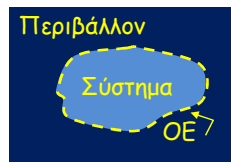


Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Σύστημα: Μία ποσότητα της ύλης ή μια περιοχή του χώρου που επιλέγεται προς μελέτη.

Περιβάλλον: Οι μάζες ή οι περιοχές που βρίσκονται εκτός του συστήματος.



Οριακή επιφάνεια ή Όριο: Η πραγματική ή φανταστική επιφάνεια που διαχωρίζει το σύστημα από το περιβάλλον του.

- Μπορεί να είναι σταθερή ή μετακινούμενη
- Έχει **μηδενικό πάχος** και επομένως ούτε περιέχει κάποια μάζα αλλά ούτε και καταλαμβάνει όγκο στο τρισδιάστατο χώρο

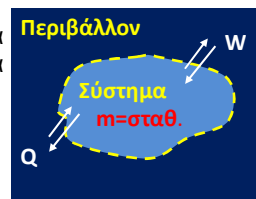
Τα συστήματα μπορούν να θεωρηθούν ως **κλειστά** ή **ανοικτά**, ανάλογα με το εάν έχει επιλεγεί προς μελέτη μια σταθερή ποσότητα μάζας ή ένας σταθερός όγκος στο χώρο.

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Κλειστό Σύστημα

Κλειστό Σύστημα (ή Μάζα Ελέγχου): Αποτελείται από μια σταθερή ποσότητα μάζας και δεν είναι επιτρεπτή η μεταφορά μάζας διαμέσου της οριακής επιφάνειας του συστήματος.

- Ο **όγκος** ενός κλειστού συστήματος δεν είναι απαραίτητο να παραμένει σταθερός.
- Η **ενέργεια** μπορεί να διαπεράσει την οριακή επιφάνεια με τη μορφή θερμότητας ή έργου.

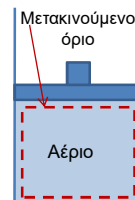


Η οριακή επιφάνεια ενός κλειστού συστήματος είναι αδιαπέραστη από μάζα αλλά περατή από ενέργεια.

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Το έργο που σχετίζεται με τη μετακίνηση οριακών επιφανειών (π.χ. το έργο εκτόνωσης και συμπίεσης ενός αερίου στη διάταξη εμβόλου-κυλίνδρου) ονομάζεται **έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών** ή **έργο ογκομεταβολής** ή **έργο $P \cdot dV$** => αποτελεί τη κύρια μορφή έργου που εμπλέκεται στις μηχανές αυτοκινήτων.



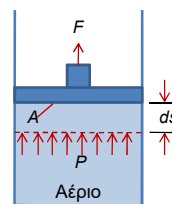
Θεωρούμε διεργασία οιονεί ισορροπίας (ψευδοστατική).

P : η αρχική πίεση του αερίου

V : ο συνολικός όγκος του αερίου

A : το εμβαδό της κάθετης διατομής του εμβόλου

Το διαφορικό έργο που παράγεται με μετατόπιση του εμβόλου κατά μια απόσταση ds (με ψευδοστατικό τρόπο) είναι:



$$\delta W_b = F \cdot ds = P \cdot A \cdot ds = P \cdot dV$$

Το διαφορικό έργο ογκομεταβολής ισούται με το γινόμενο της απόλυτης πίεσης επί τη διαφορική μεταβολή του όγκου dV .

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

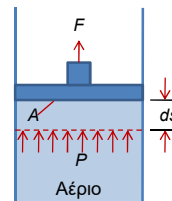
$$\delta W_b = F \cdot ds = P \cdot A \cdot ds = P \cdot dV$$

Η απόλυτη πίεση P είναι πάντα >0

$dV > 0$ για μια διεργασία εκτόνωσης ($V_2 > V_1$) => $\delta W_b > 0$

$dV < 0$ για μια διεργασία συμπίεσης ($V_2 < V_1$) => $\delta W_b < 0$

Το συνολικό παραγόμενο έργο ογκομεταβολής ισούται με το άθροισμα όλων των διαφορικών έργων από την αρχική έως τη τελική κατάσταση:



$$W_b = \int_1^2 P \cdot dV \quad [kJ] \quad \longrightarrow \quad \text{Απαιτείται γνώση της συνάρτησης } P=f(V)$$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

$$dA = P \cdot dV = \delta W_b$$

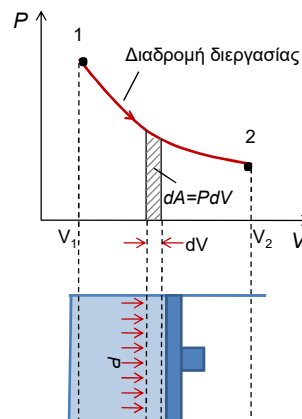


Το συνολικό εμβαδόν A κάτω από τη καμπύλη 1-2 της διεργασίας λαμβάνεται προσθέτοντας όλα τα διαφορικά εμβαδά:

$$\text{Εμβαδόν} = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 P \cdot dV = W_b$$



