

ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ

Μάθημα 2

Εναλλακτικοί ορισμοί συγκέντρωσης

(1) Η **συγκέντρωση** ενός συστατικού i σε ένα μίγμα εκφράζει το λόγο της **μάζας**, m_i [M], του συστατικού i ως προς το **συνολικό όγκο**, V [L³], του μίγματος:

$$\text{Συγκέντρωση} = \frac{m_i}{V}$$

(2) Η **μαζική συγκέντρωση** (πυκνότητα μάζας), ρ_i [μάζα/όγκος]:

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

(3) Η **γραμμομοριακή συγκέντρωση**, c_i [γραμμομόρια/όγκος]:

$$c_i = \frac{n_i}{V} \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right]$$

Όπου n_i [mol] είναι ο **αριθμός γραμμομορίων** του συστατικού i .

(4) Ο αριθμός γραμμομορίων του συστατικού i συσχετίζονται μέσω του μοριακού βάρους (M.B. [kg/kmol]) ως εξής:

$$m_i = (\text{M.B.})_i n_i$$

(5) Η μαζική συγκέντρωση συσχετίζεται με την γραμμομοριακή συγκέντρωση ως εξής:

$$\rho_i = (\text{M.B.})_i c_i$$

(6) Ο ολικός αριθμός γραμμομορίων είναι ίσος με το άθροισμα των γραμμομορίων όλων των συστατικών του μίγματος:

$$n = n_A + n_B + \dots = \sum_{i=1}^k n_i$$

(7) Η ολική μάζα είναι ίση με το άθροισμα των μαζών όλων των συστατικών του μίγματος:

$$m = m_A + m_B + \dots = \sum_{i=1}^k m_i$$

(8) Η ολική μαζική συγκέντρωση (πυκνότητα του μίγματος, ρ) είναι ίση με το άθροισμα των συγκεντρώσεων όλων των συστατικών του μίγματος:

$$\rho = \rho_A + \rho_B + \dots = \sum_{i=1}^k \rho_i$$

(9) Η ολική γραμμομοριακή συγκέντρωση :

$$c = c_A + c_B + \dots = \sum_{i=1}^k c_i = \sum_{i=1}^k \frac{\rho_i}{(M.B.)_i}$$

(10) Το γραμμομοριακό κλάσμα του συστατικού i , x_i [-], ορίζεται με τη σχέση:

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{c_i}{c}$$

(11) Το κλάσμα μάζας του συστατικού i , ω_i [-], ορίζεται με τη σχέση:

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho}$$

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

(12) Ο λόγος γραμμομορίων, X_i (mol συστατικού i / mol διαλύτη) [-]:

$$X_i = \frac{x_i}{1-x_i} = \frac{c_i}{c-c_i}$$

(13) Ο λόγος μαζών, Ω_i (kg συστατικού i / kg διαλύτη) [-]:

$$\Omega_i = \frac{\omega_i}{1-\omega_i} = \frac{\rho_i}{\rho-\rho_i}$$

Μορφές μαζικών συγκεντρώσεων

(1) Χιλιοστογραμμάρια ανά λίτρο (milligrams per liter) [mg/L]:

$$\frac{\text{mg}}{\text{L}} = \frac{\text{μάζα συστατικού [mg]}}{\text{όγκος διαλύματος [L]}}$$

όπου $1 \text{ mg/L} = 1 \text{ g/m}^3$.

(2) Μέρη ανά εκατομμύριο (parts per million) [ppm]:

