

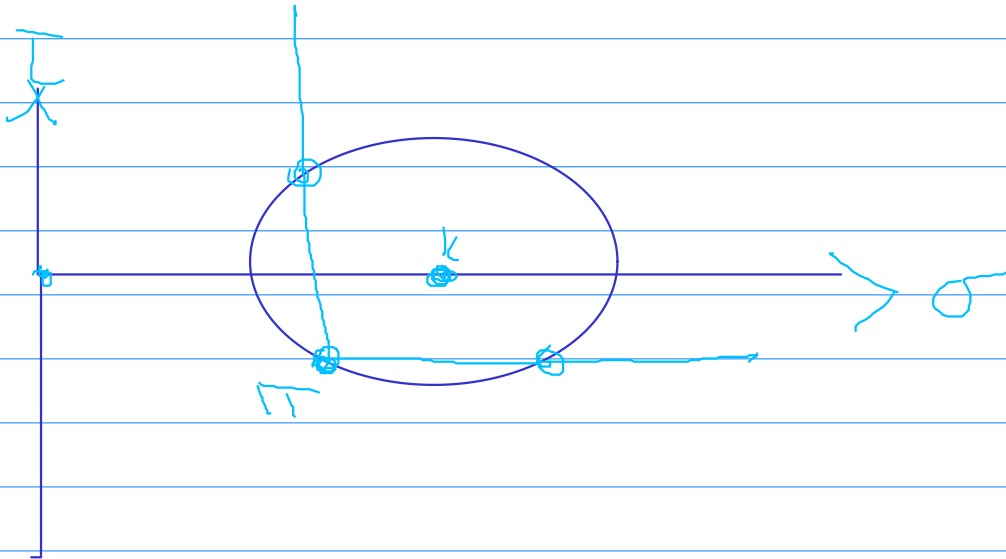
↑ 36

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta = 0$$

$$K = (\sigma_1 + \sigma_2)/2 \quad \tau(\sigma_x, \tau)$$

$$R = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$$



ΘΕΜΑ Α :

Η σύνθετη ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι συμπαγούς κυκλικής διατομής με διάμετρο d_{AB} στο τμήμα AB και d_{Γ} στο τμήμα BΓ. Στο σημείο A είναι πλήρως δεσμευμένη ενώ στα σημεία B και Γ ασκούνται τα αξονικά εξωτερικά φορτία που φαίνονται στο σχήμα. Το τμήμα AB είναι κατασκευασμένο από ένα υλικό με μέτρο ελαστικότητας E_1 και συντελεστή θερμικής διαστολής α_1 ενώ το τμήμα BΓ από ένα διαφορετικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας E_2 και συντελεστή θερμικής διαστολής α_2 .

A1) Να υπολογίσετε την παραμόρφωση που υφίσταται το άκρο Γ της ράβδου λόγω των αξονικών φορτίων.

A2) Να υπολογίσετε την τιμή της μέγιστης ορθής τάσης (εφελκυστικής ή θλιπτικής) που ασκείται στη ράβδο.

A3) Έστω ότι η ράβδος δεν καταπονείται από εξωτερικά αξονικά φορτία αλλά υπόκειται σε μια ομογενή θερμοκρασιακή μεταβολή ΔT έτσι ώστε η παραμόρφωση του άκρου Γ της ράβδου να είναι ίση με αυτή που υπολογίσατε στο ερώτημα A1. Υπολογίστε την τιμή της θερμοκρασιακής αυτής μεταβολής ΔT .

Δίνονται:

Χαρακτηριστικά υλικών:

$E_1 = 1 \cdot 10^5$ σε [MPa], $\alpha_1 = 10^{-5}$ [$^{\circ}\text{C}^{-1}$],
 $E_2 = 2 \cdot 10^5$ σε [MPa], $\alpha_2 = 0.4 \cdot 10^{-5}$ [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]

Γεωμετρικά δεδομένα:

Διάμετροι

$d_{AB} = 2 \cdot d_{\Gamma} = 4 + i \cdot 0.5$ σε [mm],

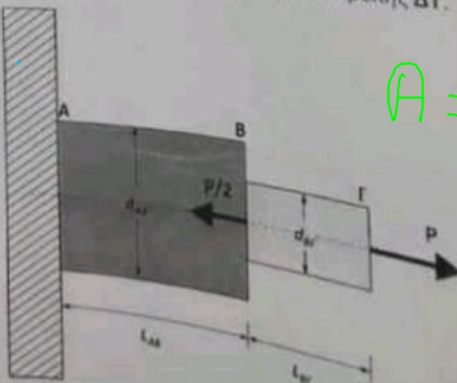
Μήκη

$L_{AB} = 2 \cdot L_{B\Gamma} = 200 + j \cdot 50$ σε [mm],

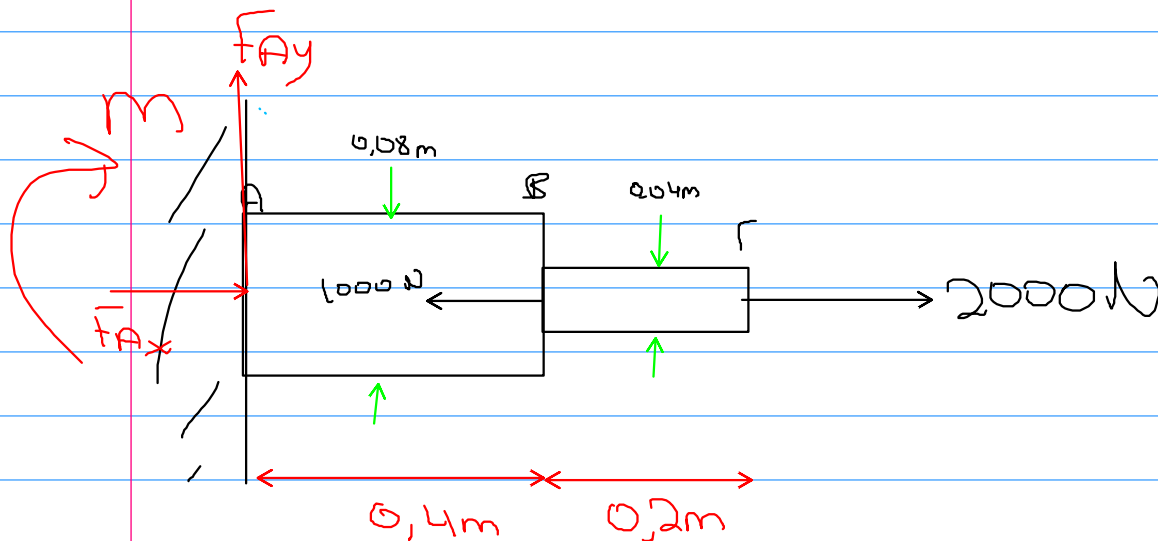
Δυνάμεις:

$P = 2000 + k \cdot 200$ σε [N],

όπου i, j, k τα τρία τελευταία ψηφία του Α.Μ.



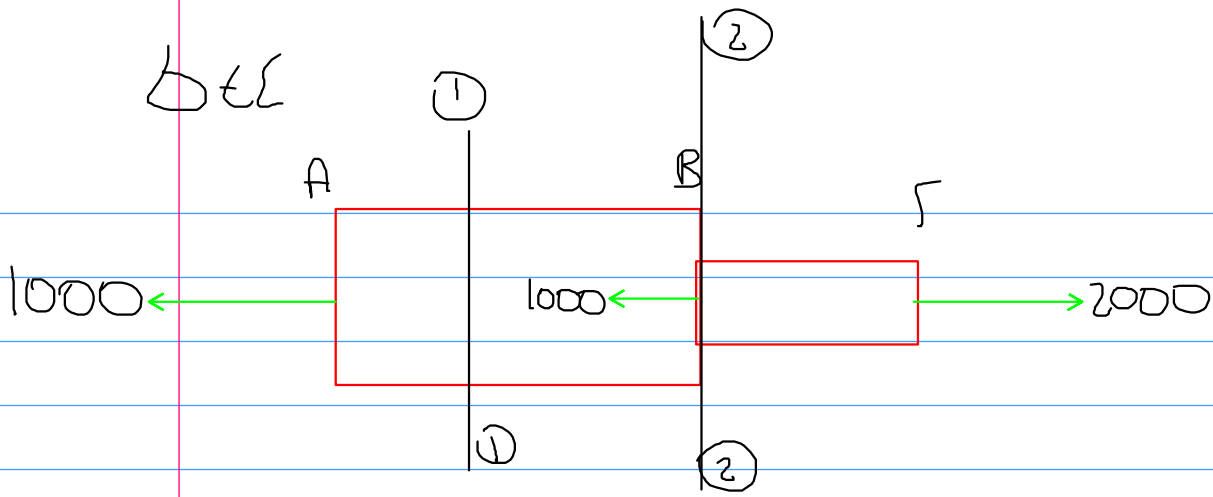
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$2000 - 1000 + F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ax} = -1000 \text{ (αμφισβητούμενο)}$$



