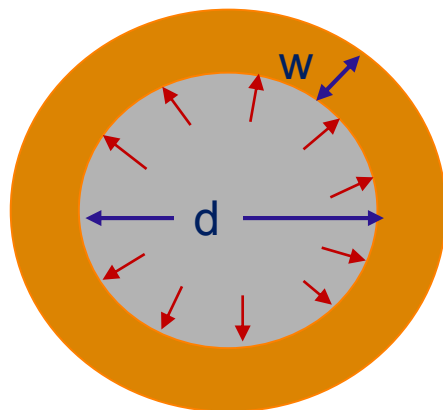
Ένα ηλεκτρικό σύρμα διαμέτρου 4 mm και μήκους 10 m είναι σφιχτά τυλιγμένο με ένα πλαστικό κάλυμμα πάχους 2 mm του οποίου η θερμική αγωγιμότητα είναι $k=0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Ηλεκτρικές μετρήσεις δηλώνουν ότι ρεύμα 10 A διαπερνά το σύρμα και υπάρχει πτώση τάσης 12 V. Αν το μονωμένο σύρμα εκτεθεί σε μέσο θερμοκρασίας 25°C με συντελεστή μεταφοράς θερμότητας $15 \text{ W/m}^2\text{C}$, να υπολογιστεί η θερμοκρασία στην επιφάνεια επαφής του σύρματος και του πλαστικού καλύμματος σε μόνιμες συνθήκες. Διπλασιάζοντας το πάχος του πλαστικού καλύμματος θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η θερμοκρασία στην επιφάνεια επαφής;



$$T_{\text{out}}=25^\circ\text{C}$$

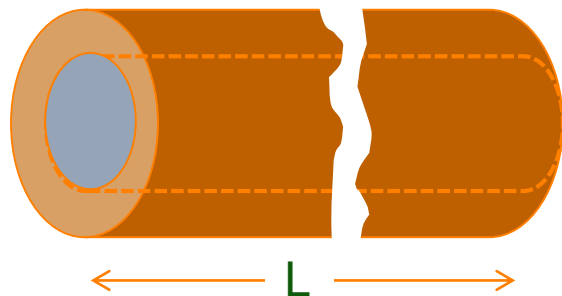
❖ Δεδομένα

- $L= 10 \text{ m}$
- $d=4 \text{ mm}$
- $w=2\text{mm}$
- $I=10 \text{ A}$
- $V =12 \text{ Volt}$
- $k=0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_\infty=25^\circ\text{C}$
- $h_{\text{out}}=15 \text{ W/m}^2\text{C}$

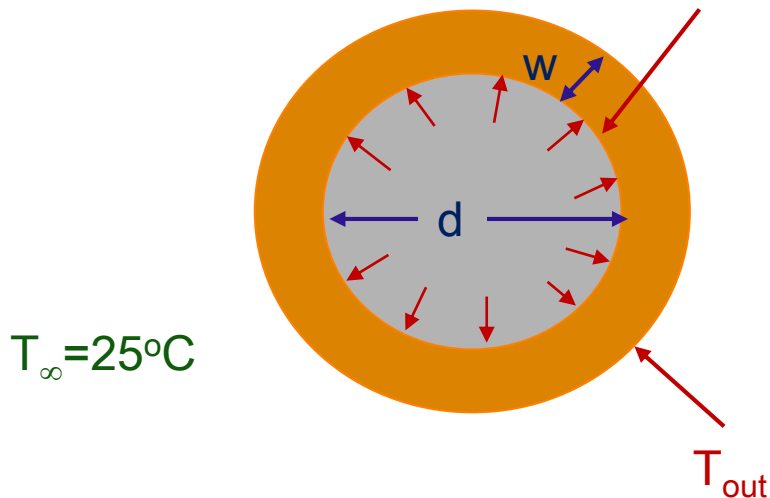




Άσκηση 4.4



Ακτινική μεταφορά
θερμότητας με αγωγή και
συναγωγή – Μόνιμες
συνθήκες



❖ Δεδομένα

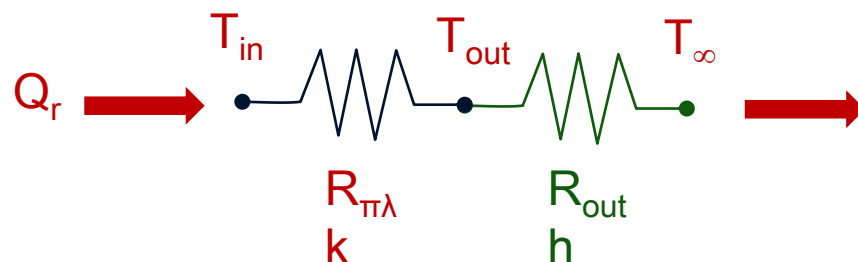
- $L = 10 \text{ m}$
- $d = 4 \text{ mm}$
- $w = 2 \text{ mm}$
- $I = 10 \text{ A}$
- $V = 12 \text{ Volt}$
- $k = 0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 25^\circ\text{C}$
- $h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$