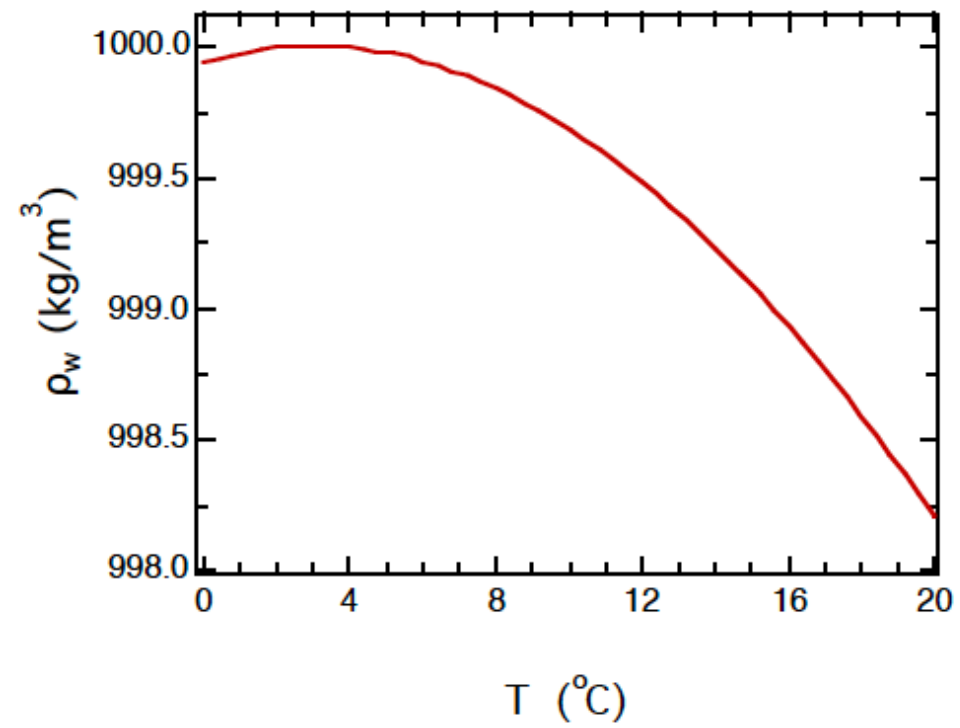
$$\text{ppm} = \frac{\text{μάζα συστατικού [mg]}}{\text{μάζα διαλύματος [kg]}}$$

και εξαρτάται από την πυκνότητα του νερού, ρ_w ως εξής:

$$\text{ppm} = \frac{\text{συγκέντρωση συστατικού [mg/L]}}{\rho_w \text{ [kg/L]}}$$

$$\rho_w \text{ [kg/L]} = \frac{\text{μάζα διαλύματος [kg]}}{\text{όγκος διαλύματος [L]}}$$

Η μονάδα ppm ισοδυναμεί με την μονάδα mg/L μόνον όταν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_w = 1 \text{ kg/L} = 1000 \text{ kg/m}^3$.



Σχήμα 2.5: Πυκνότητα του νερού σε συνάρτηση της θερμοκρασίας.

Μορφές γραμμομοριακών συγκεντρώσεων

(1) Γραμμομοριακή συγκέντρωση, M (molarity):

Εκφράζει τη συγκέντρωση του διαλυμένου συστατικού σε γραμμομόρια ανά λίτρο ή moles ανά λίτρο [mol/L]:

$$M \left[\frac{\text{mol}}{\text{L}} \right] = \frac{\text{moles συστατικού [mol]}}{\text{όγκος διαλύματος [L]}}$$

(2) Γραμμομοριακή συγκέντρωση ανά μάζα διαλύτη, m (molality):

Εκφράζει τη συγκέντρωση σε γραμμομόρια διαλυμένου συστατικού ανά 1000 g διαλύτη:

$$m \left[\frac{\text{mol}}{\text{kg}} \right] = \frac{\text{moles συστατικού [mol]}}{\text{μάζα διαλύτη [kg]}}$$

(3) Κανονικότητα N (normality):

Εκφράζει τη συγκέντρωση συστατικού σε χιλιοστογραμμοϊσοδύναμα ανά λίτρο (milliequivalents per liter [meq/L]):

$$N \left[\frac{\text{meq}}{\text{L}} \right] = \frac{\text{συγκέντρωση συστατικού [mg/L]}}{\text{Ισοδύναμο Βάρος [I.B.]}}$$

$$\text{I.B.} \left[\frac{\text{mg}}{\text{meq}} \right] = \frac{\text{Τυπικό Βάρος: A.B. ή M.B. [mg/mmol]}}{n [\text{meq/mmol}]}$$

όπου το n είναι ακέραιος αριθμός και εξαρτάται από τον τύπο αντίδρασης εκ της οποίας προέκυψε το ιόν (σε τυπικά ιόντα φυσικών νερών το n είναι ίσο με το σθένος του ιόντος, σε οξέα ή βάσεις είναι ίσο με τον αριθμό των H⁺ ή OH⁻ που αντιδρούν και σε οξειδοαναγωγικές αντιδράσεις είναι ίσο με τον αριθμό των μεταφερόμενων ηλεκτρονίων).