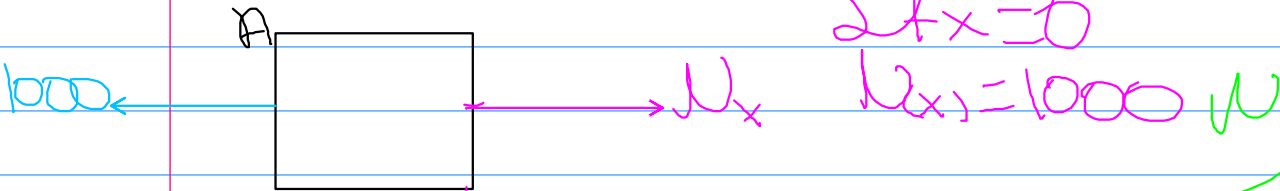
a) ① $\delta_j = a_1 \Delta T + a_2 \Delta T + \dots$

② $\delta_{sj} = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E_2} + \dots$

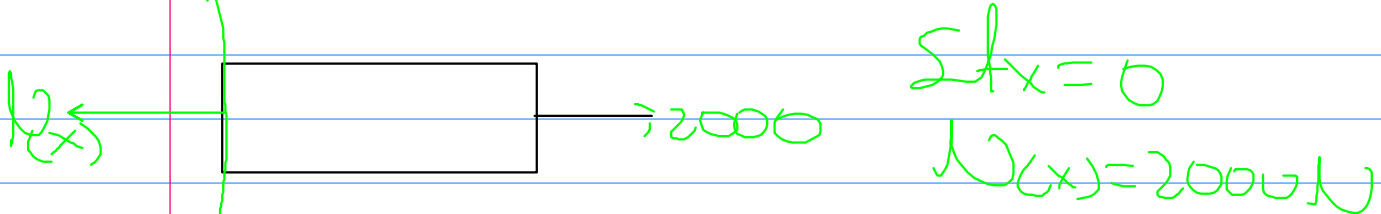
Ευρίσκω τον 2 τμήσο
Από γνωστούς τμήσους

$\delta_A = \frac{1000 \cdot 0,4}{\frac{\pi \cdot 0,008^2}{4} \cdot 1 \cdot 10^5} = 0,80$

Τμήν 1-1



Τμήν 2-2



$\delta = \frac{2000 \cdot 0,2}{\frac{\pi \cdot 0,008^2}{4} \cdot 2 \cdot 10^5} = 1,6 \text{ m}$

Ευρίσκω $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$$\delta_{01} = \frac{P_1 L_1}{A_1 E_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E_2}$$

$$\delta_r = \delta_A + \delta_B = 0,8 + 1,6 = 2,4 \text{ m}$$

Torsion 1-1

$$b) \quad \sigma = \frac{+1000}{A} \pm \frac{m_z y}{I_x} \pm \frac{m_y z}{I_y}$$

$$\sigma = \frac{10000}{\frac{\pi \cdot d^3}{4}} =$$

Torsion 2-2

$$\sigma = \frac{20000}{\frac{\pi d^3}{4}}$$

$$x) \quad \delta = \alpha_1 \Delta T L_1 + \alpha_2 \Delta T L_2$$

ΘΕΜΑ Α :

Έστω μια δοκός κυκλικής διατομής ακτίνας r που καταπονείται με την άσκηση του αξονικού φορτίου P και της ροπής στρέψης M_t στο ένα άκρο της όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

A1) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές του ταυιστή των τάσεων που αντιστοιχεί στην εντατική κατάσταση που επικρατεί στο σημείο Q της δοκού.

↓ m της $\tau_{\max}$

A2) Να σχεδιάσετε τον κύκλο του Mohr που αντιστοιχεί στην εντατική κατάσταση που επικρατεί στο σημείο Q της δοκού.

A3) Να υπολογίσετε τις τιμές των κυρίων τάσεων και της μέγιστης διατμητικής τάσης καθώς και τις αντίστοιχες γωνίες των επιπέδων όπου ασκούνται οι παραπάνω τάσεις σε σχέση με το κάθετο στον άξονα x επίπεδο.