Ομοιόμορφη παραγωγή
θερμότητας σε όλο το
μήκος

$$d = 4 \text{ mm} \Rightarrow r_{\text{in}} = 2 \text{ mm}$$

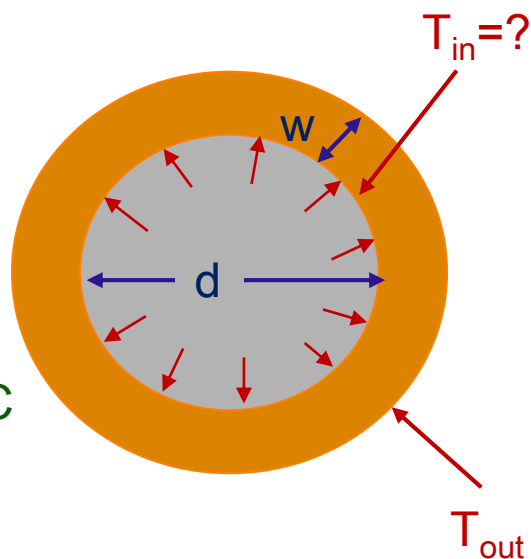
$$w = 2 \text{ mm}, r_{\text{in}} = 2 \text{ mm} \Rightarrow r_{\text{out}} = 2 + 2 = 4 \text{ mm}$$

$$Q_r = I V = 10 \text{ A} \cdot 12 \text{ V} = 120 \text{ W}$$





Άσκηση 4.4



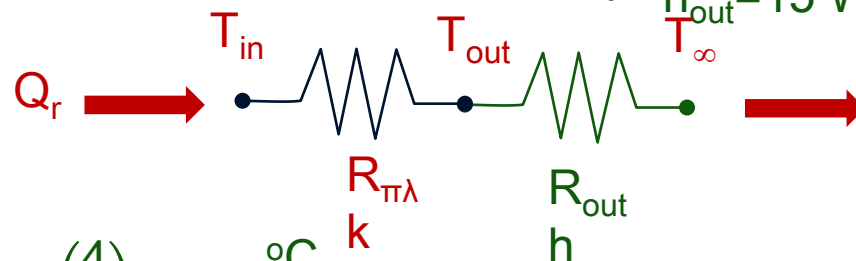
❖ Δεδομένα

- $L = 10 \text{ m}$
- $d = 4 \text{ mm}$
- $w = 2 \text{ mm}$
- $I = 10 \text{ A}$
- $V = 12 \text{ Volt}$
- $k = 0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 25^\circ\text{C}$
- $h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$r_{\text{in}} = 2 \text{ mm}$$

$$r_{\text{out}} = 4 \text{ mm}$$

$$Q_r = 120 \text{ W}$$



$$R_{\pi\lambda} = \frac{\ln(r_{\text{out}}/r_{\text{in}})}{2\pi k L}$$

$$R_{\pi\lambda} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,12 \text{ W}} \frac{1}{10 \text{ m}} \ln\left(\frac{4}{2}\right) = 0,09 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{out}} = \frac{1}{h_{\text{out}} A_{\text{out}}}$$

$$h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$A_{\text{out}} = 2\pi r_{\text{out}} L = 2\pi \cdot 4 \text{ mm} \cdot \frac{\text{m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 10 \text{ m} = 0,25 \text{ m}^2$$

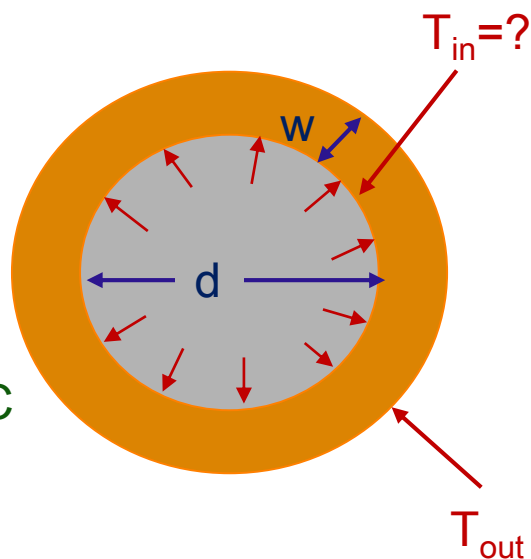
$$R_{\text{out}} = \frac{\text{m}^2\text{C}}{15 \text{ W}} \frac{1}{0,25 \text{ m}^2} = 0,27 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{tot}} = R_{\pi\lambda} + R_{\text{out}} = (0,09 + 0,27) \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \Rightarrow$$

$$R_{\text{tot}} = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$



Άσκηση 4.4



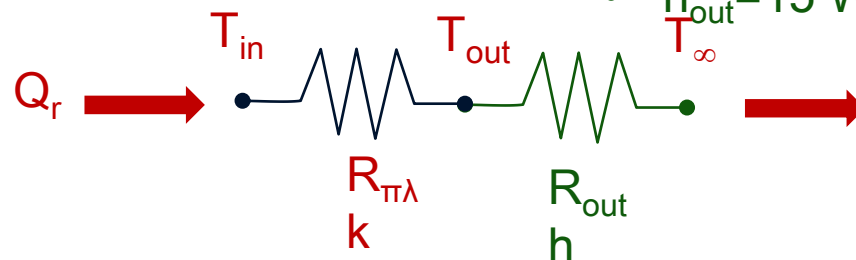
❖ Δεδομένα

- $L = 10 \text{ m}$
- $d = 4 \text{ mm}$
- $w = 2 \text{ mm}$
- $I = 10 \text{ A}$
- $V = 12 \text{ Volt}$
- $k = 0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 25^\circ\text{C}$
- $h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$r_{\text{in}} = 2 \text{ mm} \quad R_{\text{tot}} = 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$r_{\text{out}} = 4 \text{ mm}$$