Πίνακας 1.2: Διάφορες τιμές του $n^\dagger$

n	Μεταθετικές Αντιδράσεις (οξέα, βάσεις, άλατα)	Οξειδοαναγωγικές Αντιδράσεις (οξειδωτικές, αναγωγικές ουσίες)
1	HCl, NaOH, NH ₃ , NaHPO ₄ (για το H ⁺)	FeSO ₄ (για Fe ²⁺ → Fe ²⁺)
2	H ₂ SO ₄ , Ca(OH) ₂ , FeSO ₄ , NaHPO ₄ (για το Na ⁺)	H ₂ S (για S ²⁻ → S)
3	Al(OH) ₃ , Na ₂ HPO ₄ (για το PO ₄ ³⁻)	KMnO ₄ (για MnO ₄ ⁻ → MnO ₂)
5		KMnO ₄ (για MnO ₄ ⁻ → Mn ²⁺)
6	Al ₂ (SO ₄) ₃	K ₂ Cr ₂ O ₇ (για Cr ₂ O ₇ ²⁻ → Cr ³⁺)

[†] Πηγή: Κλούρας (2002)

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η molarity και η normality ενός υδατικού διαλύματος σχετίζονται ως εξής:

$$N = n M$$

Ρυθμός και ταχύτητα μεταφοράς

(1) Ρυθμός μεταφοράς (ή ροής) γραμμομορίων:

Ο γραμμομοριακός ρυθμός μεταφοράς, N [mol/m²·s] περιγράφεται από τη σχέση:

$$N = N_A + N_B + \dots = \sum_{i=1}^k N_i$$

$$N_i = c_i u_i$$

όπου u_i [m/s] η ταχύτητα του συστατικού i σε σχέση με ένα ακίνητο παρατηρητή (άξονα).

(2) Μέση γραμμομοριακή ταχύτητα:

$$u^M = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^k N_i = \sum_{i=1}^k x_i u_i$$

$$N = c u^M$$

όπου $x_i = n_i/n = c_i/c$ [-] είναι το γραμμομοριακό κλάσμα.

(3) Ρυθμός μεταφοράς (ή ροής) μάζας:

Ο μαζικός ρυθμός μεταφοράς, $\dot{m}^n$ [kg/m²·s] περιγράφεται από τη σχέση:

$$\dot{m}^n = \dot{m}_A^n + \dot{m}_B^n + \dots = \sum_{i=1}^k \dot{m}_i^n$$

$$\dot{m}_i^n = \rho_i u_i$$

(4) Μέση μαζική ταχύτητα:

$$u^m = \sum_{i=1}^k \omega_i u_i$$

όπου $\omega_i = m_i/m = \rho_i/\rho$ [-] είναι το κλάσμα μάζας.

Ταχύτητα διάχυσης

Η *ταχύτητα διάχυσης* είναι η διαφορά της ταχύτητας ενός συστατικού από τη μέση ταχύτητα του μίγματος. Η ταχύτητα διάχυσης μπορεί να υπολογιστεί είτε σε σχέση με τη μέση γραμμομοριακή ταχύτητα είτε σε σχέση με τη μέση μαζική ταχύτητα.

(1) Γραμμομοριακή ταχύτητα διάχυσης:

Η ταχύτητα διάχυσης του συστατικού i σε σχέση με τη μέση γραμμομοριακή ταχύτητα

$$u_{i,\delta i\alpha\chi}^M = u_i - u^M$$

(3) Γραμμομοριακός ρυθμός διάχυσης:

Ο ρυθμός διάχυσης του συστατικού i που υπολογίζεται με τη μέση γραμμομοριακή ταχύτητα

$$J_i^M = c_i u_{i,\delta i\alpha\chi}^M$$

(2) Μαζική ταχύτητα διάχυσης:

Η ταχύτητα διάχυσης του συστατικού i σε σχέση με τη μέση μαζική ταχύτητα

$$u_{i,\delta i\alpha\chi}^m = u_i - u^m$$

(4) Μαζικός ρυθμός διάχυσης:

Ο ρυθμός διάχυσης του συστατικού i που υπολογίζεται με τη μέση μαζική ταχύτητα

$$j_i^m = \rho_i u_{i,\delta i\alpha\chi}^m$$

Εναλλακτικές εκφράσεις για το *ρυθμό μεταφοράς*

$$N_i = J_i^M + c_i u^M$$

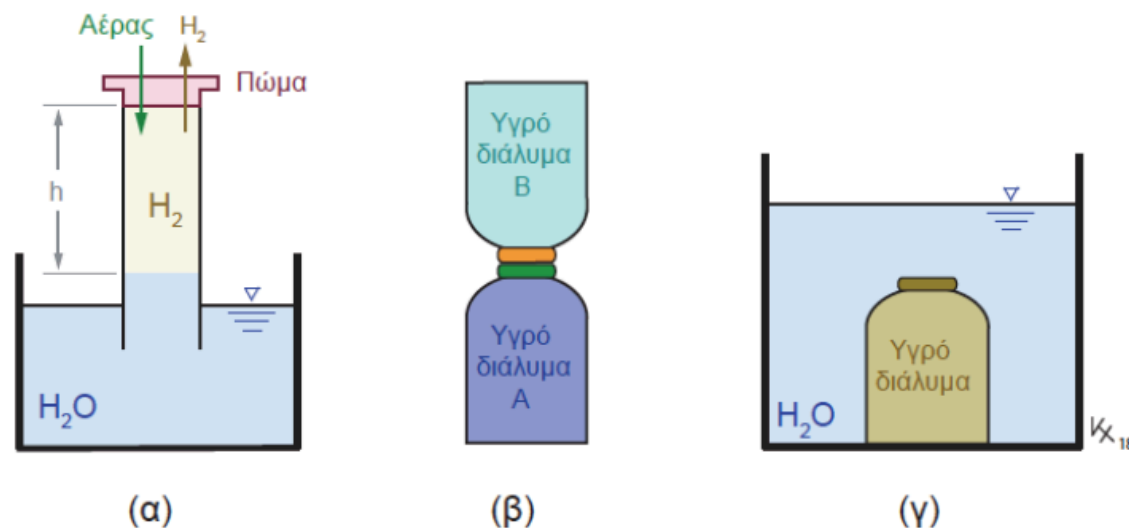
$$\dot{m}_i^n = j_i^m + \rho_i u^m$$

Πίνακας 1.4: Διάφορες εξισώσεις γραμμομορίων και μάζας.

Εξισώσεις γραμμομορίων		Εξισώσεις μάζας	
Γραμμομοριακή συγκέντρωση	$c_i = \frac{n_i}{V} \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right]$	Μαζική συγκέντρωση	$\rho_i = \frac{m_i}{V} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
Γραμμομοριακό κλάσμα	$x_i = \frac{c_i}{c} = \frac{n_i}{n}$	Κλάσμα μάζας	$\omega_i = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{m_i}{m}$
Λόγος γραμμομορίων	$X_i = \frac{c_i}{c - c_i} = \frac{x_i}{1 - x_i}$	Λόγος μαζών	$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho - \rho_i} = \frac{\omega_i}{1 - \omega_i}$
Μέση γραμμομοριακή ταχύτητα	$u^M = \sum_{i=1}^n x_i u_i \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	Μέση μαζική ταχύτητα	$u^m = \sum_{i=1}^n \omega_i u_i \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
Γραμμομοριακή ταχύτητα διάχυσης	$u_{i,\delta\alpha\chi}^M = u_i - u^M \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	Μαζική ταχύτητα διάχυσης	$u_{i,\delta\alpha\chi}^m = u_i - u^m \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
Γραμμομοριακός ρυθμός διάχυσης	$J_i^M = c_i u_{i,\delta\alpha\chi}^M \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$	Μαζικός ρυθμός διάχυσης	$j_i^m = \rho_i u_{i,\delta\alpha\chi}^m \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$
Ρυθμός μεταφοράς γραμμομορίων	$N_i = c_i u_i \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$ $N_i = J_i^M + c_i u^M \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$	Ρυθμός ροής μάζας	$\dot{m}_i^n = \rho_i u_i \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$ $\dot{m}_i^n = j_i^m + \rho_i u^m \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$

