



ΜΠ 229: ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

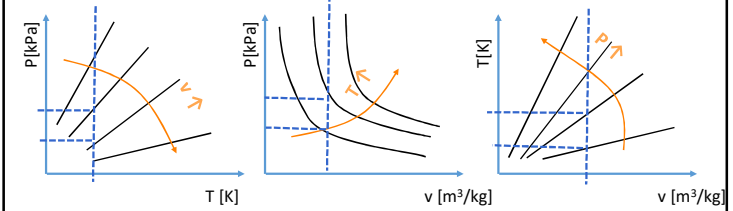
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 10

Αφροδίτη Παπαδοπούλου
Δρ. Χημικός Μηχανικός
afpapadopoulou@isc.tuc.gr

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική



Διάγραμματα P-T, P-v, T-v για Ιδανικά αέρια: $Pv=RT$



$$P = \frac{R}{V} T \Rightarrow P \propto T$$

$$v_1 < v_2 \Rightarrow \frac{1}{v_1} > \frac{1}{v_2} \Rightarrow P_1 > P_2$$

$$P = \frac{R}{V} T \Rightarrow P \propto \frac{1}{V}$$

$$T_1 < T_2 \Rightarrow P_1 < P_2$$

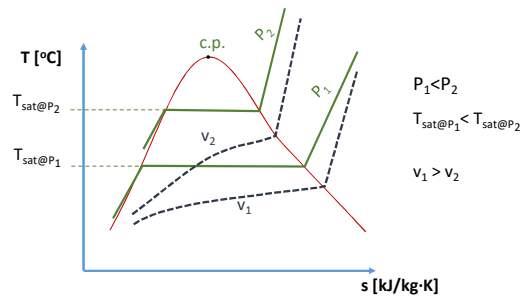
$$T = \frac{P}{R} v \Rightarrow T \propto v$$

$$P_1 < P_2 \Rightarrow T_1 < T_2$$

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική



Διάγραμμα T-s για περιπτώσεις αλλαγής φάσης:



$$P_1 < P_2$$

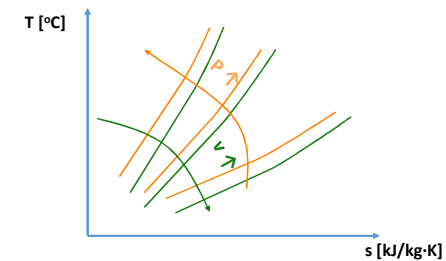
$$T_{sat@P_1} < T_{sat@P_2}$$

$$v_1 > v_2$$

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική



Διάγραμμα T-s για ιδανικά αέρια:



ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

Κύκλοι παραγωγής ισχύος των αερίων

Θερμικές μηχανές – παραγωγή έργου

$$\text{Βαθμός απόδοσης } \eta = \frac{W_{\text{net}}}{Q_{\text{in}}}$$

Εργαζόμενο μέσο: Αέρας

Παραδοχές Πρότυπου Αέρα

Ιδανικό αέριο : $Pv=RT$

Εσωτερικά αντιστρεπτικές διεργασίες

Καύση $\rightarrow Q_{\text{in}}$ από εξωτερική πηγή

Απαγωγή καυσαερίων $\rightarrow Q_{\text{out}}$ και επαναφορά αέρα στην αρχική κατάσταση

Πρότυπος κρύος αέρας
 c_p, c_v σταθερά σε $T=25^\circ\text{C}$ (Π Α2α)

Πρότυπος αέρας
 c_p, c_v μεταβλητές (Π Α17)

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Δίνονται δύο ιδανικοί κινητήρες, ένας που λειτουργεί ως ιδανικός κύκλος Otto με λόγο συμπίεσης 10 και ένας που λειτουργεί ως ιδανικός κύκλος Diesel με λόγο συμπίεσης 10 και λόγο αποκοπής 4. Και στις δύο περιπτώσεις το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας. Χρησιμοποιώντας τις παραδοχές του πρότυπου κρύου αέρα, ποιος κινητήρας παρουσιάζει μεγαλύτερη θερμική απόδοση; Να γίνουν τα σκαριφήματα των κύκλων σε διάγραμμα P-v και T-s.