$$Q_r = 120 \text{ W}$$



$$Q_r = \frac{T_{\text{in}} - T_\infty}{R_{\text{tot}}}$$

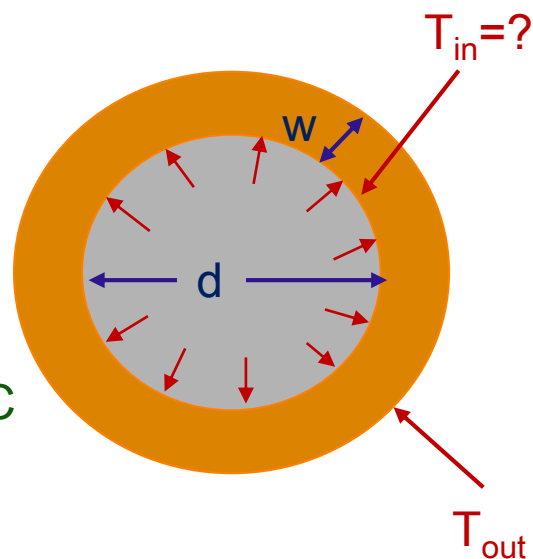
$$\Rightarrow T_{\text{in}} = T_\infty + Q_r R_{\text{tot}}$$

$$\Rightarrow T_{\text{in}} = 25^\circ\text{C} + 120 \text{ W} \cdot 0,36 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\bullet \quad T_{\text{in}} = 68,2^\circ\text{C}$$



Άσκηση 4.4



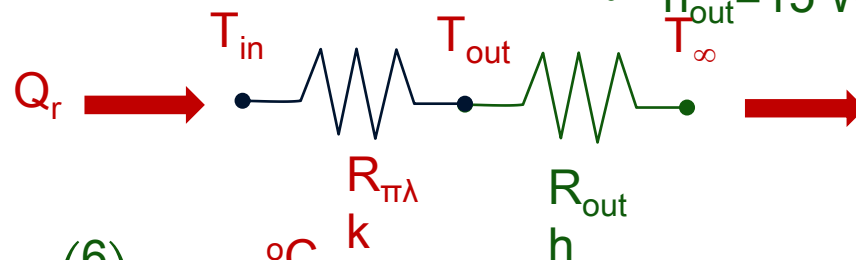
❖ Δεδομένα

- $L = 10 \text{ m}$
- $d = 4 \text{ mm}$
- $w = 4 \text{ mm}$
- $I = 10 \text{ A}$
- $V = 12 \text{ Volt}$
- $k = 0,12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 25^\circ\text{C}$
- $h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$r_{\text{in}} = 2 \text{ mm}$$

$$r_{\text{out}} = 6 \text{ mm}$$

$$Q_r = 120 \text{ W}$$



$$R_{\pi\lambda} = \frac{\ln(r_{\text{out}}/r_{\text{in}})}{2\pi k L}$$

$$R_{\pi\lambda} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{0,12 \text{ W}} \frac{1}{10 \text{ m}} \ln\left(\frac{6}{2}\right) = 0,15 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{out}} = \frac{1}{h_{\text{out}} A_{\text{out}}}$$

$$h_{\text{out}} = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$A_{\text{out}} = 2\pi r_{\text{out}} L = 2\pi \cdot 6 \text{ mm} \frac{\text{m}}{1000 \text{ mm}} 10 \text{ m} = 0,377 \text{ m}^2$$

$$R_{\text{out}} = \frac{\text{m}^2\text{C}}{15 \text{ W}} \frac{1}{0,377 \text{ m}^2} = 0,177 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{tot}} = R_{\pi\lambda} + R_{\text{out}} = (0,15 + 0,177) = 0,327 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

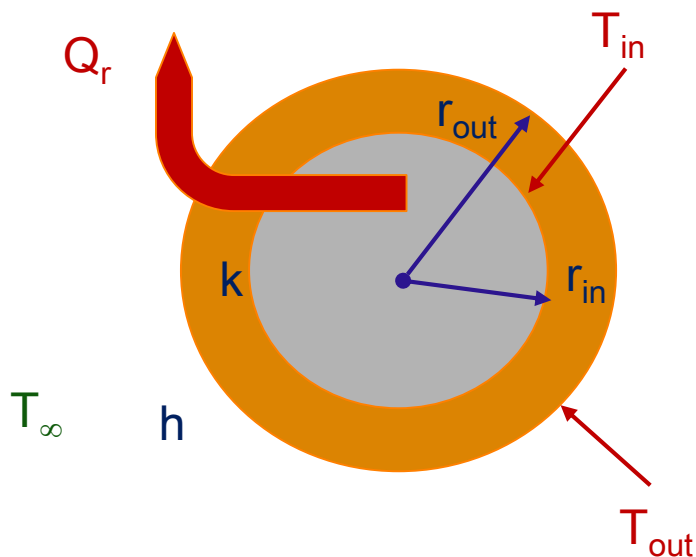
$$\Rightarrow T_{\text{in}} = 25^\circ\text{C} + 120 \text{ W} \cdot 0,327 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\Rightarrow T_{\text{in}} = 64,2^\circ\text{C} < 68,2^\circ\text{C}$$