Πρωτοπόρα πειράματα διάχυσης

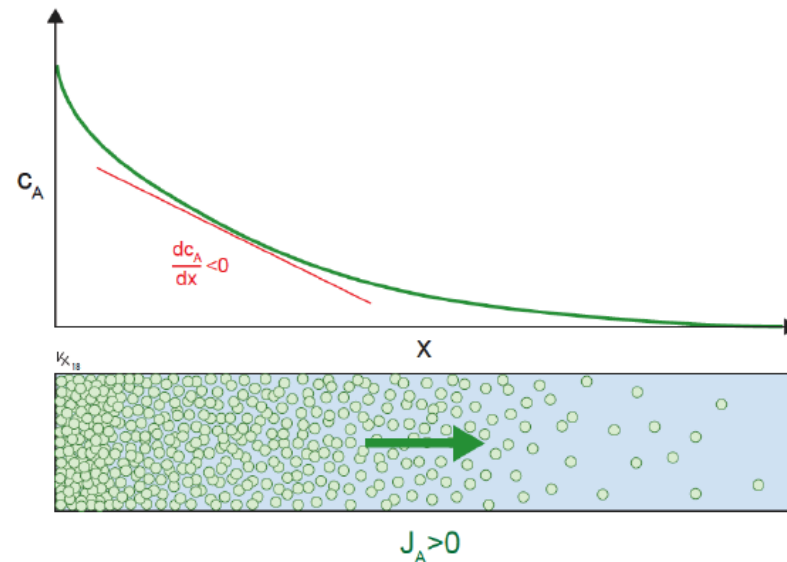
Ο Robert Brown παρατήρησε για πρώτη φορά το 1827 ότι πολύ μικρά σωματίδια αιωρούμενα στον αέρα ή στο νερό βρίσκονται σε μια συνεχή τυχαία κίνηση. Αργότερα, το 1833 ο Thomas Graham, προσδιόρισε ότι η διάχυση των αερίων είναι αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της πυκνότητας ή του μοριακού βάρους των αερίων.



Σχήμα 3.1: Εξοπλισμός που χρησιμοποίησε ο Graham πρωτοπόρα πειράματα διάχυσης: (α) αερίων, (β) υγρών διαλυμάτων με διαφορετικές συγκεντρώσεις και (γ) υγρού διαλύματος σε νερό (τροποποιημένο σχήμα από τον Cussler, 1984).

Διάχυση (Adolf Fick)

Η πρώτη ολοκληρωμένη μελέτη διάχυσης διαλυμένων στο νερό συστατικών έγινε από τον Adolf Fick, ο οποίος γεννήθηκε στις 3 Σεπτεμβρίου 1829.



Σχήμα 3.2: Ροή σωματιδίων λόγω μιας αρνητικής βαθμίδας συγκέντρωσης, c_A .

Πρώτος νόμος του Fick

Η εργασία του Fick για τη μελέτη της διάχυσης δημοσιεύτηκε το 1855 και ορίζει ότι

$$J_A = -\mathcal{D}_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial x}$$

$$\left[\frac{M}{t L^2} \right] = \left[\frac{L^2}{t} \right] \left[\frac{M/L^3}{L} \right]$$

όπου J_A [M/t·L²] είναι η ροή μάζας, στην κατεύθυνση x , του διαχεόμενου συστατικού A ανά μονάδα επιφάνειας κάθετης ροή (παροχή μάζας, mass flux), $\mathcal{D}_{AB}$ [L²/t] ο συντελεστής μοριακής διάχυσης του διαχεόμενου συστατικού A στο νερό (διαλύτη) B, και c_A [M/L³] η συγκέντρωση του διαλυμένου στο νερό συστατικού A.

Άλλες μορφές του πρώτου νόμου του Fick:

$$J_A^M = -c \mathcal{D}_{AB} \frac{\partial x_A}{\partial x}$$

όπου $x_A = c_A/c$ [-] είναι το γραμμομοριακό κλάσμα και c η ολική γραμμομοριακή συγκέντρωση.

$$j_A^m = -\rho \mathcal{D}_{AB} \frac{\partial \omega_A}{\partial x}$$

όπου $\omega_A = \rho_A/\rho$ [-] είναι το κλάσμα μάζας και ρ η ολική μαζική συγκέντρωση.

