

ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ

Διδάσκων: Κωνσταντίνος Χρυσικόπουλος, Καθηγητής

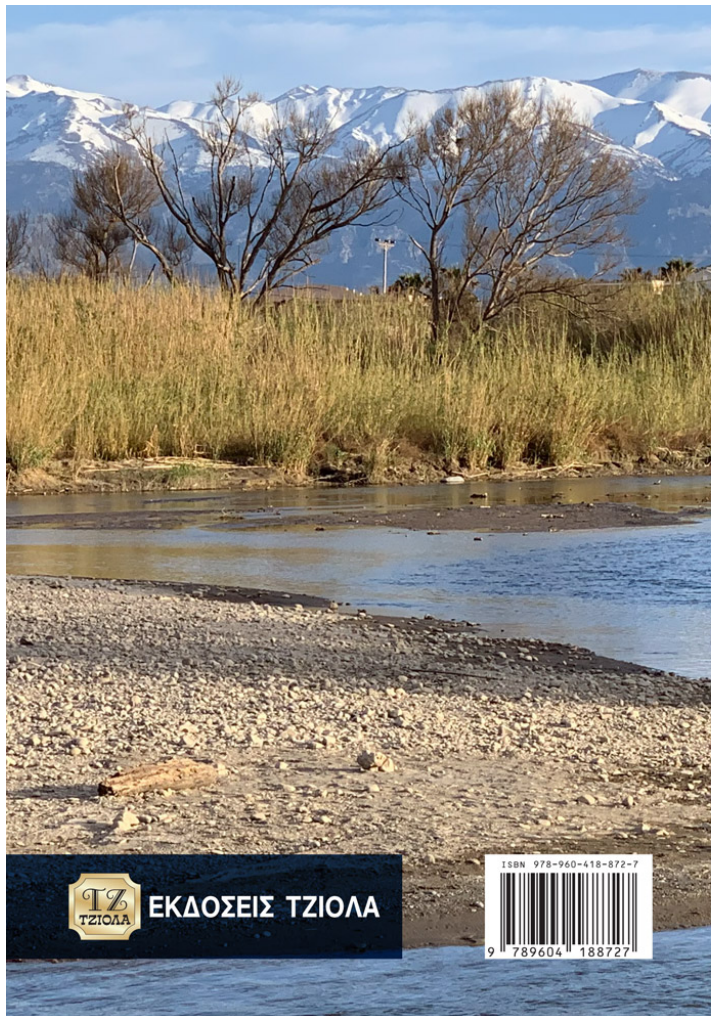
Φροντιστηριακές Ασκήσεις: Αφροδίτη Παπαδοπούλου, ΕΕΔΙΠ II

Απαιτήσεις Μαθήματος:
εξέτασης

70% Βαθμός γραπτής τελικής
30% Ασκήσεις

Διδακτικά Βοηθήματα :

- Κωνσταντίνος Χρυσικόπουλος, **Φαινόμενα Μεταφοράς** στο Υπέδαφος και σε Περιβαλλοντικά Συστήματα, Εκδόσεις Τζιόλα, 2020.
- Πανεπιστημιακές Σημειώσεις (παραδόσεις στην αίθουσα διδασκαλίας: e-class)

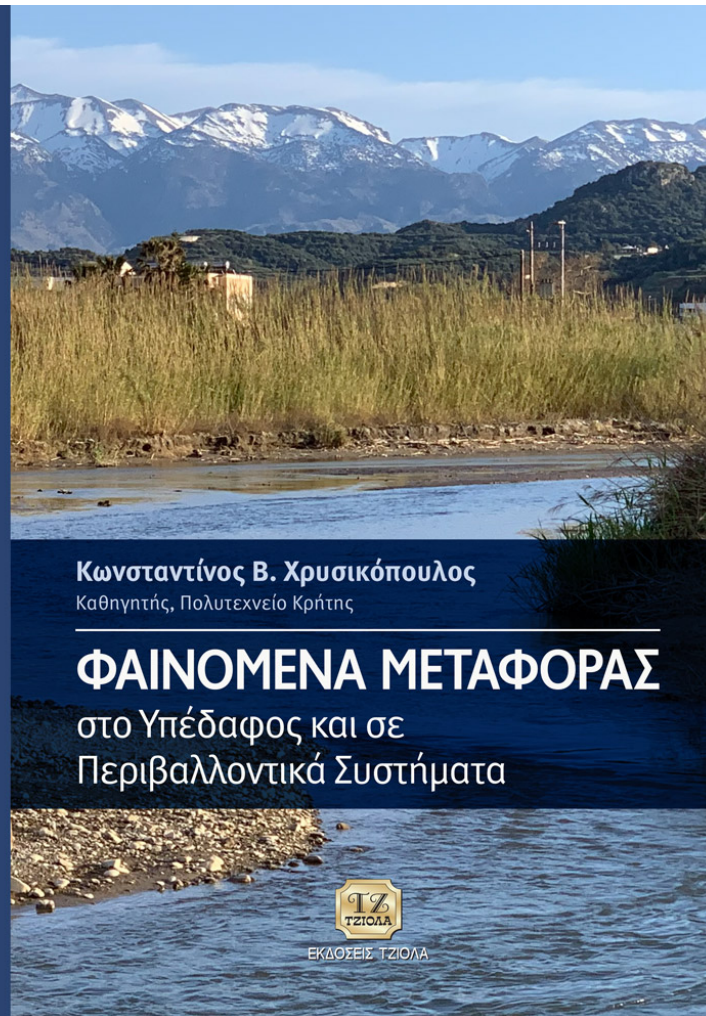


Κ. Β. Χρυσικόπουλος

ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ
στο Υπέδαφος και σε Περιβαλλοντικά Συστήματα



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΤΖΙΟΛΑ



Κωνσταντίνος Β. Χρυσικόπουλος
Καθηγητής, Πολυτεχνείο Κρήτης

ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ
στο Υπέδαφος και σε
Περιβαλλοντικά Συστήματα



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ

Τα συστήματα όπου η ύλη υφίσταται αλλαγές στη σύσταση, την ενέργεια και τη μορφολογική δομή βρίσκονται εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας.

Το βασικό εργαλείο για την ανάλυση των συστημάτων αυτών είναι τα **φαινόμενα μεταφοράς**.