- $T_{\text{in}} \downarrow$

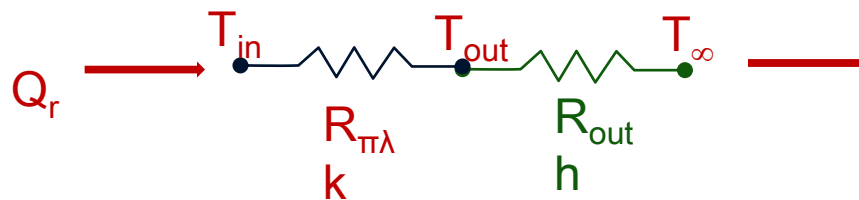


Λίγα λόγια



❖ Κρίσιμη ακτίνα μόνωσης

Πάχος μόνωσης $w = r_{out} - r_{in}$ T_{in} σταθερό

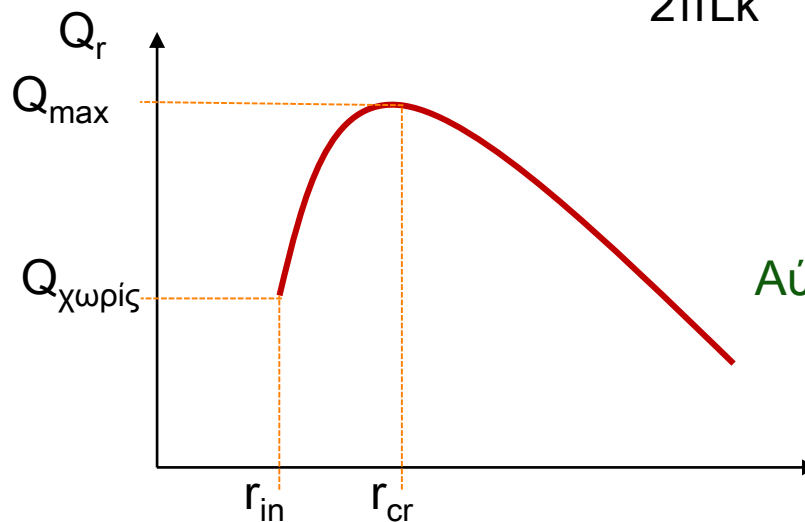


$$Q_r = \frac{T_{in} - T_{\infty}}{\frac{\ln(r_{out}/r_{in})}{2\pi L k} + \frac{1}{h_{out} 2\pi r_{out} L}}$$

Χωρίς μόνωση:

$$w=0 \Rightarrow r_{out} = r_{in}$$

$$Q_{\chi\omega\rho\iota\varsigma} = \frac{T_{in} - T_{\infty}}{\frac{1}{h_{out} 2\pi r_{out} L}}$$



$$r_{cr} = \frac{k}{h}$$

Αύξηση w , αλλά $r_{out} < r_{cr}$

Για T_{in} σταθερό, $Q \uparrow$

Για Q σταθερό, $T_{in} \downarrow$

$$r_{out} \quad r_{cr} = \frac{0,12}{15} = 0,008m$$

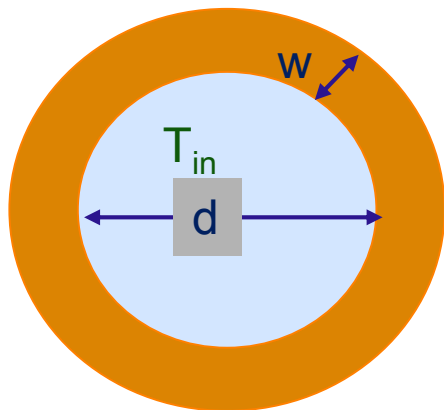


Άσκηση 4.5

Μια σφαιρική δεξαμενή με εσωτερική διάμετρο 3 m από ανοξείδωτο ατσάλι πάχους 2cm ($k = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) χρησιμοποιείται για την αποθήκευση παγωμένου νερού θερμοκρασίας 0°C . Η δεξαμενή βρίσκεται σε χώρο θερμοκρασίας 22°C . Η εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής είναι μαύρη και η μεταφορά θερμότητας μεταξύ της εξωτερικής επιφάνειας της δεξαμενής και του περιβάλλοντος γίνεται με φυσική συναγωγή και ακτινοβολία. Οι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή στην εσωτερική και εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής είναι $80 \text{ W/m}^2\text{C}$ και $10 \text{ W/m}^2\text{C}$ αντίστοιχα. Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με ακτινοβολία υπολογίζεται στα $5 \text{ W/m}^2\text{C}$. Να βρεθούν (α) ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας προς το παγωμένο νερό μέσα στη δεξαμενή (β) η ποσότητα πάγου στους 0°C που λιώνει εντός μίας ώρας αν η θερμότητα τήξης του νερού είναι 337 kJ/kg .