Δεύτερος νόμος του Fick

Ο Fick κατανοούσε πλήρως τη διαφορά μεταξύ της πραγματικής ισορροπίας (true equilibrium) και της σταθερής κατάστασης (steady state). Το 1855 παρουσίασε τη σχέση:

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \mathcal{D}_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}$$

Όταν ο συντελεστής μοριακής διάχυσης είναι μια μεταβλητή που εξαρτάται από το x :

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mathcal{D}_{AB}(x) \frac{\partial c_A}{\partial x} \right]$$

Σε σφαιρικές συντεταγμένες:

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \mathcal{D}_{AB} \left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c_A}{\partial r} \right)$$

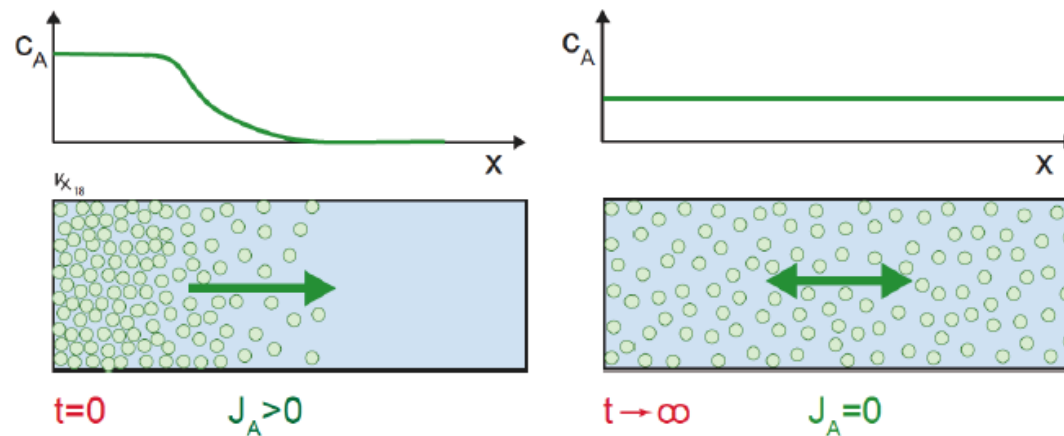
$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \mathcal{D}_{AB}(r) \frac{\partial c_A}{\partial r} \right]$$

Σε κυλινδρικές συντεταγμένες:

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \mathcal{D}_{AB} \left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_A}{\partial r} \right)$$

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mathcal{D}_{AB}(r) \frac{\partial c_A}{\partial r} \right]$$

Η διάχυση είναι η διεργασία με την οποία μεταφέρεται μάζα από ένα σημείο στο επόμενο, εξαιτίας της τυχαίας κίνησης των μορίων (random molecular motion). Επομένως, η διάχυση εξαρτάται από το μοριακό βάρος και δομή των μορίων και δεν είναι συνάρτηση της κατεύθυνσης (ίδια τιμή σε όλες τις κατευθύνσεις). Η διάχυση λαμβάνει χώρα όσο υπάρχει διαφορά συγκέντρωσης και δεν εξαρτάται από τη συνολική κίνηση του ρευστού.



Σχήμα 3.3: Η διάχυση του συστατικού A λαμβάνει χώρα ($J_A > 0$) όσο η βαθμίδα της συγκέντρωσης είναι αρνητική ($dc_A/dx < 0$).

Συντελεστές μοριακής διάχυσης στο νερό στους 25°C

Κατιόν	$\mathcal{D}_{AB}$ [10^{-6} cm ² /s]	Ανιόν	$\mathcal{D}_{AB}$ [10^{-6} cm ² /s]
Υδρογόνο, H ⁺	93,1	Υδροξείδιο, OH ⁻	52,7
Νάτριο, Na ⁺	13,3	Φθόριο, F ⁻	14,6
Κάλιο, K ⁺	19,6	Χλώριο, Cl ⁻	20,6
Μαγνήσιο, Mg ²⁺	7,06	Βρώμιο, Br ⁻	20,1
Ασβέστιο, Ca ²⁺	7,93	Υδροθειικό, HS ⁻	17,3
Μαγγάνιο, Mn ²⁺	6,88	Δισανθρακικό, HCO ₃ ⁻	11,8
Σίδηρος, Fe ²⁺	7,19	Ανθρακικό, CO ₃ ²⁻	9,55
Σίδηρος, Fe ³⁺	6,07	Θειικό, SO ₄ ²⁻	10,7

Παράδειγμα 3.1

Αέριο υδρογόνο βρίσκεται σε ένα μεταλλικό δοχείο το οποίο είναι σφραγισμένο με μια πλαστική μεμβράνη. Η συγκέντρωση του υδρογόνου στο εσωτερικό του δοχείου είναι $c_{in}=0,005 \text{ kmol/m}^3$ και στην εξωτερική πλευρά της μεμβράνης είναι $c_{out}=0,0015 \text{ kmol/m}^3$. Το πάχος της πλαστικής μεμβράνης είναι $L=5 \text{ mm}$ και ο συντελεστής διμερούς διάχυσης του υδρογόνου στο πλαστικό είναι $D_{AB}=0,009 \text{ m}^2/\text{s}$. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταφοράς του υδρογόνου διά μέσου της πλαστικής μεμβράνης. Θεωρήστε συνθήκες μόνιμης κατάστασης.