Περιεχόμενα

1. Βασικές έννοιες

- 1.1 Εισαγωγή στα φαινόμενα μεταφοράς
- 1.2 Συγκέντρωση
- 1.3 Ομοιότητες στη μεταφορά ορμής, θερμότητας και μάζας

2. Μεταφορά Μάζας

- 2.1.1 Μηχανισμοί μεταφοράς μάζας
- 2.2 Διάχυση
 - Συντελεστής διάχυσης
 - Διάχυση σε υγρά
 - Διάχυση σε μόνιμη κατάσταση
 - Διάχυση σε μη-μόνιμη κατάσταση
 - Διάχυση σε χημική αντίδραση
 - Διάχυση σε χημική αντίδραση σε πορώδες στερεό
- 2.3 Ισοζύγιο μάζας
- 2.4 Στοιχειώδης όγκος ελέγχου
- 2.5 Μονοδιάστατη διάχυση σε μόνιμη κατάσταση
- 2.6 Ισογραμμομοριακή αντιδιάχυση σε διμερές μίγμα αερίων
- 2.7 Διάχυση σε στάσιμο αέριο σε μόνιμη κατάσταση
- 2.8 Ρυθμός εξάτμισης
- 2.9 Θεωρία του υμένα
- 2.10 Γενική εξίσωση μεταφοράς
- 2.11 Αναλυτικές λύσεις απλών συστημάτων
- 2.12 Εφαρμογές
 - Μεταφορά μάζας με εξαναγκασμένη συναγωγή
 - Μεταφορά μάζας από κηλίδα μη-υδατικής φάσης

3. Μεταφορά Θερμότητας

- 3.1 Μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας
 - Αγωγή
 - Συναγωγή
 - Ακτινοβολία
- 3.2 Μονοδιάστατη αγωγή σε μόνιμη κατάσταση
- 3.3 Αγωγή με σύγχρονη παραγωγή
- 3.4 Μεταβλητός ρυθμός παραγωγής θερμότητας
- 3.5 Πολυδιάστατη αγωγή θερμότητας

Τα φαινόμενα μεταφοράς περιλαμβάνουν:

Τη μεταφορά θερμότητας (ενέργειας)

Τη μεταφορά μάζας

Τη μεταφορά ορμής (ροή ρευστών)

(Ορμή ορίζεται το γινόμενο της μάζας του αντικειμένου επί την ταχύτητα του)

Τα τρία είδη μεταφοράς συχνά συνυπάρχουν σε λειτουργίες/ διεργασίες (π.χ. απόσταξη)

Η μεταφορά μάζας είναι πιο πολύπλοκο φαινόμενο σε σύγκριση με τα άλλα δύο φαινόμενα μεταφοράς γιατί συνήθως **υπάρχει διάχυση περισσότερων του ενός συστατικών** (με διαφορετικές για κάθε συστατικό ταχύτητες διάχυσης) σε ένα μίγμα, το οποίο μπορεί επίσης να κινείται μακροσκοπικά με μια μέση ταχύτητα.

Γιατί τα μελετάμε μαζί;

Σε πολλές περιπτώσεις συμβαίνουν μαζί.

Οι βασικές εξισώσεις που τα περιγράφουν έχουν πολλές ομοιότητες.

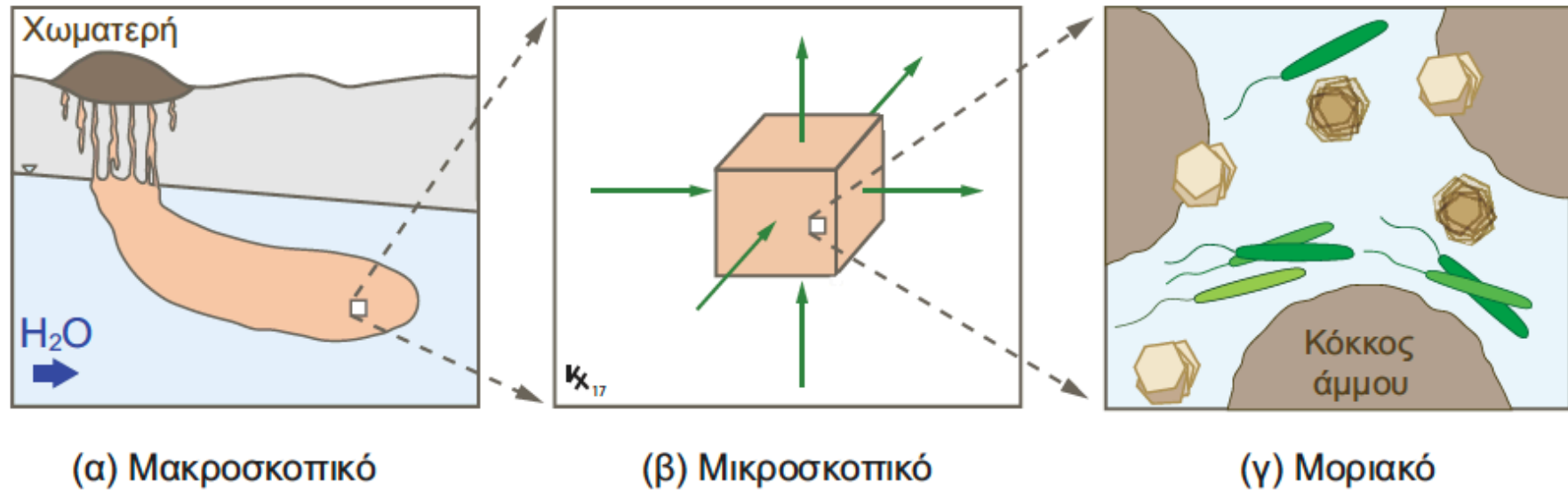
Οι μοριακοί μηχανισμοί που εξηγούν τα διάφορα φαινόμενα μεταφοράς έχουν πολλές ομοιότητες.