❖ Δεδομένα

- $d = 3 \text{ m}$
- $w = 2 \text{ cm}$
- $k = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{\text{in}} = 0^\circ\text{C}$
- $T_\infty = 22^\circ\text{C}$
- $h_{\text{in}} = 80 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{\text{out}} = 10 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{\text{rad}} = 5 \text{ W/m}^2\text{C}$





Άσκηση 4.5

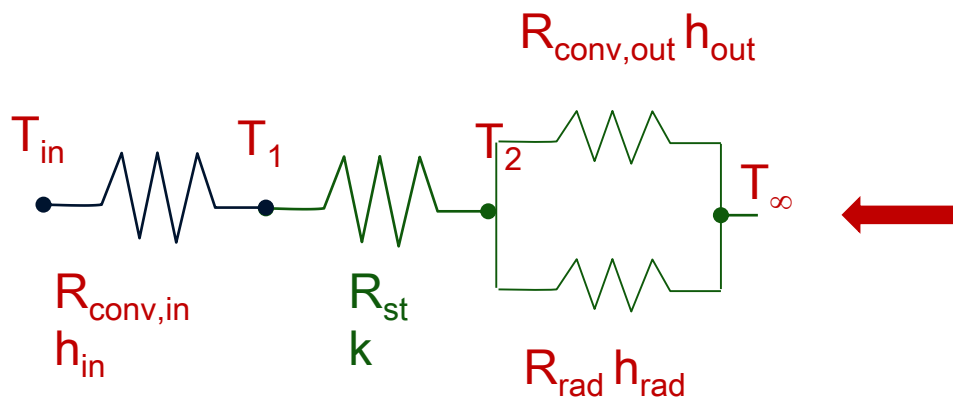
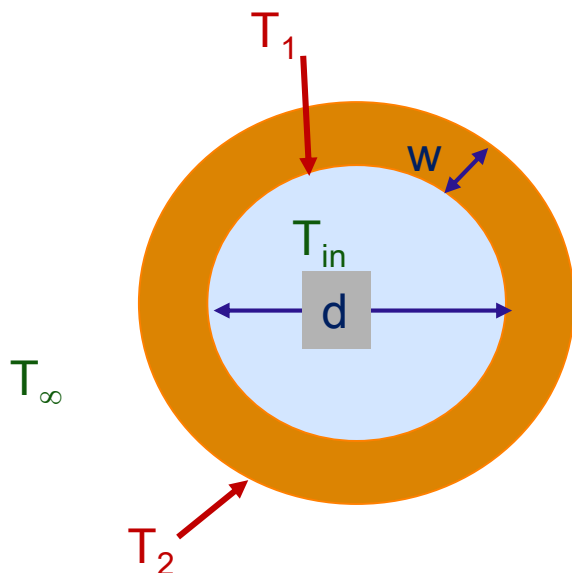
❖ Δεδομένα

- $d=3 \text{ m}$
- $w=2 \text{ cm}$
- $k=15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{\text{in}}=0^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h_{\text{in}}=80 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{\text{out}}=10 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{\text{rad}}=5 \text{ W/m}^2\text{C}$

Ακτινική μεταφορά
θερμότητας με αγωγή και
συναγωγή, ακτινοβολία –
Μόνιμες συνθήκες

$$d=3 \text{ m} \Rightarrow r_{\text{in}}=1,5 \text{ m}$$

$$w=2 \text{ cm}, r_{\text{in}}=1,5 \text{ m} \Rightarrow r_{\text{out}}=1,5 + 0,02 = 1,52 \text{ m}$$



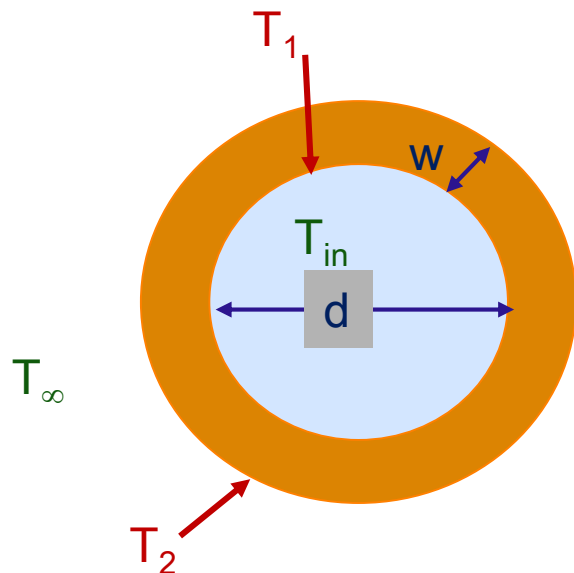
ΜΠ 322: Μεταφορά Θερμότητας και Μάζας



Άσκηση 4.5

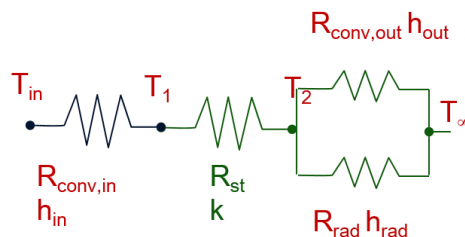
❖ Δεδομένα

- $d=3 \text{ m}$
- $w=2 \text{ cm}$
- $k=15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=0^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h_{in}=80 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{out}=10 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{rad}=5 \text{ W/m}^2\text{C}$



$$r_{in}=1,5 \text{ m}$$

$$r_{out}=1,52 \text{ m}$$



$$R_{conv,in} = \frac{1}{h_{in} A_{in}} \quad h_{conv,in}=80 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$A_{out}=4\pi(r_{in})^2=4\pi(1,5)^2\text{m}^2=28,3\text{m}^2$$

$$R_{st} = \frac{r_{out}-r_{in}}{4\pi k r_{in} r_{out}}$$

$$R_{conv,out} = \frac{1}{h_{out} A_{out}} \quad h_{conv,out}=10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$A_{out}=4\pi(r_{out})^2=4\pi(1,52)^2\text{m}^2=29,0\text{m}^2$$

$$R_{rad} = \frac{1}{h_{rad} A_{out}} \quad h_{rad}=5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$A_{out}=4\pi(r_{out})^2=4\pi(1,52)^2\text{m}^2=29,0\text{m}^2$$

$$R_{conv,in} = \frac{\text{m}^2\text{C}}{80\text{W}} \frac{1}{28,3\text{m}^2} = 4,42 \cdot 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{st} = \frac{1}{4\pi} \frac{\text{m}^\circ\text{C}}{15\text{W}} \left(\frac{1,52-1,5}{1,52 \times 1,5} \right) = 4,7 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{conv,out} = \frac{\text{m}^2\text{C}}{10\text{W}} \frac{1}{29,0\text{m}^2} = 3,45 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