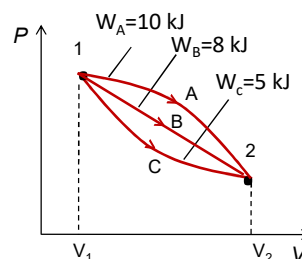
Το εμβαδό κάτω από τη καμπύλη μιας διεργασίας σε ένα διάγραμμα P - V ισούται με το έργο που παράγεται ή καταναλώνεται κατά τη διάρκεια μιας ψευδοστατικής διεργασίας εκτόνωσης ή συμπίεσης ενός κλειστού συστήματος, δηλ. με το έργο ογκομεταβολής.



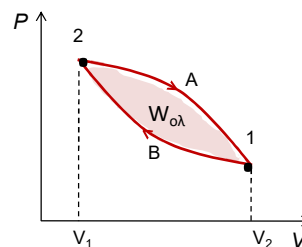
Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Το έργο ογκομεταβολής κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθείται καθώς και από τις τελικές καταστάσεις.



Το συνολικό παραγόμενο έργο κατά τη διάρκεια ενός κύκλου είναι η διαφορά μεταξύ του έργου που παράγεται από το σύστημα και του έργου που παράγεται πάνω στο σύστημα.



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

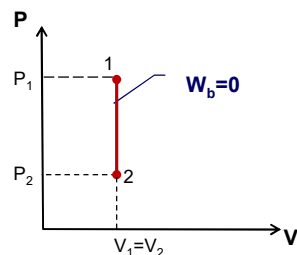
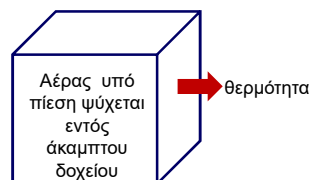
Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

A. Αντιστρεπτή διεργασία σταθερού όγκου (ισόχωρη):

Επειδή $V_1 = V_2 \Rightarrow dV = 0$

$$W_b = W_{1-2} = \int_1^2 P dV = 0$$



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

B. Αντιστρεπτή διεργασία σταθερής πίεσης (ισοβαρής)

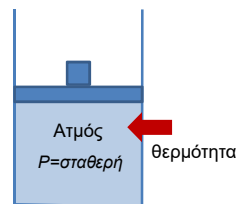
$P = \text{σταθερό} \Rightarrow P_1 = P_2$

$$W_b = W_{1-2} = \int_1^2 P dV = P \int_1^2 dV \Rightarrow$$

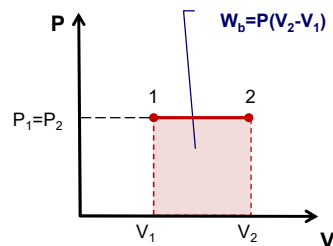
$$W_b = P(V_2 - V_1)$$

ανά μονάδα μάζας (εφόσον $V = m \cdot v$)

$$W_b = P(V_2 - V_1) = mP(v_2 - v_1)$$



Θέρμανση υπό σταθερή πίεση



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

Γ. Ισόθερμη αντιστρεπτή διεργασία ιδανικών αερίων

$$P \cdot V = m \cdot R \cdot T = C \Rightarrow P = C/V, \text{ όπου } C = \text{σταθερό}$$

$$\text{επίσης } P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow P_1/P_2 = V_2/V_1$$

$$W_b = W_{1-2} = \int_1^2 P \cdot dV = \int_1^2 \frac{m \cdot R \cdot T}{V} dV \Rightarrow$$

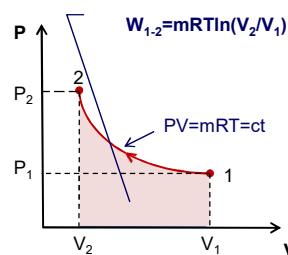
$$W_b = C \int_1^2 \frac{dV}{V} = C \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

ή αλλιώς:

$$W_b = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$



(Ψευδοστατική) Ισόθερμη συμπίεση



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

Δ. Αντιστρεπτή πολυτροπική διεργασία

$$\text{Το } P \cdot V^n = C \Rightarrow P = C/V^n = C \cdot V^{-n} \text{ όπου } n \neq 1$$

$$W_b = W_{1-2} = \int_1^2 P \cdot dV = \int_1^2 \frac{C}{V^n} dV \Rightarrow$$

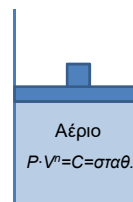
$$W_b = C \int_1^2 \frac{dV}{V^n} = C \frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} = \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1-n}$$

➤ Για ιδανικό αέριο ($P \cdot V = m \cdot R \cdot T$)