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Δεδομένα

Ιδανικός κύκλος Otto με λόγο συμπίεσης $r=10$

Ιδανικός κύκλος Diesel με λόγο συμπίεσης $r=10$ και λόγο αποκοπής $r_c=4$

Παραδοχές

- Πρότυπος Κρύος αέρας $\Rightarrow c_p, c_v$ σταθερά
Πίνακας Α2α

Substance	Formula	Molar Mass	Gas constant	Spec. Heat at Const. Press.	Spec. Heat at Const. Vol.	Spec. Heat Ratio
GAS		$M, \text{ kg/kmol}$	$R, \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$	$c_p, \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$	$c_v, \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$	k
Air	--	28,970	0,2870	1,0050	0,7180	1,400

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

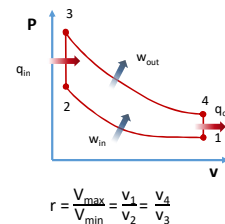
ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto
βενζινομηχανές

- 1→2 Ισεντροπική συμπίεση
- 2→3 Ισόχωρη προσθήκη θερμότητας
- 3→4 Ισεντροπική εκτόνωση
- 4→1 Ισόχωρη απόρριψη θερμότητας

Ιδανικός κύκλος Diesel
πετρελαιομηχανές

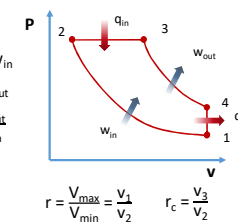
- 1→2 Ισεντροπική συμπίεση
- 2→3 Ισοβαρής προσθήκη θερμότητας
- 3→4 Ισεντροπική εκτόνωση
- 4→1 Ισόχωρη απόρριψη θερμότητας



$$W_{\text{net}} = W_{\text{out}} - W_{\text{in}}$$

$$W_{\text{net}} = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$$

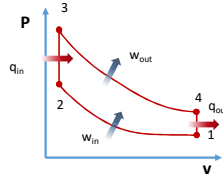
$$\eta = \frac{W_{\text{net}}}{Q_{\text{in}}} = 1 - \frac{Q_{\text{out}}}{Q_{\text{in}}}$$





ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto



$$r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$q_{in} = u_3 - u_2$$

$$W_{net} = W_{out} - W_{in}$$

$$W_{net} = q_{in} - q_{out}$$

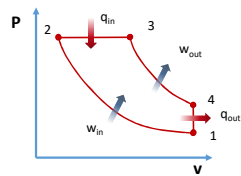
$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$$

$$W_{in} = u_2 - u_1$$

$$W_{out} = u_3 - u_4$$

$$q_{out} = u_4 - u_1$$

Ιδανικός κύκλος Diesel



$$r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$r_c = \frac{V_3}{V_2}$$

$$q_{in} = h_3 - h_2$$

Οι σχέσεις ισχύουν και για σταθερές και μη σταθερές c_p, c_v



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Για σταθερές c_p, c_v

$$\Delta u = c_v \Delta T$$

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

$$Pv^k = \text{σταθερό}$$

$$T v^{k-1} = \text{σταθερό}$$

όταν $s = \text{σταθ.}$

Για μεταβλητές c_p, c_v

$$\Delta u = u_j - u_i$$

$$\Delta h = h_j - h_i$$

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{P_{r,i}}{P_{r,j}} \quad \text{και Π. Α17}$$

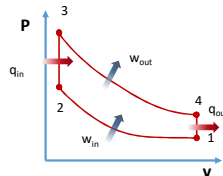
$$\frac{V_i}{V_j} = \frac{V_{r,i}}{V_{r,j}}$$