Πίνακας 1.1: Διάφορα είδη μεταφοράς

Είδος μεταφοράς (Ω)	Κινητήρια δύναμη ($\partial\Omega / \partial x$)	Εξίσωση ρυθμού μεταφοράς	Συντελεστής αναλογίας (Λ)	Μονάδες ρυθμού μεταφοράς	Ονομασία
Μάζα (m)	Βαθμίδα συγκέντρωσης ($\partial c / \partial x$)	$J_m = -D \frac{\partial c}{\partial x}$	Μοριακή διάχυσης D [m^2/s]	$\left[\frac{kg}{m^2 \cdot s} \right]$	Νόμος του Fick
Ενέργεια (θερμότητα, h)	Βαθμίδα θερμοκρασίας ($\partial T / \partial x$)	$J_h = -k_h \frac{\partial T}{\partial x}$	Θερμική αγωγιμότητα k_h [$J/(s \times m \times K)$]	$\left[\frac{J}{m^2 \cdot s} \right]$	Νόμος του Fourier
Ορμή (n)	Βαθμίδα ταχύτητας ($\partial u / \partial x$)	$J_n = -\mu \frac{\partial u}{\partial x}$	Δυναμικό ιξώδες μ [$kg/(m \times s)$]	$\left[\frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$	Νόμος του Newton
Όγκος (v)	Βαθμίδα πίεσης ($\partial P / \partial x$)	$J_v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$	Διαπερατότητα k/μ [$s \times m^3/kg$]	$\left[\frac{m}{s} \right]$	Νόμος του Darcy
Ηλεκτρισμός (e)	Βαθμίδα ηλεκτρικής τάσης ($\partial V_e / \partial x$)	$J_e = -\sigma \frac{\partial V_e}{\partial x}$	Ηλεκτρική αγωγιμότητα σ [$C^2/(s \times m \times J)$]	$\left[\frac{C}{m^2 \cdot s} \right]$	Νόμος του Ohm

Τα φαινόμενα μεταφοράς μπορούν να μελετηθούν σε τρία επίπεδα:

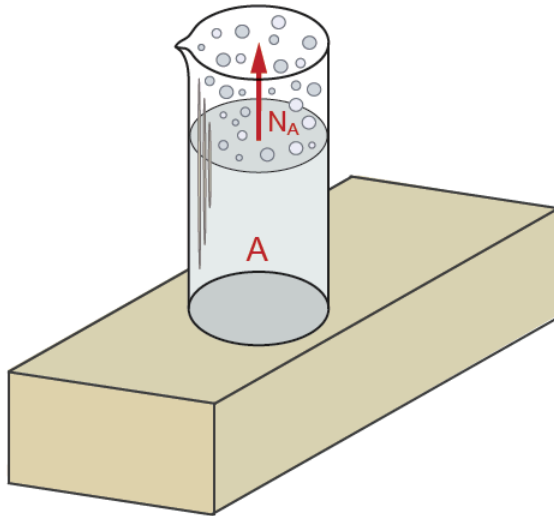
- (1) Μακροσκοπικό:** Αναπτύσσουμε **μακροσκοπικά ισοζύγια** (δεν ασχολούμαστε με τις λεπτομέρειες του συστήματος).
- (2) Μικροσκοπικό:** Εξετάζουμε τι συμβαίνει σε μια πολύ **μικρή περιοχή του ρευστού**. Ο σκοπός είναι να πάρουμε πληροφορίες για το προφίλ της ταχύτητας, T , P και συγκέντρωσης μέσα στο σύστημα.
- (3) Μοριακό:** Επιζητούμε την κατανόηση των **θεμελιωδών μηχανισμών** μεταφοράς μάζας, ενέργειας και ορμής (π.χ. πώς αλλάζουν οι μηχανισμοί λόγω της μοριακής δομής και των ενδομοριακών δυνάμεων).



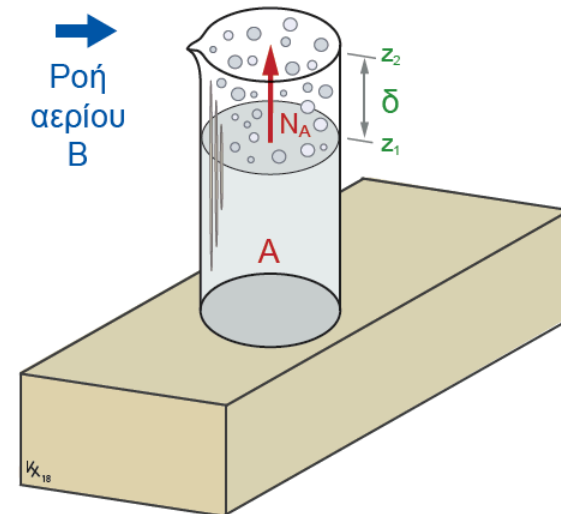
Σχήμα 1.1: Σχηματική απεικόνιση των τριών επίπεδων μελέτης των φαινομένων μεταφοράς.

Μηχανισμοί μεταφοράς μάζας

Μεταφορά μάζας με διάχυση, όπου μερικά συστατικά κινούνται λόγω της ελεύθερης κίνησης των μορίων, χωρίς μακροσκοπικά να παρατηρείται ροή



Η μεταφορά μάζας με συναγωγή οφείλεται στην κίνηση του ρευστού που επιτρέπει τη μεταφοράς ύλης από περιοχές υψηλών συγκεντρώσεων σε περιοχές χαμηλών συγκεντρώσεων (και αντίστροφα) οδηγώντας το σύστημα σε ισορροπία



Συναγωγή

Συναγωγή είναι ο κύριος μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας στα ρευστά, όπου η ύλη μπορεί να μετακινηθεί ελεύθερα. Καθώς στοιχεία μάζας του ρευστού μετακινούνται από μια περιοχή σε άλλη, μεταφέρουν με τη μάζα τους (συνάγουν) όλες τους τις ιδιότητες:

την ορμή τους,
τη θερμική τους ενέργεια,
τα συστατικά τους.

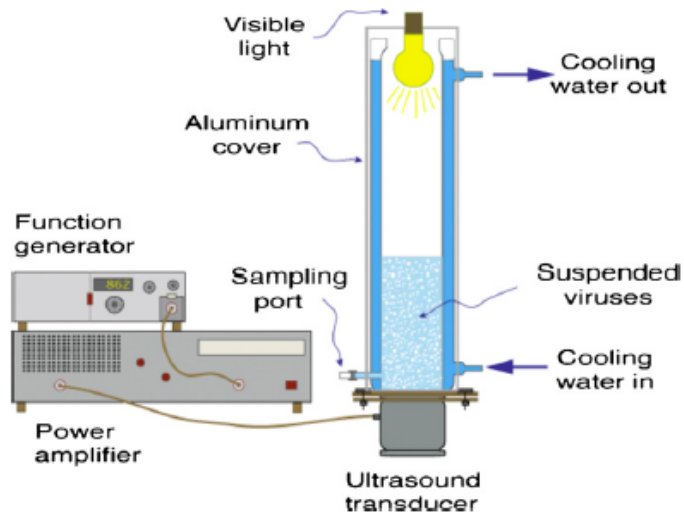
Ο μηχανισμός μεταφοράς ορμής, θερμότητας και μάζας με συναγωγή είναι ο ίδιος και περιγράφεται με παρόμοια μεθοδολογία και παρόμοιες σχέσεις υπολογισμού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Εναλλάκτες Θερμότητας