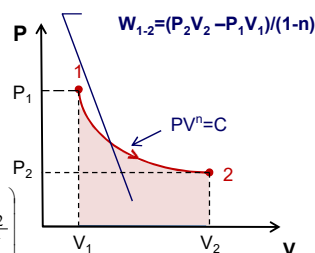
$$W_b = m \cdot R \frac{(T_2 - T_1)}{1-n}$$

➤ Για την ειδική περίπτωση που $n=1$:

$$W_b = W_{1-2} = \int_1^2 P \cdot dV = \int_1^2 C \cdot V^{-1} dV = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_2 \cdot V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$



Πραγματική διεργασία εκτόνωσης ή συμπίεσης αερίου



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

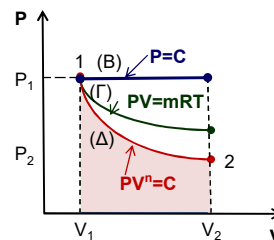
Ε. Σύγκριση διεργασιών (Β, Γ, Δ) για ιδανικά αέρια

Το $P \cdot V^n = C \Rightarrow$

Για $n=0$ $P=C$ (ισοβαρής) $W_B = P_1(V_2 - V_1)$

Για $n=1$ $PV = mRT = C$ (ισόθερμη) $W_\Gamma = P_1 V_1 \ln(V_2/V_1)$

Για $n>1$ $PV^n = C$ (πολυτροπική) $W_\Delta = (P_2 V_2 - P_1 V_1)/(1-n)$



Προκύπτει: $W_B > W_\Gamma > W_\Delta$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

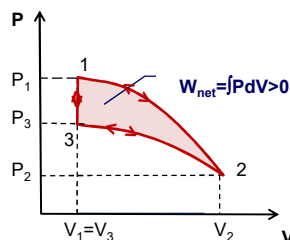
Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

ΣΤ. Κυκλική αντιστρεπτή διεργασία:

$$W_{net} = W_{1-2-3-1} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1} = \oint P dV$$

Το καθαρό έργο ενός κύκλου παριστάνεται από το εμβαδό της επιφάνειας που περικλείεται από τις καμπύλες των διεργασιών



- Δεξιόστροφη φορά διαγραφής κύκλου σημαίνει θετικό καθαρό έργο (παραγωγή).
- Αριστερόστροφη φορά διαγραφής κύκλου σημαίνει αρνητικό καθαρό έργο (κατανάλωση).
- Το καθαρό έργο δεν είναι μηδέν.

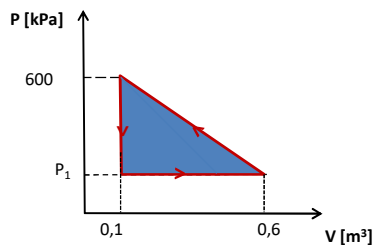
Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Παράδειγμα:

5.1. Ένα κλειστό σύστημα υφίσταται την κυκλική διεργασία που φαίνεται στο σχήμα. Το καθαρό έργο που εκτελείται στο σύστημα κατά τη διάρκεια 5 κύκλων είναι 500 kJ.

- (α) Ποια είναι η φορά διαγραφής του κύκλου;
(β) Ποια είναι η τιμή της πίεσης P_1 ;



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

Ζ. Εκτόνωση ενός αερίου αντίθετη σε ένα ελατήριο:

Η μετατόπιση του εμβόλου (και του ελατηρίου):

$$x = \Delta V / A, \text{ όπου } A \text{ το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής του εμβόλου}$$

Η δύναμη που εξασκείται από το γραμμικό ελατήριο στην τελική κατάσταση:

$$F = k \cdot x, \text{ όπου } k \text{ η σταθερά του ελατηρίου}$$

Η επιπλέον πίεση που ασκείται από το ελατήριο:

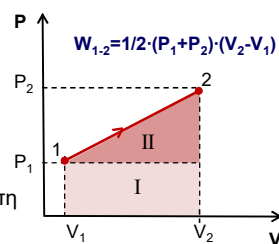
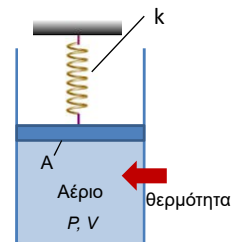
$$P_{\text{ελ}} = F / A$$



Η πίεση στη τελική κατάσταση: $P_2 = P_1 + F/A$

Το συνολικά παραγόμενο έργο ισούται με την επιφάνεια κάτω από τη καμπύλη (=εμβαδό τραπεζίου):

$$W_{1-2} = \frac{(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)}{2}$$



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

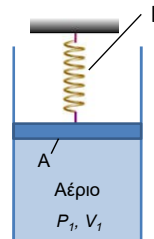
Έργο μετακίνησης οριακών επιφανειών

Ειδικές Περιπτώσεις:

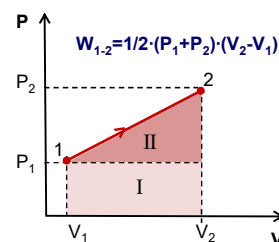
Ζ. Εκτόνωση ενός αερίου αντίθετη σε ένα ελατήριο:

Το κλάσμα του συνολικά παραγόμενου έργου για τη συμπίεση του ελατηρίου (το εμβαδό του τριγώνου (II)):

$$W_{\text{ελαι}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_2^2 - x_1^2), \text{ όπου εδώ } x_1=0$$



- Το έργο που αναπαρίσταται από το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (I) παράγεται αντίθετα στο έμβολο και στην ατμόσφαιρα
- Το έργο που αναπαρίσταται από την τριγωνική επιφάνεια (II) παράγεται αντίθετα προς το ελατήριο



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ενεργειακό ισοζύγιο κλειστών συστημάτων

$$\left(\begin{array}{l} \text{Μεταβολή εσωτερικής,} \\ \text{κινητικής, δυναμικής κ.λ.π.} \\ \text{ενέργειας} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Συνολική μεταφορά ενέργειας} \\ \text{μέσω θερμότητας, έργου και μάζας} \end{array} \right)$$

$$\Delta E_{\text{system}} = E_{\text{in}} - E_{\text{out}} \quad [kJ]$$

ή στη μορφή **ρυθμού μεταβολής**:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Ρυθμός μεταβολής εσωτερικής,} \\ \text{κινητικής, δυναμικής κ.λ.π.} \\ \text{ενέργειας} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς ενέργειας} \\ \text{μέσω θερμότητας, έργου και μάζας} \end{array} \right)$$

$$\frac{dE_{\text{system}}}{dt} = \dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} \quad [kW]$$

Για σταθερούς ρυθμούς μεταβολής: $Q = \dot{Q} \cdot \Delta t$, $W = \dot{W} \cdot \Delta t$ και $\Delta E = \frac{dE}{dt} \cdot \Delta t \quad [kJ]$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ενεργειακό ισοζύγιο κλειστών συστημάτων

ή ανά **μονάδα μάζας**: $\Delta e_{system} = e_{in} - e_{out} \quad [kJ / kg]$

ή σε **διαφορική μορφή**:

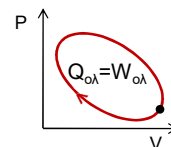
$$dE_{system} = \delta E_{in} - \delta E_{out} \quad \text{ή} \quad de_{system} = \delta e_{in} - \delta e_{out}$$

Για ένα κλειστό σύστημα που υποβάλλεται σε ένα **κύκλο**, η αρχική και η τελική του κατάσταση ταυτίζονται:

$$\Delta E_{system} = E_2 - E_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad E_{in} - E_{out} = 0 \Rightarrow E_{in} = E_{out}$$

Η οριακή επιφάνεια ενός κλειστού συστήματος είναι αδιαπέραστη από μάζα:

$$W_{net} = Q_{net} \quad \text{ή} \quad \dot{W}_{net} = \dot{Q}_{net} \quad (\text{ανά κύκλο})$$



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ενεργειακό ισοζύγιο κλειστών συστημάτων

Τυπική σύμβαση προσήμου: Η θερμότητα μεταφέρεται προς το σύστημα (θερμότητα εισόδου) σε ποσότητα Q ενώ το έργο παράγεται από το σύστημα σε ποσότητα W .

$$Q_{net} - W_{net} = \Delta E_{system} \quad \text{ή} \quad Q - W = \Delta E$$

όπου : $Q = Q_{net} = Q_{in} - Q_{out}$ η συνολική θερμότητα εισόδου

$W = W_{net} = W_{out} - W_{in}$ το συνολικό έργο εξόδου

Πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής:

Η ενέργεια μπορεί να μετατρέπεται από μια μορφή σε κάποια άλλη, αλλά το συνολικό ποσό της ενέργειας παραμένει σταθερό.

Διάφορες εκφράσεις του 1ου νόμου

Σταθεροποιημένα συστήματα: $Q - W = \Delta U$

Ανά μονάδα μάζας: $q - w = \Delta e$

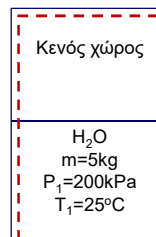
Διαφορική μορφή: $\delta q - \delta w = de$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ενεργειακό ισοζύγιο κλειστών συστημάτων

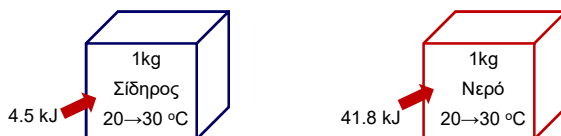
Παράδειγμα:

- 5.2. Ένα άκαμπτο δοχείο διαιρείται σε δύο ίσα τμήματα μέσω ενός χωρίσματος. Αρχικά, η μία πλευρά του δοχείου περιέχει 5 kg νερού σε 25 °C και 200 kPa ενώ η άλλη πλευρά έχει εκκενωθεί. Στη συνέχεια το χωρίσμα αφαιρείται και το νερό εκτονώνεται καταλαμβάνοντας ολόκληρο τον όγκο του δοχείου. Το νερό αφήνεται να ανταλλάξει θερμότητα με το περιβάλλον του, μέχρι η θερμοκρασία στο δοχείο να επανέλθει στην αρχική τιμή των 25 °C. Να προσδιορίσετε (α) τον όγκο του δοχείου, (β) την τελική πίεση, και (γ) τη μεταφορά θερμότητας για τη διεργασία αυτή.