Από Π. Α17



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto



$$r = 10$$

$$q_{in} = u_3 - u_2 = c_v (T_3 - T_2)$$

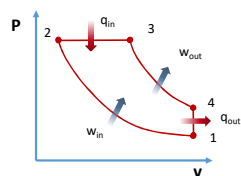
$$W_{in} = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$$

$$W_{out} = u_3 - u_4 = c_v (T_3 - T_4)$$

$$q_{out} = u_4 - u_1 = c_v (T_4 - T_1)$$

$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Ιδανικός κύκλος Diesel



$$r = 10$$

$$r_c = 4$$

$$q_{in} = h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2)$$

$$W_{in} = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$$

$$W_{out} = u_3 - u_4 = c_v (T_3 - T_4)$$

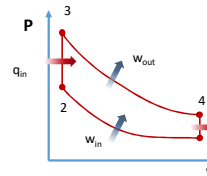
$$q_{out} = u_4 - u_1 = c_v (T_4 - T_1)$$

$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)}$$



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto $r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$



$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

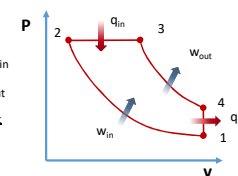
$$\eta = 1 - \frac{T_1(T_4/T_1 - 1)}{T_2(T_3/T_2 - 1)}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{r^{k-1}}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{r^{k-1}}$$

Ιδανικός κύκλος Diesel $r = \frac{V_1}{V_2}$

$$r_c = \frac{V_3}{V_2}$$



$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{c_p (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1(T_4/T_1 - 1)}{k T_2(T_3/T_2 - 1)}$$

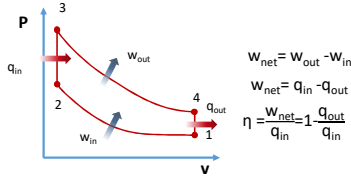
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{r^{k-1}}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{r_c}{r}\right)^{k-1}$$



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto $r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$



$$W_{net} = W_{out} - W_{in}$$

$$W_{net} = Q_{in} - Q_{out}$$

$$\eta = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

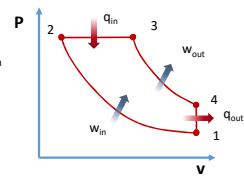
$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}}$$

Ιδανικός κύκλος Diesel

$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

$$r_c = \frac{V_3}{V_2}$$



$$\eta = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)}$$

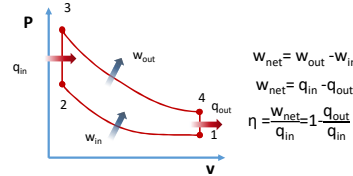
$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \left[\frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)} \right]$$

Οι σχέσεις ισχύουν μόνο για σταθερές c_p , c_v



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

Ιδανικός κύκλος Otto $r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$



$$W_{net} = W_{out} - W_{in}$$

$$W_{net} = Q_{in} - Q_{out}$$

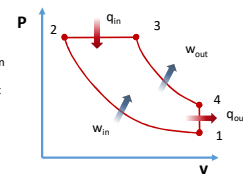
$$\eta = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{10^{1.4-1}} = 0.602$$

Ιδανικός κύκλος Diesel

$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

$$r_c = \frac{V_3}{V_2}$$



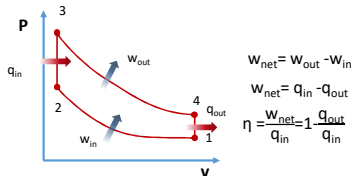
$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{10^{1.4-1}} \left[\frac{4^{1.4}-1}{1.4(4-1)} \right] = 0.435$$

Για ίδιο r : $\eta_{Otto} > \eta_{Diesel}$



ΑΣΚΗΣΗ 10.1:

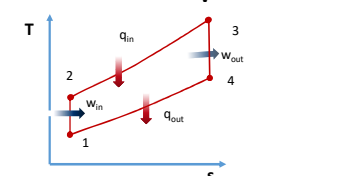
Ιδανικός κύκλος Otto $r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$



$$W_{net} = W_{out} - W_{in}$$

$$W_{net} = Q_{in} - Q_{out}$$

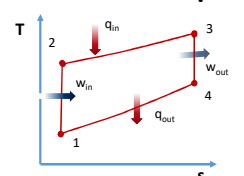
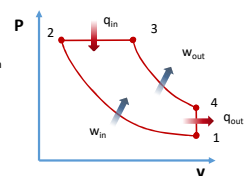
$$\eta = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$