Λύση:

Αρχίζουμε με τη γενικευμένη μορφή του πρώτου νόμου του Fick (3.1):

$$J_{H_2} = -D_{AB} \frac{\partial c_{H_2}}{\partial x}$$

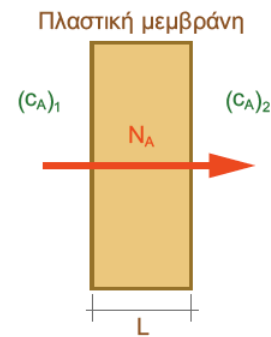
$$\Rightarrow N_{H_2} = J_{H_2} = -D_{AB} \frac{\Delta c_{H_2}}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow N_{H_2} = -D_{AB} \frac{\Delta(c_{H_2})_{out} - (c_{H_2})_{in}}{L} = -\left(0,009 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right) \frac{(0,0015 - 0,005) \text{ kmol/m}^3}{0,005 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow N_{H_2} = 0,0063 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2\text{s}} \quad .$$

Παράδειγμα 3.2

Μια λεπτή πλαστική μεμβράνη χρησιμοποιείται για να διαχωρίσει το ήλιο από ένα ρεύμα αέριου μίγματος. Σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης το ήλιο στην εσωτερική και εξωτερική πλευρά της μεμβράνης είναι $(c_A)_1=0,02$ και $(c_A)_2=0,005$ kmol/m³, αντίστοιχα (βλέπε Σχήμα Π3.2). Το πάχος της μεμβράνης είναι $L=1$ mm και ο διμερής συντελεστής διάχυσης του ηλίου στο πλαστικό είναι $\mathcal{D}_{AB}=10^{-9}$ m²/s. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταφοράς του ηλίου διά μέσου της μεμβράνης.



Σχήμα Π3.2: Διάχυση ηλίου διαμέσου πλαστικής μεμβράνης.

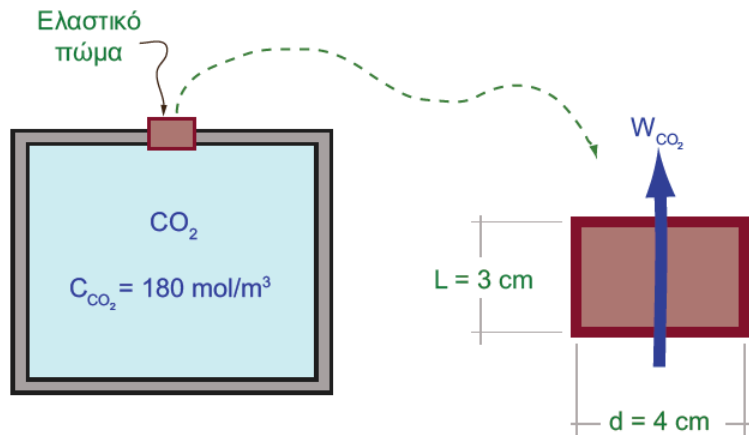
Λύση:

Βάσει του πρώτου νόμου του Fick (3.1) έχουμε:

$$\begin{aligned} N_A &= J_A = -\mathcal{D}_{AB} \frac{dc_A}{dx} \Rightarrow N_A = -\mathcal{D}_{AB} \frac{\Delta c_A}{\Delta x} \\ \Rightarrow N_A &= -\mathcal{D}_{AB} \frac{(c_A)_2 - (c_A)_1}{L} = -\left(10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right) \frac{(0,005 - 0,02) \text{ kmol/m}^3}{0,001 \text{ m}} \\ \Rightarrow N_{A,x} &= 1,5 \times 10^{-8} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2\text{s}} \quad . \end{aligned}$$