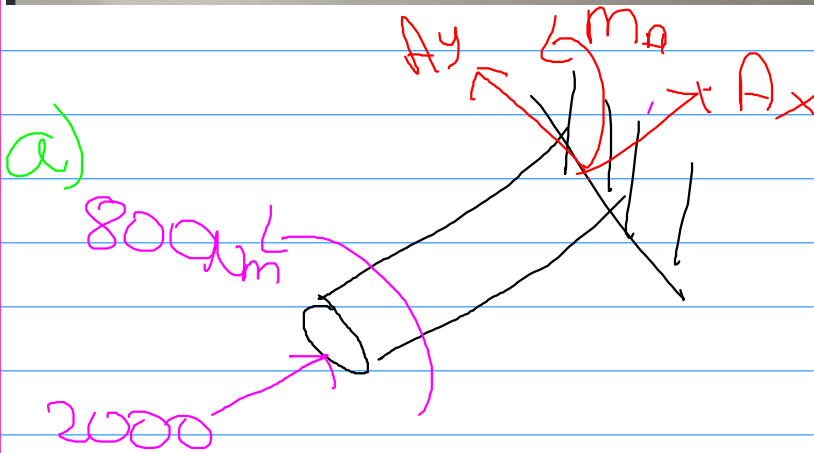
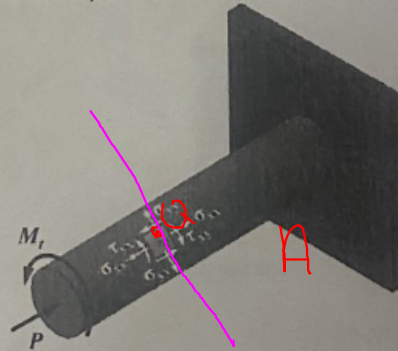
Δίνονται:

$$M_t = 800 + 20 \cdot i \text{ (N} \cdot \text{mm)}$$

$$P = 2000 + 100 \cdot j \text{ (N)}$$

$$r = 2 + 0.2 \cdot k \text{ (mm)}$$

όπου j, k τα δύο τελευταία ψηφία του Α.Μ.



$$\sum F_x = 0$$

$$A_x = -2000 \text{ N (ωραία η φωνή)}$$

$$\sum M_A = 0$$

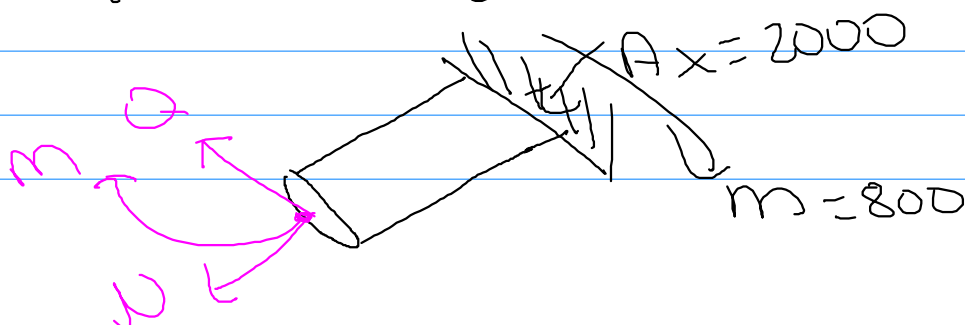
$$800 + m_A = 0$$

$$m_A = -800$$

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y = 0$$

Τομή 1-1 εσωτερικό δεξιά



$$\sum F_x = 0$$

$$N = 2000 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$Q = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$-M_x - 800 = 0$$

$$M_x = -800 \text{ Nm}$$

$$\gamma) \sigma, \tau, \phi \quad \tan(2\phi) = \frac{2 \cdot \tau}{\sigma}$$

Ορθή τριβή
Τομή 1-1

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{2000}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{2000}{\frac{\pi \cdot 2r^2}{4}}$$

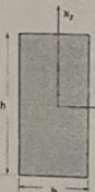
$$\tau = \frac{T \cdot r}{J}$$

$$J = \frac{1}{2} \pi \cdot r^3$$

Τυπολόγιο:

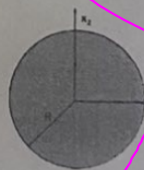
Ροπές αδρανείας I και εμβαδόν διατομής A :

Διάταξη (1)



$$I_{x_1} = \frac{1}{12} b h^3, \quad I_{x_2} = \frac{1}{12} b^3 h, \quad A = b h$$