Ιδανικός κύκλος Diesel

$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

$$r_c = \frac{V_3}{V_2}$$



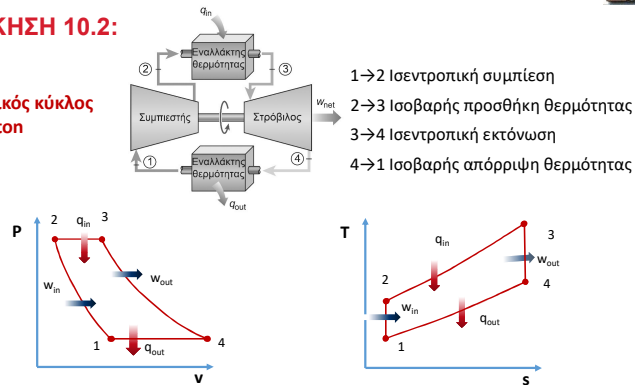
ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ισχύος που λειτουργεί με αεριοστρόβιλο, λειτουργεί με τον απλό κύκλο Brayton μεταξύ των ορίων πίεσης 100 και 1200 kPa. Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας, που εισέρχεται στο συμπιεστή στους 300K με ρυθμό 150 m³/min και εισέρχεται στον στρόβιλο στους 1200K. Χρησιμοποιώντας μεταβλητές ειδικές θερμότητες για τον αέρα και υποθέτοντας μια ισεντροπική απόδοση 82% για τον συμπιεστή και μια ισεντροπική απόδοση 88% για τον στρόβιλο, να προσδιοριστούν (α) η συνολική ισχύς εξόδου (β) ο λόγος επιστροφής έργου και (γ) η θερμική απόδοση.

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Ιδανικός κύκλος
Brayton

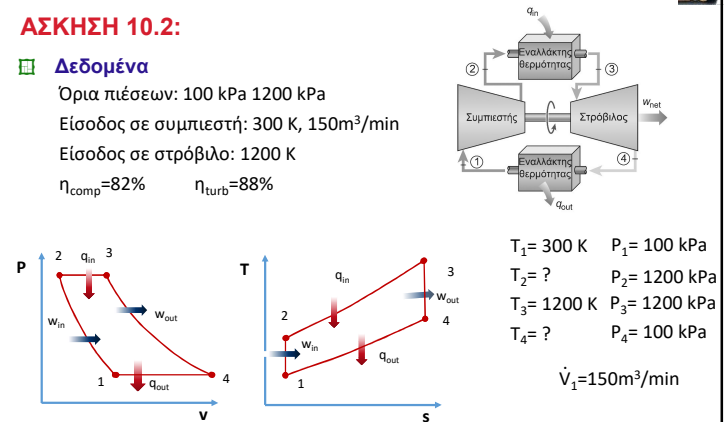


ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Δεδομένα

Όρια πιέσεων: 100 kPa 1200 kPa
Είσοδος σε συμπιεστή: 300 K, 150m³/min
Είσοδος σε στρόβιλο: 1200 K
 $\eta_{comp}=82\%$ $\eta_{turb}=88\%$



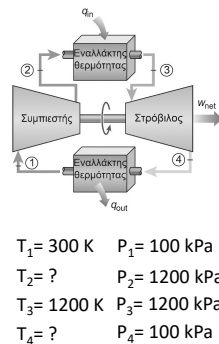
ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Παραδοχές

Σταθεροποιημένη ροή
Πρότυπος αέρας
Αμελητέες μεταβολές ΔE_k , ΔE_p
Μεταβλητές c_p , c_v