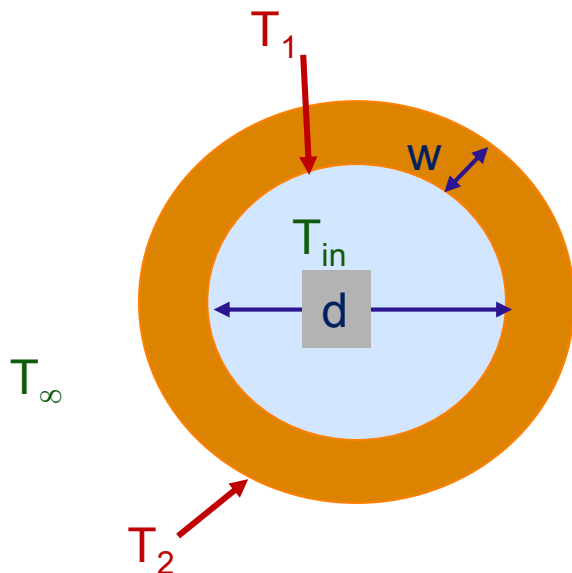
$$R_{rad} = \frac{\text{m}^2\text{C}}{5\text{W}} \frac{1}{29,0\text{m}^2} = 6,9 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$



Άσκηση 4.5

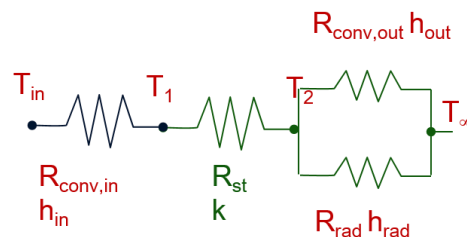
❖ Δεδομένα

- $d=3 \text{ m}$
- $w=2 \text{ cm}$
- $k=15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=0^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h_{in}=80 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{out}=10 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{rad}=5 \text{ W/m}^2\text{C}$



$$r_{in}=1,5 \text{ m}$$

$$r_{out}=1,52 \text{ m}$$



$$R_{st}= 4,70 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{conv,in}= 4,42 \cdot 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{conv,out}= 3,45 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{rad}= 6,9 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\frac{1}{R_{par}} = \frac{1}{R_{conv,out}} + \frac{1}{R_{rad}} = \frac{1}{3,45 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{6,90 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow R_{par} = 2,3 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{tot} = R_{conv,in} + R_{st} + R_{par} \Rightarrow R_{tot} = 2,79 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$Q = \frac{T_\infty - T_{in}}{R_{tot}} = \frac{22 - 0^\circ\text{C}}{2,79 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} \Rightarrow$$

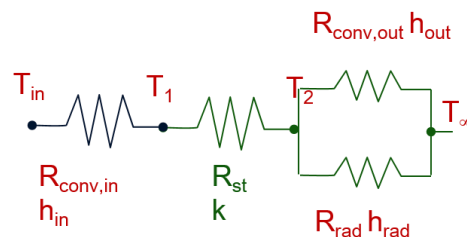
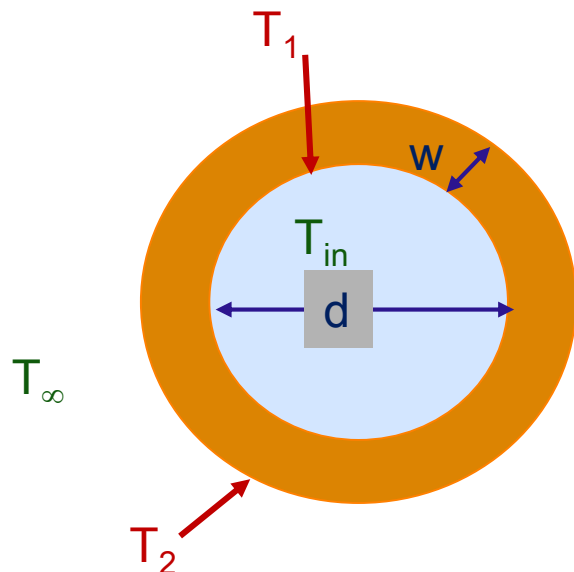
$$\bullet \quad Q = 7885 \text{ W}$$