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ειδικές θερμότητες



Για την άνοδο της θερμοκρασίας κατά το ίδιο ποσό δυο διαφορετικών ουσιών, απαιτούνται διαφορετικά ποσά ενέργειας.

Ειδική θερμότητα ονομάζεται η ενέργεια που απαιτείται για την άνοδο της θερμοκρασίας της μοναδιαίας μάζας μιας ουσίας κατά έναν βαθμό.

Εξαρτάται από τον τρόπο εκτέλεσης της διεργασίας

- Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο, c_v
- Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση, c_p

$c_p > c_v$

Υπό σταθερή πίεση το σύστημα αφήνεται να εκτονωθεί και η ενέργεια για το έργο εκτόνωσης θα πρέπει επίσης να προσφερθεί στο σύστημα

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ειδικές θερμότητες

Εκφράσεις ειδικής θερμότητας συναρτήσει άλλων θερμοδυναμικών ιδιοτήτων

Αρχή διατήρησης της ενέργειας για μια διεργασία υπό σταθερό όγκο εντός κλειστού σταθεροποιημένου συστήματος:

$$de_{system} = \delta e_{in} - \delta e_{out}$$

 $\Rightarrow$

$$du = \underbrace{\delta e_{in} - \delta e_{out}}_{\text{Το συνολικό ποσό ενέργειας που μεταφέρεται στο σύστημα}}$$

 $\Rightarrow$

$$du = c_v dT$$

 $\Downarrow$

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

 $\Downarrow$

Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας με τη θερμοκρασία υπό σταθερό όγκο

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ειδικές θερμότητες

Εκφράσεις ειδικής θερμότητας συναρτήσει άλλων θερμοδυναμικών ιδιοτήτων

Αρχή διατήρησης της ενέργειας για μια διεργασία εκτόνωσης ή συμπίεσης υπό σταθερή πίεση εντός κλειστού σταθεροποιημένου συστήματος:

$$de_{system} = \delta e_{in} - \delta e_{out}$$

 $\Rightarrow$

$$dh = \underbrace{\delta e_{in} - \delta e_{out}}_{\text{Το συνολικό ποσό ενέργειας που μεταφέρεται στο σύστημα}}$$

 $\Rightarrow$

$$dh = c_p dt$$

 $\Downarrow$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

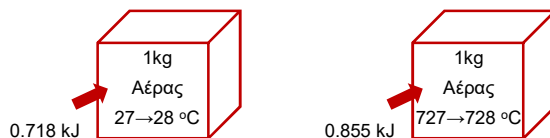
 $\Downarrow$

Μεταβολή της ενθαλπίας με τη θερμοκρασία υπό σταθερή πίεση

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Ειδικές θερμότητες

Οι ειδικές θερμότητες μιας ουσίας c_p και c_v είναι ιδιότητες και συνεπώς εξαρτώνται από δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους εντατικές ιδιότητες.



Η ενέργεια που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας κατά 1 °C είναι διαφορετική για διαφορετικές θερμοκρασίες και πιέσεις.

Παρατηρήσεις:

- Οι εξισώσεις είναι σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων => είναι ανεξάρτητες από το είδος της διεργασίας (ισχύουν για κάθε ουσία που υφίσταται οποιαδήποτε διεργασία).

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

- Η c_v σχετίζεται με τις μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας ενώ η c_p με τις μεταβολές της ενθαλπίας

Μονάδες: kJ/kg·°C ή kJ/kg·K

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Για ένα ιδανικό αέριο: $P \cdot v = RT$ και $u = u(T)$ $\Rightarrow$ $h = u + R \cdot T$ $\Rightarrow$ $h = h(T)$

$h = u + P \cdot v$

$c_v = c_v(T)$
 $c_p = c_p(T)$

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας και ενθαλπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) dT \quad [kJ / kg]$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) dT \quad [kJ / kg]$$

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

Σε συγκεκριμένη T οι u , h , c_v και c_p έχουν σταθερές τιμές

$$du = c_v(T) dT$$

$$dh = c_p(T) dT$$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Απαιτείται να γνωρίζουμε τις σχέσεις των c_p και c_v με τη θερμοκρασία.