- $\dot{W}_{net}=?$
- $\dot{W}_{in}/\dot{W}_{out}=?$
- $\eta_{Brayton}=?$



ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 1→2 Ισεντροπική συμπίεση (2s)

$$w_{in,s} = h_{2s} - h_1$$

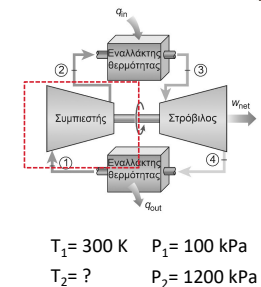
Από Πίνακα A17: Για $T_1=300\text{K}$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s^0 (kJ/kg·K)
200	199,97	0,3363	142,56	1,707	1,29559
210	209,97	0,3987	149,69	1,512	1,34444
295	295,17	1,3068	210,49	647,9	1,68515
300	300,19	1,3860	214,07	621,2	1,70203
305	305,22	1,4686	217,67	596,0	1,71865
310	310,24	1,5546	221,25	572,3	1,73498

$$h_1 = 300,19 \text{ kJ/kg}$$

$$p_{r1} = 1,3860$$

$$p_{r2} = p_{r1} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1,3860 \cdot \left(\frac{1200 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}}\right) = 16,632$$



ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

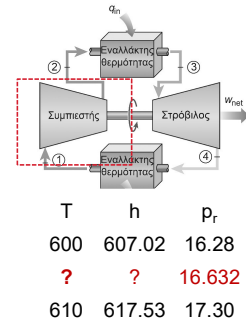
ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 1→2 Ισεντροπική συμπίεση (2s)

$$p_{r2}=p_{r1} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)=1.3860 \left(\frac{1200\text{kPa}}{100\text{kPa}}\right)=16.632$$

Από Πίνακα A17: Για $p_{r2}=16.632$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s° (kJ/kg·K)
590	596,52	15,31	427,15	110,6	2,39140
600	607,02	16,28	434,78	105,8	2,40902
610	617,53	17,30	442,42	101,2	2,42644
620	628,07	18,36	450,09	96,92	2,44356



$$T_{2s}=600\text{ K} + \frac{16.632-16.28}{17.30-16.28} \cdot (610-600)\text{K} \Rightarrow T_{2s}=603.45\text{ K}$$

$$h_{2s}=607.02\text{ kJ/kg} + \frac{16.632-16.28}{17.30-16.28} \cdot (617.53-607.02)\text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{2s}=610.65\text{ kJ/kg}$$

ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 1→2 Ισεντροπική συμπίεση (2s)

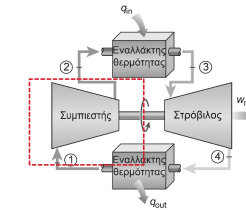
$$w_{in,s} = h_{2s} - h_1 = 610.65 - 300.19 = 310.46\text{ kJ/kg}$$

Διεργασία 1→2 Πραγματική συμπίεση (2a)

$$\eta_{comp} = \frac{w_{in,s}}{w_{in,a}} \Rightarrow w_{in,a} = \frac{w_{in,s}}{\eta_{comp}} \Rightarrow w_{in,a} = \frac{310.46}{0.82} \Rightarrow w_{in,a} = 378.61\text{ kJ/kg}$$

$$w_{in,a} = h_{2a} - h_1 \Rightarrow$$

$$h_{2a} = h_1 + w_{in,a} \Rightarrow h_{2a} = 300.19 + 378.61 \Rightarrow h_{2a} = 678.8\text{ kJ/kg}$$



ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 2→3 Ισοβαρής προσθήκη θερμότητας

$$q_{in} = h_3 - h_{2a}$$

$$h_{2a} = 678.8\text{ kJ/kg}$$

Από Πίνακα A17: Για $T_3=1200\text{ K}$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s° (kJ/kg·K)
1180	1254,34	222,2	915,57	15,241	3,15916
1200	1277,79	238,0	933,33	14,470	3,17888
1220	1301,31	254,7	951,09	13,747	3,19834
1240	1324,93	272,3	968,95	13,069	3,21751

$$T_1 = 300\text{ K} \quad P_1 = 100\text{ kPa}$$

$$T_2 = ? \quad P_2 = 1200\text{ kPa}$$

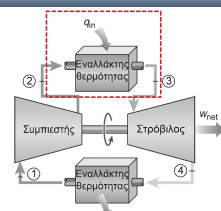
$$T_3 = 1200\text{ K} \quad P_3 = 1200\text{ kPa}$$

$$T_4 = ? \quad P_4 = 100\text{ kPa}$$

$$h_3 = 1277.79\text{ kJ/kg} \quad q_{in} = h_3 - h_{2a} = 1277.79 - 678.8 \Rightarrow q_{in} = 598.99\text{ kJ/kg}$$

$$p_{r3} = 238.0$$

$$p_{r4} = p_{r3} \cdot \left(\frac{P_4}{P_3}\right) = 238.0 \left(\frac{100\text{kPa}}{1200\text{kPa}}\right) = 19.83$$