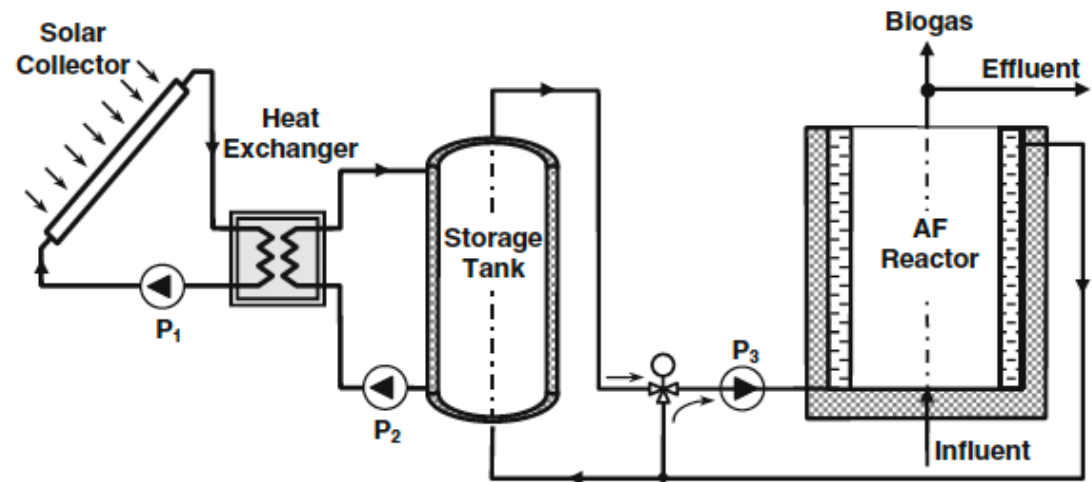
Αντιδραστήρας με σύστημα υπερήχων

(Η συσκευή υπερήχων ανεβάζει τη θερμοκρασία του υγρού ώστε να πρέπει να χρησιμοποιηθεί εναλλάκτης θερμότητας)



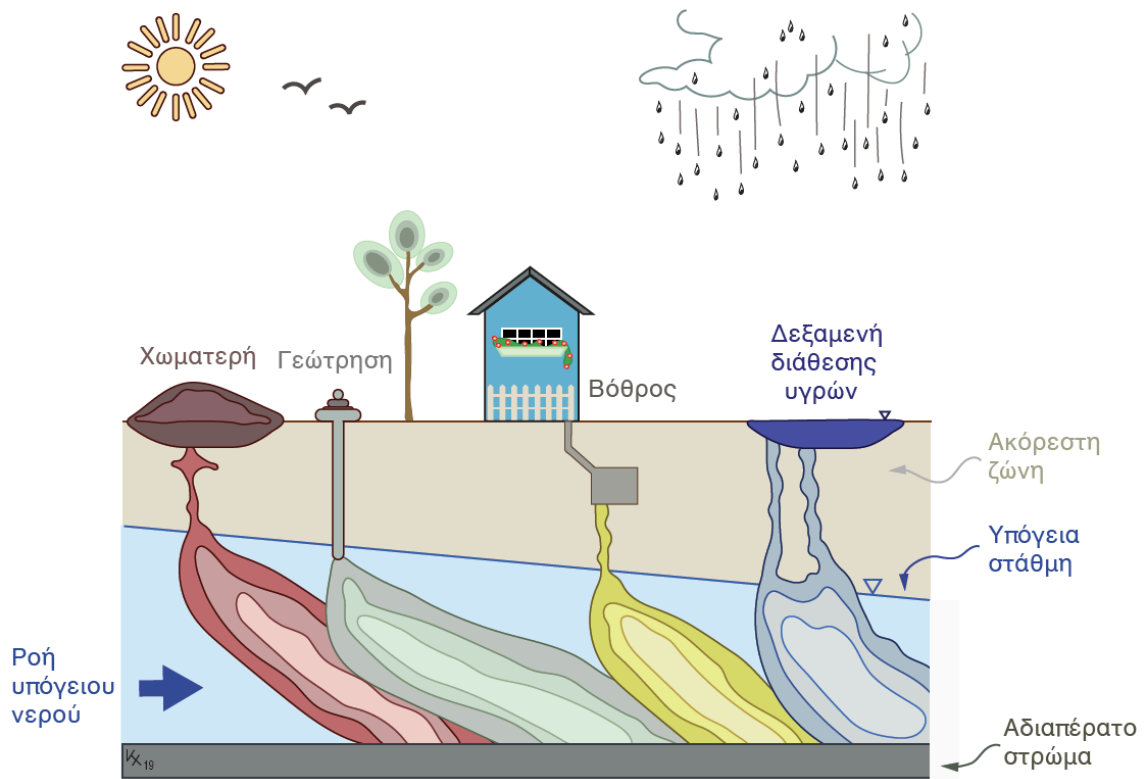
Επεξεργασία λυμάτων με αντιδραστήρες που καταναλώνουν ηλιακή ενέργεια

(Η απόδοση του αντιδραστήρα αυξάνει με την άνοδο της θερμοκρασίας, η οποία κοντρολάρεται με την εισροή ζεστού νερού στα εσωτερικά τοιχώματα του αναερόβιου αντιδραστήρα. Το νερό ζεσταίνεται με ηλιακούς συλλέκτες.)