Άσκηση 4.5

❖ Δεδομένα

- $d=3 \text{ m}$
- $w=2 \text{ cm}$
- $k=15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_{in}=0^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h_{in}=80 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{out}=10 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $h_{rad}=5 \text{ W/m}^2\text{C}$



$$Q=7885 \text{ W} = 7,885 \text{ kJ/s}$$

Σε μία ώρα, άρα $\Delta t=1\text{h}=3600 \text{ s}$, μεταφέρεται στον πάγο θερμότητα ίση με $Q=7,885 \text{ kJ/s} \cdot 3600\text{s}=28386 \text{ kJ}$

$$m = \frac{Q}{\Delta h} = \frac{28386 \text{ kJ}}{337 \text{ kJ/kg}}$$

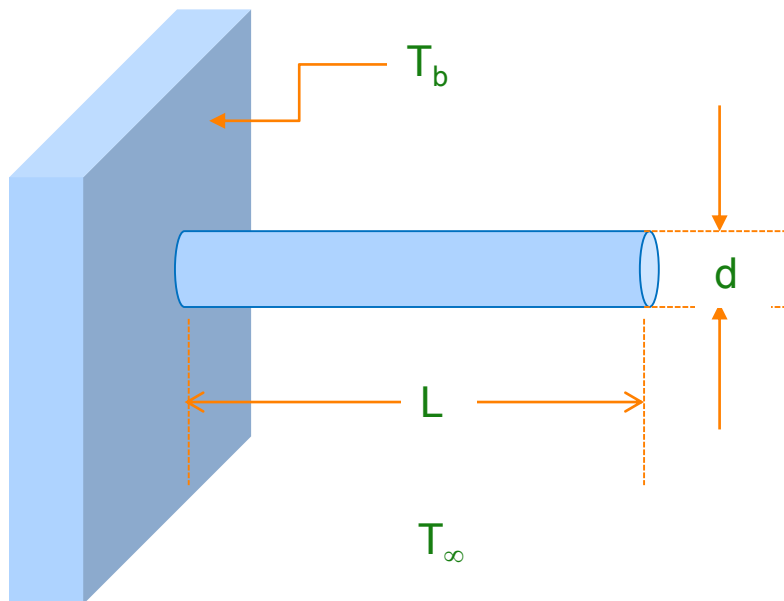
- $m=84 \text{ kg}$



Άσκηση 4.6

Δίνεται κυλινδρική ράβδος διαμέτρου 4 mm και μήκους 10 cm, η οποία στηρίζεται σε θερμό τοίχωμα θερμοκρασίας 100°C και περιβάλλεται από αέρα θερμοκρασίας 22°C . Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας από την επιφάνεια της ράβδου στο περιβάλλον είναι $12 \text{ W/m}^2\text{C}$ και η θερμική αγωγιμότητα της ράβδου $237 \text{ W/m}^2\text{C}$. Να υπολογιστεί η θερμοκρασία στη μέση της ράβδου όταν:

- α) η ράβδος είναι μονωμένη στο ελεύθερο άκρο της
- β) η ράβδος δεν είναι μονωμένη στο ελεύθερο άκρο της
- γ) η ράβδος θεωρείται μεγάλου μήκους.

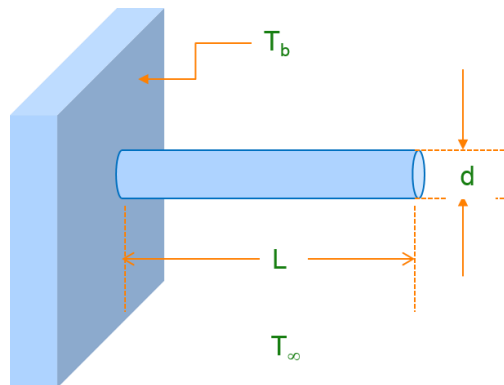


❖ Δεδομένα

- $d=4 \text{ mm}$
- $L=10 \text{ cm}$
- $k=237 \text{ W/m}^2\text{C}$
- $T_b=100^{\circ}\text{C}$
- $T_{\infty}=22^{\circ}\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2\text{C}$



Άσκηση 4.6



❖ Δεδομένα

- $d=4 \text{ mm}$
- $L=10 \text{ cm}$
- $k=237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_b=100^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$m = \sqrt{\frac{hp}{kA_c}}$$

$$p = \pi d$$

$$p = \pi 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A_c = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$A_c = \pi \frac{4^2 \cdot 10^{-6}}{4} = \pi 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Theta(x) = T(x) - T_\infty$$

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} - m^2\Theta(x) = 0$$

$$\Theta(x) = C_1 \exp(+mx) + C_2 \exp(-mx)$$

$$m = \sqrt{\frac{12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}} \pi 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{237 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}} \pi 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}} \Rightarrow m = 7,12 \text{ m}^{-1}$$

1^η Οριακή συνθήκη:

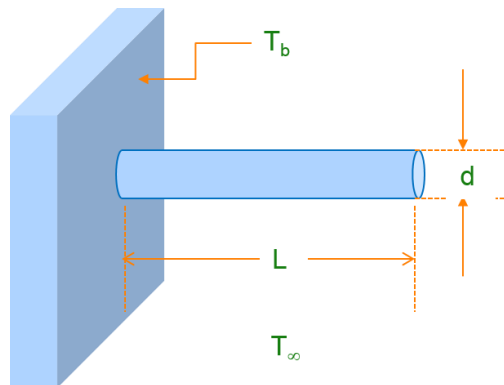
$$T(0) = T_b : \Theta(0) = T(0) - T_\infty = T_b - T_\infty = \Theta_b$$

$$\Theta_b = 100^\circ\text{C} - 22^\circ\text{C} \Rightarrow$$

$$\Theta_b = 78^\circ\text{C}$$



Άσκηση 4.6



❖ Δεδομένα

- $d=4 \text{ mm}$
- $L=10 \text{ cm}$
- $k=237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_b=100^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$m = 7,12 \text{ m}^{-1}$$

$$\Theta_b = 78^\circ\text{C}$$

$$p = \pi d = 12,56 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$A_c = \pi d^2/4 = 12,56 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