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας και ενθαλπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας

Οι ειδικές θερμότητες των πραγματικών αερίων σε χαμηλές πιέσεις (προσέγγιση των ιδανικών αερίων) εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία και ονομάζονται **ειδικές θερμότητες κατάστασης ιδανικού αερίου**, ή **ειδικές θερμότητες μηδενικής πίεσης**, $\bar{c}_{p0}$ και $\bar{c}_{v0}$. $\Rightarrow$ Πολυώνυμα τρίτου βαθμού (Πίνακας A-2γ)

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 \bar{c}_p(T) dT \quad [kJ/kg]$$

$$\bar{c}_p = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3, \quad T [K], \quad \bar{c}_p [kJ/kmol \cdot K]$$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου μερικών κοινών αερίων (Συνέχεια)

(γ) ως συνάρτηση της θερμοκρασίας

$$\bar{c}_p = a + bT + cT^2 + dT^3$$

(T σε K, c_p σε kJ/kmol·K)

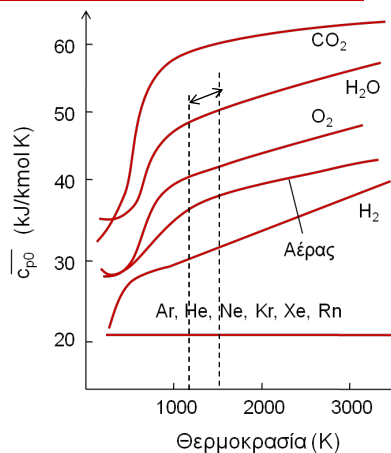
Ουσία	Χημικός τύπος	a	b	c	d	Θερμοκρασιακό εύρος, K	% σφάλμα Μέγιστο	Μέσο
Αζωτο	N ₂	28.90	-0.1571 × 10 ⁻²	0.8081 × 10 ⁻⁵	-2.873 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.59	0.34
Οξυγόνο	O ₂	25.48	1.520 × 10 ⁻²	-0.7155 × 10 ⁻⁵	1.312 × 10 ⁻⁹	273–1800	1.19	0.28
Λέρας	—	28.11	0.1967 × 10 ⁻²	0.4802 × 10 ⁻⁵	-1.966 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.72	0.33
Υδρογόνο	H ₂	29.11	-0.1916 × 10 ⁻²	0.4003 × 10 ⁻⁵	-0.8704 × 10 ⁻⁹	273–1800	1.01	0.26
Μονοξειδίο του άνθρακα	CO	28.16	0.1675 × 10 ⁻²	0.5372 × 10 ⁻⁵	-2.222 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.89	0.37
Διοξείδιο του άνθρακα	CO ₂	22.26	5.981 × 10 ⁻²	-3.501 × 10 ⁻⁵	7.469 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.67	0.22
Υδρατμός	H ₂ O	32.24	0.1923 × 10 ⁻²	1.055 × 10 ⁻⁵	-3.595 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.53	0.24
Νιτρικά οξείδια	NO	29.34	-0.09395 × 10 ⁻²	0.9747 × 10 ⁻⁵	-4.187 × 10 ⁻⁹	273–1500	0.97	0.36
Νιτρικό οξείδιο	N ₂ O	24.11	5.8632 × 10 ⁻²	-3.562 × 10 ⁻⁵	10.58 × 10 ⁻⁹	273–1500	0.59	0.26
Διοξείδιο του αζώτου	NO ₂	22.9	5.715 × 10 ⁻²	-3.52 × 10 ⁻⁵	7.87 × 10 ⁻⁹	273–1500	0.46	0.18
Αμμωνία	NH ₃	27.568	2.5630 × 10 ⁻²	0.99072 × 10 ⁻⁵	-6.6909 × 10 ⁻⁹	273–1500	0.91	0.36
Θείο	S ₂	27.21	2.218 × 10 ⁻²	-1.628 × 10 ⁻⁵	3.986 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.99	0.38
Διοξείδιο του θείου	SO ₂	25.78	5.795 × 10 ⁻²	-3.812 × 10 ⁻⁵	8.612 × 10 ⁻⁹	273–1800	0.45	0.24
Τριοξείδιο του θείου	SO ₃	16.40	14.58 × 10 ⁻²	-11.20 × 10 ⁻⁵	32.42 × 10 ⁻⁹	273–1300	0.29	0.13

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Παρατηρήσεις:

- Οι ειδικές θερμότητες αερίων με πολύπλοκα μόρια (2-3 άτομα) είναι υψηλότερες και αυξάνονται με τη θερμοκρασία.
- Για μονατομικά αέρια οι ειδικές θερμότητες παραμένουν σταθερές.
- Η μεταβολή των ειδικών θερμοτήτων με τη θερμοκρασία είναι ομαλή - **για μικρά θερμοκρασιακά διαστήματα μπορεί να προσεγγιστεί ως γραμμική**



Ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου υπό σταθερή πίεση για ορισμένα αέρια

$$\Delta u = \int_1^2 c_v(T) dT$$

$$\Delta h = \int_1^2 c_p(T) dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_{v,avg} (T_2 - T_1) \quad [kJ / kg]$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = c_{p,avg} (T_2 - T_1) \quad [kJ / kg]$$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Υπολογισμός μέσω των τιμών C_p και C_v :