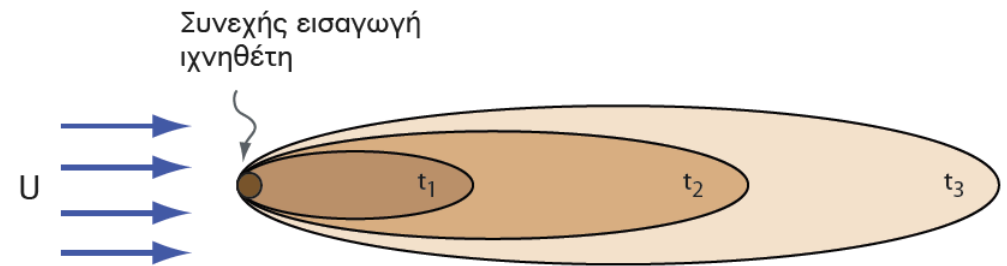


2. Μεταφορά ρύπων στο υπέδαφος

Μόλυνση του υπεδάφους με ιούς και βακτήρια



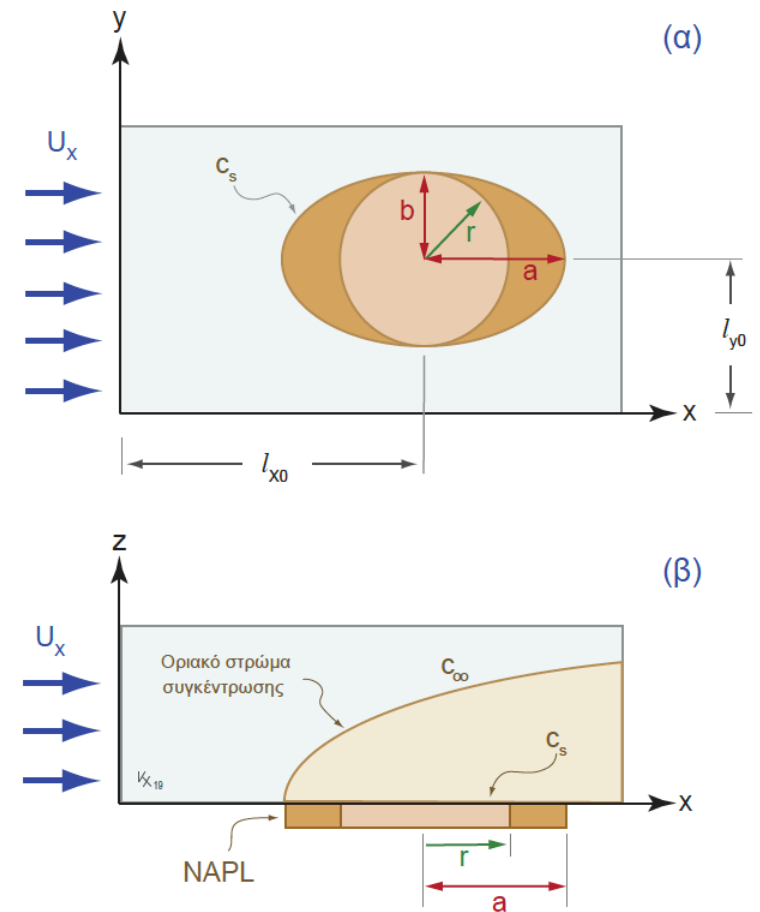
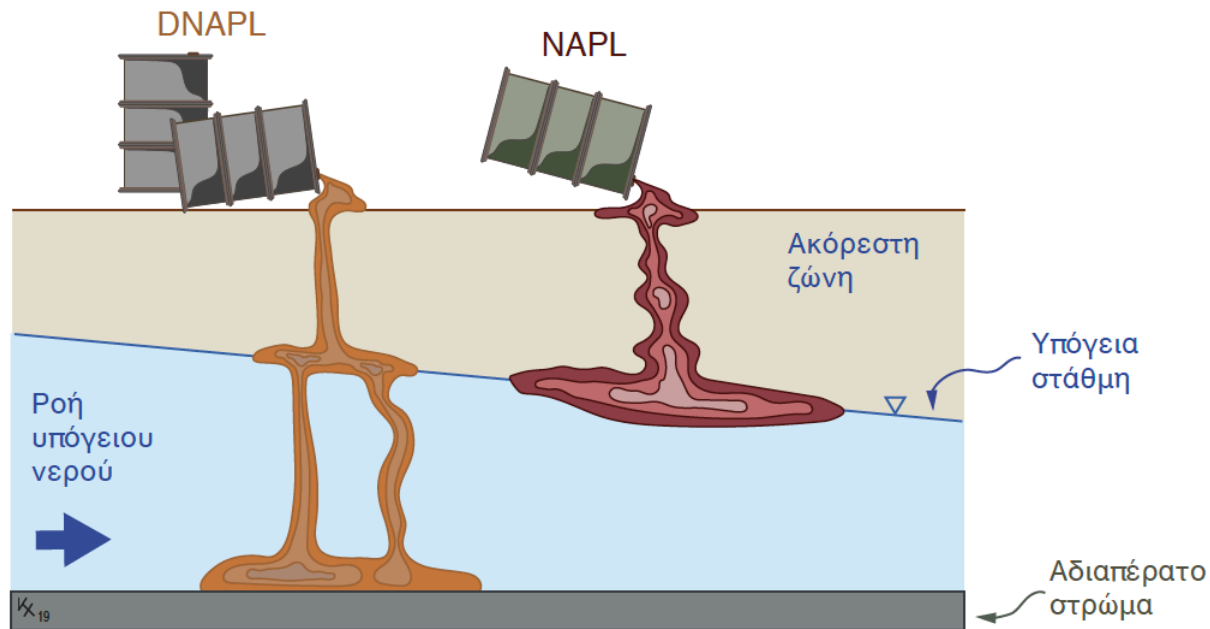
Μόνιμη σημειακή πηγή