α) η ράβδος είναι μονωμένη στο ελεύθερο άκρο της

2η Οριακή συνθήκη: $\left. \frac{d\Theta}{dx} \right|_L = 0$ $\Theta(x) = \Theta_b \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh[mL]}$

$$Q = \Theta_b \sqrt{hpkA_c} \tanh[m(L-x)]$$

Για το μέσο της ράβδου $x=L/2$: $\Theta(L/2) = \Theta_b \frac{\cosh[m(L-L/2)]}{\cosh[mL]}$ $T(L/2) = \Theta(L/2) + T_\infty$

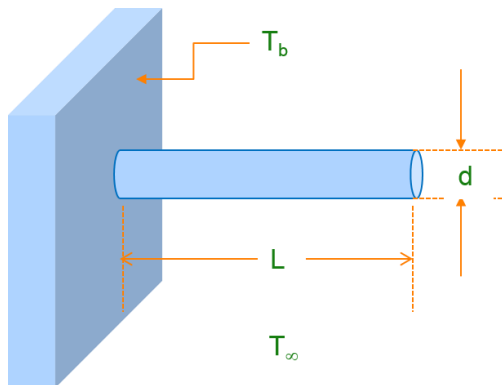
$$\Theta(L/2) = \Theta_b \frac{\cosh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,05)\text{m}]}{\cosh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,1)\text{m}]}$$

$$\Theta(L/2) = 65,6^\circ\text{C}$$

• $T(L/2) = 87,6^\circ\text{C}$



Άσκηση 4.6



❖ Δεδομένα

- $d=4 \text{ mm}$
- $L=10 \text{ cm}$
- $k=237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_b=100^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$m = 7,12 \text{ m}^{-1}$$

$$\Theta_b = 78^\circ\text{C}$$

$$\rho = \pi 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A_c = \pi 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

b) η ράβδος δεν είναι μονωμένη στο ελεύθερο άκρο της (έχουμε συναγωγή)

$$2^{\text{η}} \text{ Οριακή συνθήκη: } -k \frac{d\Theta}{dx} \Big|_L = h\Theta(L) \quad \Theta(x) = \Theta_b \frac{\cosh[m(L-x)] + (h/mk) \sinh[m(L-x)]}{\cosh[m(L)] + (h/mk) \sinh[m(L)]}$$

Για το μέσο της ράβδου $x=L/2$:

$$Q = \Theta_b \sqrt{hpkA_c} \frac{\sinh[m(L)] + (h/mk) \cosh[m(L)]}{\cosh[m(L)] + (h/mk) \sinh[m(L)]}$$

$$\Theta(L/2) = \Theta_b \frac{\cosh[m(L-L/2)] + (h/mk) \sinh[m(L-L/2)]}{\cosh[m(L)] + (h/mk) \sinh[m(L)]}$$

$$T(L/2) = \Theta(L/2) + T_\infty$$

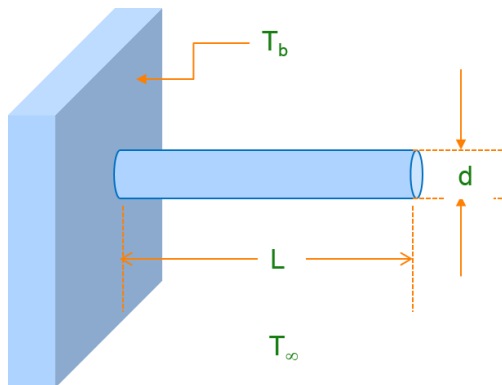
$$\Theta(L/2) = \Theta_b \frac{\cosh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,05)\text{m}] + (12/7,12 \cdot 237) \sinh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,05)\text{m}]}{\cosh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,1)\text{m}] + (12/7,12 \cdot 237) \sinh[7,12 \text{ m}^{-1}(0,1)\text{m}]}$$

$$\Theta(L/2) = 65,5^\circ\text{C}$$

$$\bullet \quad T(L/2) = 87,5^\circ\text{C}$$



Άσκηση 4.6



❖ Δεδομένα

- $d=4 \text{ mm}$
- $L=10 \text{ cm}$
- $k=237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $T_b=100^\circ\text{C}$
- $T_\infty=22^\circ\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2\text{C}$

$$m = 7,12 \text{ m}^{-1}$$

$$\Theta_b = 78^\circ\text{C}$$

$$p = \pi 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A_c = \pi 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

γ) η ράβδος θεωρείται μεγάλου μήκους

2η Οριακή συνθήκη: $\Theta(L)=0$ ή $T(L)=T_\infty$

$$\Theta(x) = \Theta_b \exp(-mx)$$

$$Q = \Theta_b \sqrt{hpkA_c}$$

Για το μέσο της ράβδου $x=L/2$:

$$\Theta(L/2) = \Theta_b \exp(-mL/2)$$

$$T(L/2) = \Theta(L/2) + T_\infty$$

$$\Theta(L/2) = 78^\circ\text{C} \exp(-7,12 \text{ m}^{-1}(0,05)\text{m})$$

$$\Theta(L/2) = 54,6^\circ\text{C}$$

$$\bullet \quad T(L/2) = 76,6^\circ\text{C}$$