α' τρόπος

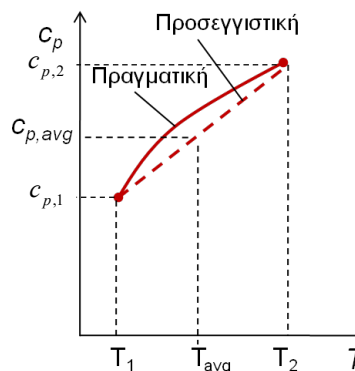
Υπολογίζουμε τη μέση θερμοκρασία: $T_{avg} = (T_1 + T_2)/2$ και εν συνεχεία βρίσκουμε τη μέση τιμή της $c_{p,avg}$ ή $c_{v,avg}$

β' τρόπος

Εναλλακτικά μπορούν να προσδιορισθούν οι ειδικές θερμότητες $C_{p,1}$ (ή $C_{v,1}$) και $C_{p,2}$ (ή $C_{v,2}$) στις θερμοκρασίες T_1 και T_2 και εν συνεχεία να υπολογίσουμε τη μέση ειδική θερμότητα από το μέσο όρο τους:

$$c_{p,avg} = \frac{c_{p,1} + c_{p,2}}{2} \quad c_{v,avg} = \frac{c_{v,1} + c_{v,2}}{2}$$

Οι τιμές των C_p και C_v για διάφορα αέρια δίνονται στον Πίνακα A-2β.



Για μικρά θερμοκρασιακά διαστήματα, οι ειδικές θερμότητες μπορούν να υποτεθούν ότι μεταβάλλονται γραμμικά με τη θερμοκρασία

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Temp.	C _p	C _v		C _p	C _v		C _p	C _v	
	kJ/kgK	kJ/kgK	k	kJ/kgK	kJ/kgK	k	kJ/kgK	kJ/kgK	k
K	Air			Carbon Dioxide, CO₂			Carbon Monoxide, CO		
250	1,003	0,716	1,401	0,791	0,602	1,314	1,039	0,743	1,400
300	1,005	0,718	1,400	0,846	0,657	1,288	1,040	0,744	1,399
350	1,008	0,721	1,398	0,895	0,706	1,268	1,043	0,746	1,398
400	1,013	0,726	1,395	0,939	0,750	1,252	1,047	0,751	1,395
450	1,020	0,733	1,391	0,978	0,790	1,239	1,054	0,757	1,392
500	1,029	0,742	1,387	1,014	0,825	1,229	1,063	0,767	1,387
550	1,040	0,753	1,381	1,046	0,857	1,220	1,075	0,778	1,382
600	1,051	0,764	1,376	1,075	0,886	1,213	1,087	0,79	1,376
650	1,063	0,776	1,370	1,102	0,913	1,207	1,100	0,803	1,370
700	1,075	0,788	1,364	1,126	0,937	1,202	1,113	0,816	1,364
750	1,087	0,8	1,359	1,148	0,959	1,197	1,126	0,829	1,358
800	1,099	0,812	1,354	1,169	0,980	1,193	1,139	0,842	1,353
900	1,121	0,834	1,344	1,204	1,015	1,186	1,163	0,866	1,343
1000	1,142	0,855	1,336	1,234	1,045	1,181	1,185	0,888	1,335
K	Hydrogen, H₂			Nitrogen, N₂			Oxygen, O₂		
250	14,051	9,927	1,416	1,039	0,742	1,400	0,913	0,653	1,398
300	14,307	10,183	1,405	1,039	0,743	1,400	0,918	0,658	1,395
350	14,427	10,302	1,400	1,041	0,744	1,399	0,928	0,668	1,389
400	14,476	10,352	1,398	1,044	0,747	1,397	0,941	0,681	1,382
450	14,501	10,377	1,398	1,049	0,752	1,395	0,956	0,696	1,373
500	14,513	10,389	1,397	1,056	0,759	1,391	0,972	0,712	1,365
550	14,530	10,405	1,396	1,065	0,768	1,387	0,988	0,728	1,358
600	14,546	10,422	1,396	1,075	0,778	1,382	1,003	0,743	1,350
650	14,571	10,447	1,395	1,086	0,789	1,376	1,017	0,758	1,343
700	14,604	10,480	1,394	1,098	0,801	1,371	1,031	0,771	1,337
750	14,645	10,521	1,392	1,110	0,813	1,365	1,043	0,783	1,332

Οι τιμές των C_p και C_v για διάφορα αέρια δίνονται στον Πίνακα A-2β.

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Υπολογισμός μεταβολών εσωτερικής ενέργειας (Δu) και ενθαλπίας (Δh)

Χρησιμοποιώντας δεδομένα u και h από πίνακες

Ο ευκολότερος και πλέον ακριβής τρόπος

Ολοκληρώνοντας τις σχέσεις:

$$\Delta u = \int_1^2 c_v(T) dT, \quad \Delta h = \int_1^2 c_p(T) dT$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις:

$$c_p = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3$$

$$c_v = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3$$

Εξαιρετική ακρίβεια! Δύσκολο για υπολογισμούς με το χέρι, αλλά επιθυμητό για υπολογισμούς με Η/Υ

Χρησιμοποιώντας τις μέσες τιμές των ειδικών θερμότητων, $C_{p,avg}$ και $C_{v,avg}$.