Το πλούμιο μεγαλώνει με το χρόνο

3. Διάλυση υγρών μη υδατικής φάσης στο υπέδαφος

Διαρροή πυκνών υγρών μη υδατικής φάσης στο υπέδαφος

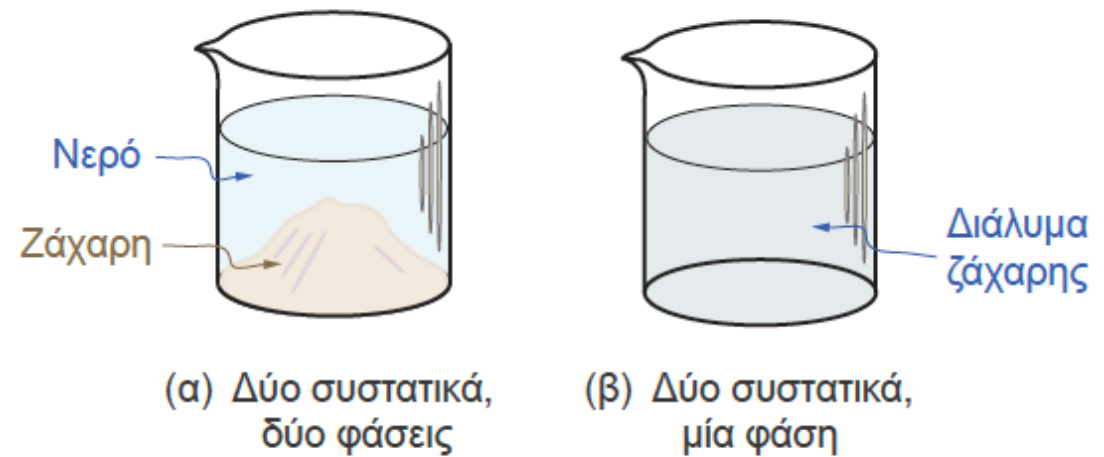


ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ρευστό (fluid): Μια ποσότητα της ύλης που έχει την ικανότητα να ρέει και να παίρνει το σχήμα του δοχείου που το περιέχει (υγρά και αέρια).

Φάση (phase): Ένα ομογενές τμήμα του συστήματος διαχωριζόμενο από άλλα μέρη με φυσικά όρια. (αέριο, υγρό, στερεό).

Συστατικό (component): Ένα ομογενές τμήμα της ύλης με καθορισμένη χημική σύσταση.



Θερμοκρασία

(Celsius °C, Fahrenheit °F, Kelvin K, Rankine °R)

$$^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$$

$$^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C}$$

$$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$$

Παράδειγμα 1.1

Να βρεθεί η θερμοκρασία T , για την οποία οι δύο κλίμακες Κελσίου [$^{\circ}\text{C}$] και Φαρενάιτ [$^{\circ}\text{F}$] θα έχουν την ίδια τιμή. Δηλαδή $T [^{\circ}\text{C}] = T [^{\circ}\text{F}]$.

Λύση:

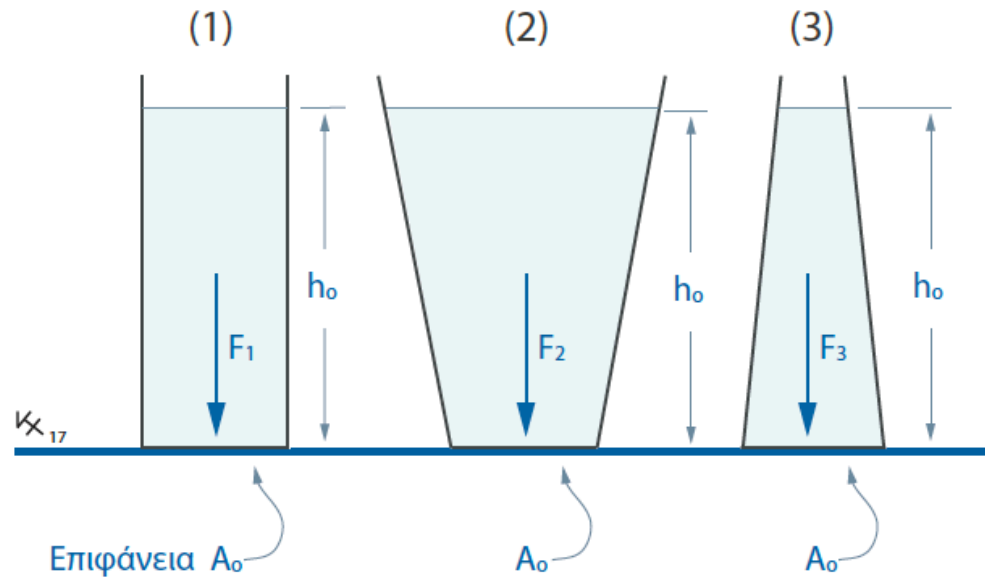
$$\left. \begin{array}{l} ^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} \\ ^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{C} = T \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{32}{1 - 9/5}$$

$$\Rightarrow T = -40 ^{\circ}\text{F} = -40 ^{\circ}\text{C} \cdot$$

Πίεση

$$P = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right], [\text{Pa}]$$

Υδροστατική πίεση: $P_h = \rho g h$



Υδροστατικό παράδοξο: και στις τρεις περιπτώσεις η δύναμη που ασκείται στον πυθμένα του δοχείου είναι ίδια.

Παράδειγμα 1.2

Να βρεθεί η σχετική πίεση που ασκείται στον πυθμένα δεξαμενής νερού ύψους 3,5 m. Θεωρήστε ότι $g=9,807 \text{ m/s}^2$ και $\rho_w=997 \text{ kg/m}^3$ στους 25°C .

Λύση:

$$P = \rho_w gh = \left(997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(9,807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (3,5 \text{ m})$$

$$\Rightarrow P = \left(34.221,5 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right) \left(\frac{\text{kPa}}{10^3 \text{ Pa}} \right)$$

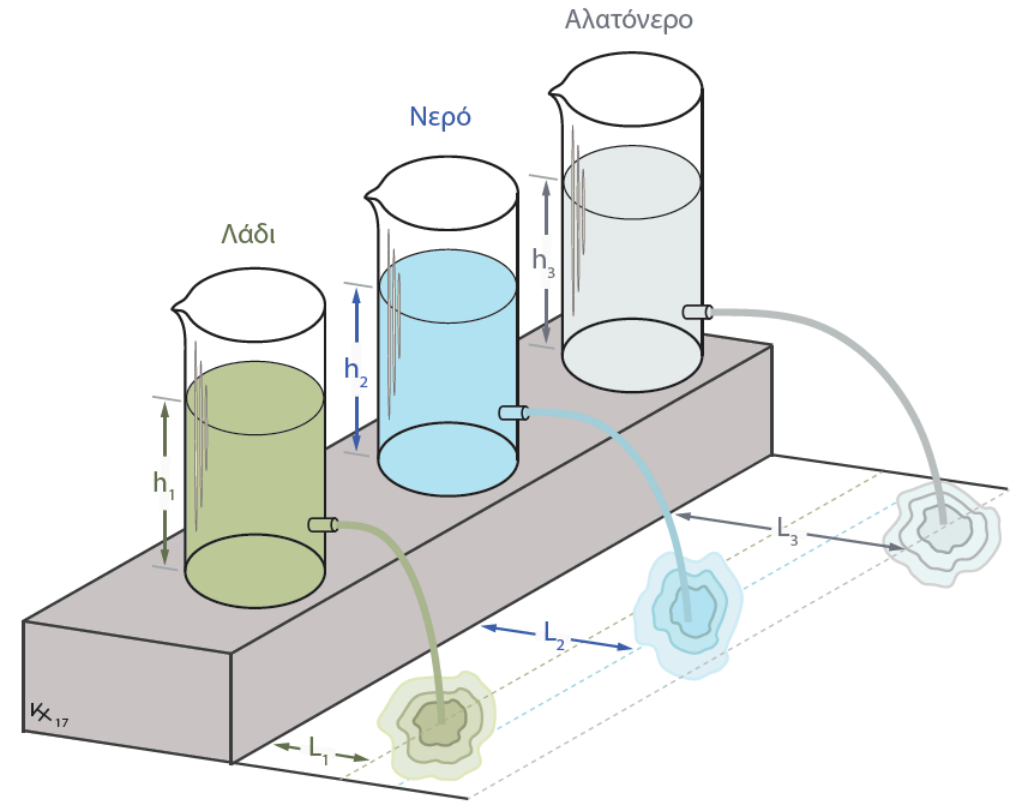
$$\Rightarrow P = 34,2 \text{ kPa} \quad \bullet$$