Παράδειγμα 3.3

Ένα γυάλινο δοχείο περιέχει διοξείδιο του άνθρακα υπό πίεση. Το δοχείο σφραγίζεται με ένα κυλινδρικό ελαστικό πώμα διαμέτρου $d=4\text{ cm}$ και πάχους $L=3\text{ cm}$, όπως φαίνεται στο Σχήμα Π3.3. Η γραμμομοριακή συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα στο δοχείο είναι $c_{\text{CO}_2}=180\text{ mol/m}^3$. Να βρεθεί ο αρχικός συνολικός ρυθμός απώλειας της μάζας του αερίου από το δοχείο διά μέσου του πώματος αν ο διμερής συντελεστής διάχυσης του διοξειδίου του άνθρακα στο ελαστικό πώμα είναι $\mathcal{D}_{\text{AB}}=1,1\times 10^{-10}\text{ m}^2/\text{s}$.



Σχήμα Π3.3: Γυάλινο δοχείο με κυλινδρικό ελαστικό πώμα. Το CO_2 διαχέεται διαμέσου του ελαστικού πώματος.

Λύση:

Θεωρούμε ότι η αρχική συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα έξω από το δοχείο είναι μηδενική. Επομένως, βάσει του νόμου του Fick, ο ρυθμός μεταφοράς του αερίου είναι:

$$N_{\text{CO}_2} = J_{\text{CO}_2} = -\mathcal{D}_{\text{AB}} \frac{\Delta c_{\text{CO}_2}}{L} = -\left(1,1\times 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right) \frac{(0-180)\text{mol/m}^3}{0,03\text{ m}}$$

$$\Rightarrow N_{\text{CO}_2} = 6,6\times 10^{-7} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Ο αρχικός συνολικός ρυθμός απώλειας της μάζας του αερίου υπολογίζεται:

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{CO}_2} &= N_{\text{CO}_2} S \\ S &= \frac{\pi d^2}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{\text{CO}_2} = \left(6,6\times 10^{-7} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right) \frac{\pi(0,04\text{ m})^2}{4}$$
$$\Rightarrow W_{\text{CO}_2} = 8,3\times 10^{-10} \frac{\text{mol}}{\text{s}} \cdot$$

Διάχυση σε αέρια

Η πιο απλή θεωρία για την κίνηση ενός αερίου βασίζεται στην **τυχαία κίνηση των μορίων** του αερίου.

Η **κινητική θεωρία των αερίων** βασίζεται σε τρεις απλές παραδοχές:

- (1) το αέριο αποτελείται από μόρια ομοιόμορφης μάζας τα οποία βρίσκονται σε αδιάκοπη τυχαία κίνηση,
- (2) η μέση απόσταση που διανύουν τα μόρια μεταξύ διαδοχικών κρούσεων είναι πολύ μικρότερη της διαμέτρου των μορίων και
- (3) οι κρούσεις των μορίων είναι ελαστικές, δηλαδή η κινητική ενέργεια των μορίων διατηρείται μετά την κρούση

Βάσει της κλασικής κινητικής θεωρίας των αερίων ο συντελεστής μοριακής διάχυσης μορίων αερίου A με μάζα m_A και διάμετρο d_A σε διαφορετικό αέριο B με μάζα m_B και διάμετρο d_B ο διμερής συντελεστής μοριακής διάχυσης αερίων περιγράφεται ως εξής:

$$\mathcal{D}_{AB} = \frac{0,001858}{P \sigma_{AB}^2 \Omega_{D,AB}} \left[T^3 \left(\frac{1}{(M.B.)_A} + \frac{1}{(M.B.)_B} \right) \right]^{1/2} \quad \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \right]$$

όπου $(M.B.)_A$ και $(M.B.)_B$ είναι το μοριακό βάρος των αερίων A και B, αντίστοιχα, P [atm] είναι η απόλυτη πίεση, σ_{AB} [Angstrom] η διάμετρος κρούσης και $\Omega_{D,AB}$ [-] το ολοκλήρωμα κρούσης.

Αναγωγή σε διαφορετική T και P

Αναγωγή σε διαφορετική T και P γίνεται με ικανοποιητική ακρίβεια από τη σχέση:

$$\left(\mathcal{D}_{AB}\right)_{P_2,T_2} = \left(\mathcal{D}_{AB}\right)_{P_1,T_1} \left(\frac{P_1}{P_2}\right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1,8}$$