Ικανοποιητική ακρίβεια με την προϋπόθεση ότι το θερμοκρασιακό διάστημα είναι μικρό

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Σχέσεις ειδικών θερμότητων ιδανικών αερίων

$$\begin{aligned}
 h = u + R \cdot T &\Rightarrow \left. \begin{aligned} dh &= du + R \cdot dT \\ dh &= c_p \cdot dT \\ du &= c_v \cdot dT \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_p \cdot dT = c_v \cdot dT + R \cdot dT \\
 &\quad \downarrow \\
 c_p &= c_v + R \quad [kJ / kg \cdot K] \\
 &\quad \text{ή σε γραμμομοριακή βάση:} \\
 \bar{c}_p &= \bar{c}_v + R_u \quad [kJ / kmol \cdot K]
 \end{aligned}$$

Λόγος των ειδικών θερμότητων k : $k = \frac{c_p}{c_v}$

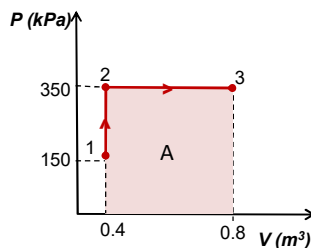
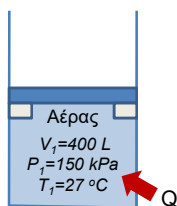
- Μεταβάλλεται ήπια με τη θερμοκρασία
- Για μονατομικά αέρια $k=1.667$
- Για πολλά διατομικά αέρια (π.χ. αέρας) $k=1.4$

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

Παράδειγμα

- 5.3. Μια διάταξη εμβόλου-κυλίνδρου αρχικά περιέχει αέρα 27 °C σε πίεση 150 kPa. Στην κατάσταση αυτή, το έμβολο ηρεμεί πάνω σε ένα ζεύγος ανασχετήρων, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα και ο εσωτερικός όγκος της διάταξης είναι 400 L. Η μάζα του εμβόλου είναι τέτοια ώστε να απαιτείται πίεση 350 kPa για να το μετακινεί. Ο αέρας εντός της διάταξης αρχίζει να θερμαίνεται, μέχρι ο όγκος του να διπλασιαστεί. Να προσδιορίσετε (α) την τελική θερμοκρασία, (β) το έργο που παράγεται από τον αέρα, και (γ) το συνολικό ποσό θερμότητας που μεταφέρεται στον αέρα.



Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες στερεών και υγρών

Ειδικές θερμότητες

Ασυμπίεστη ουσία ονομάζεται εκείνη της οποίας ο ειδικός όγκος (ή η πυκνότητα) παραμένει σταθερός.

Τα υγρά και τα στερεά μπορούν κατά προσέγγιση να θεωρηθούν ασυμπίεστες ουσίες.

Για ασυμπίεστες ουσίες (και συνεπώς για τα στερεά και υγρά) ισχύει: $c_p = c_v = c$

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας

Οι ειδικές θερμότητες των ασυμπίεστων ουσιών εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία.

$$du = c_v \cdot dT = c(T)dT \Rightarrow \Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T)dT \quad [kJ/kg]$$

Απαιτείται να γνωρίζουμε τη σχέση $c=c(T)$

$$\Delta u \cong c_{avg} \Delta T \quad [kJ/kg]$$

Για μικρά ΔT η c μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και ίση με τη τιμή της σε μια μέση θερμοκρασία.

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία και ειδικές θερμότητες στερεών και υγρών

Μεταβολές της ενθαλπίας

$$h = u + P \cdot v \Rightarrow dh = du + v \cdot dP + P \cdot \cancel{dv}^{v=\text{σταθ.}} \Rightarrow dh = du + v \cdot dP$$

$$\text{Ολοκληρώνοντας: } \Delta h = \Delta u + v \cdot \Delta P \cong c_{avg} \Delta T + v \cdot \Delta P \quad [kJ/kg]$$

$$\text{Για τα στερεά: } v \Delta P \text{ ασήμαντο} \Rightarrow \Delta h = \Delta u \cong c_{avg} \cdot \Delta T = c_{avg} \cdot (T_2 - T_1) \quad [kJ/kg]$$

Για τα υγρά:

1. Διεργασία σταθερής πίεσης (π.χ. συστήματα θέρμανσης):

$$\Delta P = 0 \Rightarrow \Delta h = \Delta u \cong c_{avg} \cdot \Delta T = c_{avg} \cdot (T_2 - T_1) \quad [kJ/kg]$$

2. Διεργασία σταθερής θερμοκρασίας (π.χ. αντλίες):

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta h = v \cdot \Delta P = v \cdot (P_2 - P_1) \quad [kJ/kg]$$