Παράδειγμα 1.3

Τρία ομοιόμορφα δοχεία περιέχουν λάδι, νερό και αλατόνερο, αντίστοιχα (βλέπε Σχήμα Π1.3). Το κάθε δοχείο έχει μια τρυπούλα από την οποία το ρευστό εξέρχεται διαγράφοντας καμπύλη τροχιά η οποία συναντά το έδαφος σε απόσταση L από το τοίχωμα του δοχείου. Οι τρεις τρύπες απέχουν από την ελεύθερη επιφάνεια την ίδια απόσταση ($h_1 = h_2 = h_3$). Από ποια τρυπούλα το υγρό θα πεταχτεί μακρύτερα;

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι η πυκνότητα του αλατόνερου είναι μεγαλύτερη από αυτή του νερού και η πυκνότητα του νερού είναι μεγαλύτερη από αυτή του λαδιού ($\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$). Επομένως, η πίεση, $P = \rho gh + P_{\text{atm}}$, θα είναι μεγαλύτερη στην τρυπούλα του δοχείου με το αλατόνερο. Κατά συνέπεια το αλατόνερο θα πεταχτεί μακρύτερα από το νερό και το νερό θα πεταχτεί μακρύτερα από το λάδι ($L_3 > L_2 > L_1$).



Σχήμα Π1.3: Εκτόξευση ρευστού από τρυπούλα σε δοχείο.

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ισορροπία: Σε ένα σύστημα το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία καμιά μεταβολή δεν είναι δυνατή χωρίς εξωτερική διαταραχή.

Ισορροπίες:

1. Θερμική (ομοιομορφία θερμοκρασίας)
2. Μηχανική (ισορροπία δυνάμεων) → κίνηση ρευστού
3. Σύσταση (ομοιομορφία σύστασης) → διάχυση
4. Χημική (ομοιομορφία χημικού δυναμικού) → χημική αντίδραση
5. Φάσεων (ομοιομορφία χημικού δυναμικού) → μεταφορά μάζας μεταξύ φάσεων

Θερμοδυναμικά Αξιώματα

(1) **Νόμος διατήρησης της ενέργειας.** Η ενέργεια μπορεί να μετατραπεί από μια μορφή σε άλλη, αλλά δεν είναι δυνατόν να δημιουργηθεί ενέργεια ούτε να καταστραφεί.

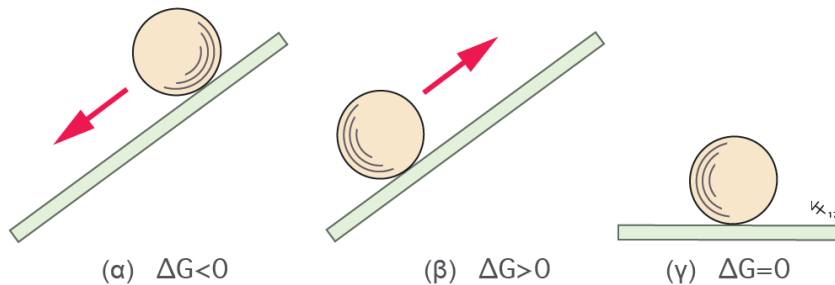
(2) Η **ελεύθερη ενέργεια Gibbs** εξετάζει το πόσο αυθόρμητη είναι μια διεργασία:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

Ελεύθερη ενέργεια
Gibbs [J]

Εντροπία (βαθμός αταξίας
σ' ένα σύστημα) [J/K]

Ενθαλπία ($H=U+PV$: εσωτερική ενέργεια
+ πίεση επί τον όγκο του συστήματος) [J]



$$\Delta G < 0$$

αυθόρμητη διεργασία

$$\Delta G > 0$$

δεν είναι αυθόρμητη διεργασία

$$\Delta G = 0$$

σύστημα σε ισορροπία

(3) Μια τέλεια κρυσταλλική ουσία σε θερμοκρασία 0 K έχει μηδενική εντροπία.

Νόμος Ιδανικών Αερίων

$$PV = nRT$$

P = απόλυτη πίεση

V = όγκος

n = αριθμός γραμμομορίων

R = 8,314 J / (K. mol) παγκόσμια σταθερά αερίων

T = απόλυτη θερμοκρασία

Παράδειγμα 1.5

Να βρεθεί η πυκνότητα του οξυγόνου (O₂) σε πίεση 9 atm και θερμοκρασία 200 °C.

Λύση:

$$\left. \begin{array}{l} PV = nRT \Rightarrow P = \frac{n}{V}RT \\ n = \frac{m}{M.B.} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{m}{V} \frac{RT}{M.B.} \Rightarrow P = \rho \frac{RT}{M.B.} \Rightarrow \rho = P \frac{M.B.}{RT}$$

$$\Rightarrow \rho = P \frac{M.B.}{RT} = (9 \text{ atm}) \frac{32 \text{ g/mol}}{\left(0,08205 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) (200+273) \text{ K}}$$

$$\Rightarrow \rho = 7,42 \frac{\text{g}}{\text{L}} \quad .$$

Νόμος Raoult

Για ιδανικά διαλύματα και συνδέει τη μερική πίεση ισορροπίας με την τάση ατμών.