ΜΠ 229: Περιβαλλοντική Θερμοδυναμική

ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 3→4 Ισεντροπική εκτόνωση (4s)

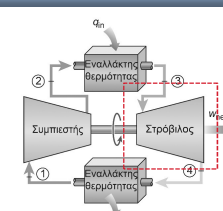
$$w_{out,s} = h_3 - h_{4s}$$

Από Πίνακα A17: Για $p_{r4}=19.83$

T (K)	h (kJ/kg)	p_r	u (kJ/kg)	v_r	s° (kJ/kg·K)
610	617,53	17,30	442,42	101,2	2,42644
620	628,07	18,36	450,09	96,92	2,44356
630	638,63	19,84	457,78	92,84	2,46048
640	649,22	20,64	465,50	88,99	2,47716
650	659,84	21,86	473,25	85,34	2,49364

$$T_{4s} = 620\text{ K} + \frac{19.83-18.36}{19.84-18.36} \cdot (630-620)\text{ K} \Rightarrow T_{4s} = 629.9\text{ K}$$

$$h_{4s} = 638.63\text{ kJ/kg} + \frac{19.83-18.36}{19.84-18.36} \cdot (638.63-628.07)\text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{4s} = 638.56\text{ kJ/kg}$$




ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

Διεργασία 3→4 Ισεντροπική εκτόνωση (4s)

$$w_{out,s} = h_3 - h_{4s} = 1277.79 - 638.56 = 639.23 \text{ kJ/kg}$$

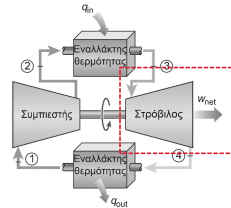
Διεργασία 3→4 Πραγματική εκτόνωση (4a)

$$\eta_{turb} = \frac{w_{out,a}}{w_{out,s}} \Rightarrow w_{out,a} = \eta_{turb} * w_{out,s} \Rightarrow w_{out,a} = 0.88 * 639.23 \Rightarrow w_{out,a} = 562.52 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{out,a} = h_3 - h_{4a} \Rightarrow$$

$$h_{4a} = -w_{out,a} + h_3 \Rightarrow h_{4a} = -562.52 + 1277.79 \Rightarrow h_{4a} = 715.27 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{net} = w_{out,a} - w_{in,a} = 562.52 - 378.61 \Rightarrow w_{net} = 183.91 \text{ kJ/kg}$$


ΑΣΚΗΣΗ 10.2:

$$q_{in} = 598.99 \text{ kJ/kg} \quad w_{in} = 378.61 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{out} = 562.52 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{net} = 183.91 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{out} = q_{in} - w_{net} = 598.99 - 183.91 = 415.08 \text{ kJ/kg}$$

$$T_1 = 300 \text{ K} \quad P_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$\dot{V}_1 = 150 \text{ m}^3/\text{min}$$

$$\dot{m} = \frac{P_1 \dot{V}_1}{RT_1} = \frac{100 \text{ kPa} \cdot 150 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}{0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 300 \text{ K}} = 2.9 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{net} = \dot{m} w_{net} = 2.9 * 183.91 \Rightarrow \dot{W}_{net} = 533 \text{ kW}$$

$$\eta_{brayton} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{183.91}{598.99} \Rightarrow$$

$$r_b = \frac{\dot{W}_{in} - w_{in}}{\dot{W}_{out} - w_{out}} = \frac{378.61}{562.52} \Rightarrow$$

$$r_b = 0.637$$

$$\eta_{brayton} = 0.31$$