Τάση ατμών: η πίεση που ασκούν οι ατμοί του υγρού όταν το υγρό και ο ατμός βρίσκονται σε ισορροπία (σε ορισμένη θερμοκρασία).

$$P_i^* = P_i x_i$$

P_i^* = μερική πίεση του i στο αέριο

P_i = τάση ατμών του καθαρού i

x_i = μοριακό κλάσμα διαλύματος

Νόμος του Dalton

Όταν και η αέρια φάση είναι ιδανικό μίγμα

$$P = P_1^* + P_2^* + P_3^* + \dots = (y_1 + y_2 + y_3 + \dots) P$$

y_i = μοριακό κλάσμα του i στην αέρια φάση

Νόμος Raoult-Dalton

Συνδυάζοντας τους νόμους Raoult και Dalton

$$P_i x_i = P y_i \Rightarrow y_i = \frac{P_i}{P} x_i$$

Νόμος του Henry

Ισχύει για αραιά διαλύματα

$$P_i^* = K_{H-pc} c_{L(i)}$$

K_{H-pc} [L²/t²] ή [(m³)_L × Pa/mol_{L(i)}] = σταθερά Henry

$c_{L(i)}$ [M/L³] ή [mol_{L(i)}/(m³)_L] = συγκέντρωση ισορροπίας

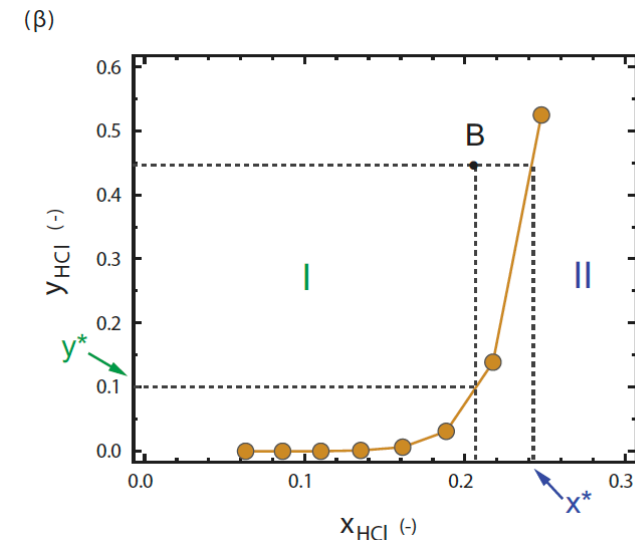
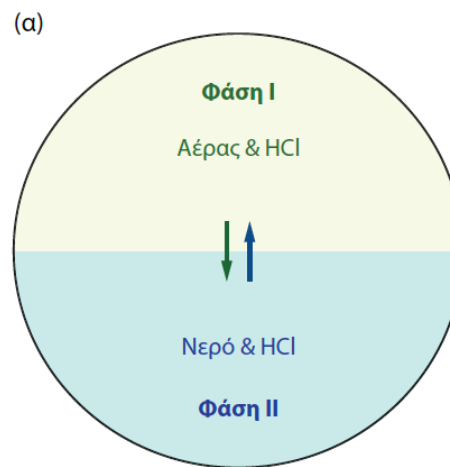
Πίνακας 1.3: Διάφορες μορφές του νόμου του Henry

Εξίσωση	Σταθερά Henry	Μονάδες σταθεράς Henry
$P_i^* = K_{H-pc} c_{L(i)}$	$K_{H-pc} = \frac{P_i^*}{c_{L(i)}} = \frac{P y_i}{c_{L(i)}}$	$\left[\frac{\text{mol}_{G(i)}/\text{mol}_G}{\text{mol}_{L(i)}/(\text{m}^3)_L} (\text{Pa}) \right] = \left[\frac{(\text{m}^3)_L \cdot \text{Pa}}{\text{mol}_{L(i)}} \right]$
$c_{L(i)} = K_{H-cp} P_i^*$	$K_{H-cp} = \frac{c_{L(i)}}{P_i^*} = \frac{c_{L(i)}}{P y_i}$	$\left[\frac{\text{mol}_{L(i)}/(\text{m}^3)_L}{(\text{mol}_{G(i)}/\text{mol}_G)(\text{Pa})} \right] = \left[\frac{\text{mol}_L}{(\text{m}^3)_L \cdot \text{Pa}} \right]$
$P_i^* = K_{H-px} x_i$	$K_{H-px} = \frac{P_i^*}{x_i} = \frac{P y_i}{x_i}$	$\left[\frac{\text{mol}_{G(i)}/\text{mol}_G}{\text{mol}_{L(i)}/\text{mol}_L} (\text{Pa}) \right] = [\text{Pa}]$
$c_{G(i)} = K_{H-cc} c_{L(i)}$	$K_{H-cc} = \frac{c_{G(i)}}{c_{L(i)}}$	$\left[\frac{\text{mol}_G/(\text{m}^3)_G}{\text{mol}_L/(\text{m}^3)_L} \right] = [-]$
$y_i = K_{H-yx} x_i$	$K_{H-yx} = \frac{y_i}{x_i}$	$\left[\frac{\text{mol}_{G(i)}/\text{mol}_G}{\text{mol}_{L(i)}/\text{mol}_L} \right] = [-]$

Μεταφορά μάζας μεταξύ δύο φάσεων

Ένα υδατικό διάλυμα υδροχλωρίου (φάση II) σε επαφή με αέριο μίγμα που περιέχει υδροχλώριο (φάση I).

$$y_{\text{HCl}} = \frac{\text{mol HCl}}{\text{mol αέριου μίγματος}}$$
$$x_{\text{HCl}} = \frac{\text{mol HCl}}{\text{mol υγρού μίγματος}}$$



Σχήμα 1.9: Μεταφορά μάζας σε σύστημα αέρα-νερού-υδροχλωρίου: (α) οι δύο φάσεις του συστήματος και (β) καμπύλη ισορροπίας των δύο φάσεων στους 20°C.

Όταν το B βρίσκεται πάνω από την καμπύλη ($y_{\text{HCl}} > y_{\text{HCl}}^*$) η μεταφορά γίνεται από τη φάση I στη φάση II
Όταν το B βρίσκεται κάτω από την καμπύλη ($y_{\text{HCl}} < y_{\text{HCl}}^*$) η μεταφορά γίνεται από τη φάση II στη φάση I