Διάταξη (2)



$$I_{x_1} = I_{x_2} = \frac{\pi}{4} R^4, \quad A = \pi R^2$$

πολική ροπή αδρανείας: $I_p = I_{x_1} + I_{x_2}$

$\sigma = \frac{N}{A}, \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad \sigma = E \cdot \epsilon, \quad \Delta L = \frac{N}{EA} L,$

$\tau = \frac{V}{A}, \quad \tau = \frac{M_t}{I_p} r, \quad \tau = G \cdot \gamma, \quad \gamma = \theta \cdot r, \quad \theta = \frac{d\phi}{dx} = \frac{\phi}{L} = \frac{M_t}{GI_p}, \quad \sigma(x_2) = \frac{M_{x_1}}{I_{x_1}} x_2, \quad \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M_{x_1}}{EI_{x_1}}$

$K = \bar{\sigma} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad \tan(2\theta_0) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

ΘΕΜΑ Β:

Έστω μια πακτωμένη δοκός μήκους L που καταπονείται σε κάμψη από ένα εγκάρσιο φορτίο P στο άκρο της όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η διατομή της δοκού είναι τοποθετημένη σύμφωνα με τη Διάταξη (1).

B1) Σε ποιο σημείο της δοκού βρίσκεται η κρίσιμη διατομή της και πόση είναι η μέγιστη ορθή τάση που αναπτύσσεται στην διατομή αυτή;

B2) Αν το υλικό της δοκού είναι ελαστικό τέλεια πλαστικό με τάση διαρροής $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$ πόση είναι η μέγιστη δύναμη P που μπορεί να ασκηθεί στη δοκό ώστε όλες οι τάσεις να είναι εντός της ελαστικής περιοχής.

B3) Θα επιλέγατε να τοποθετήσετε τη δοκό σύμφωνα με τη Διάταξη (2); Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνονται:

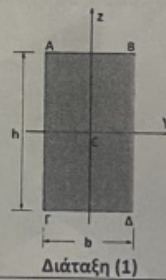
$$P = 100 + 10 \cdot i \text{ (N)},$$

$$L = 2000 + 100 \cdot j \text{ (mm)},$$

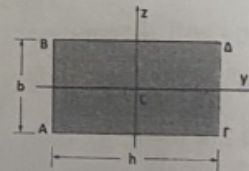
$$h = 20 + 2 \cdot k \text{ (mm)},$$

$$b = 0.5 \cdot h \text{ (mm)},$$

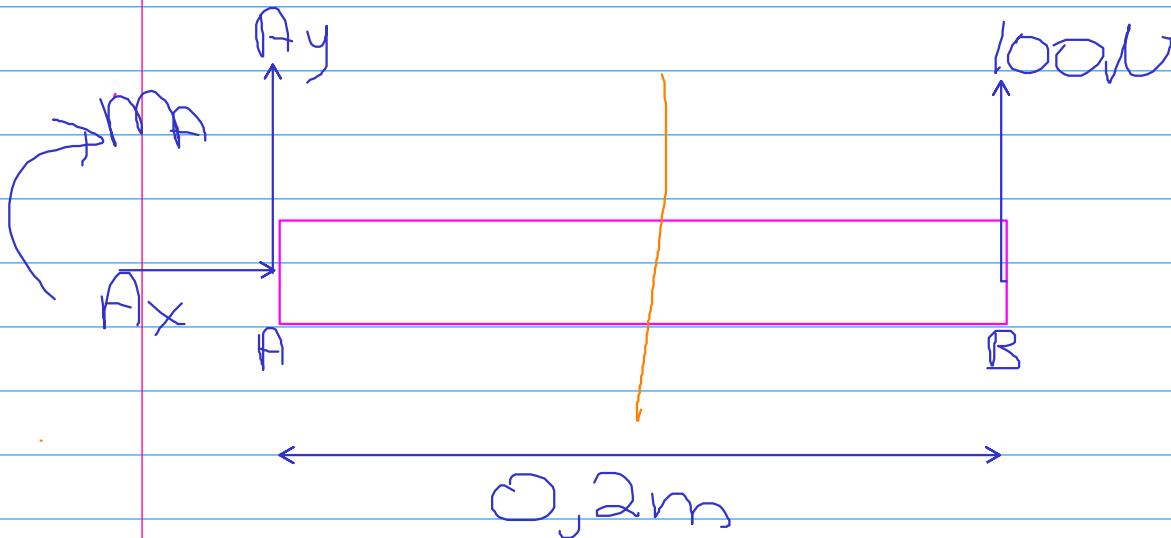
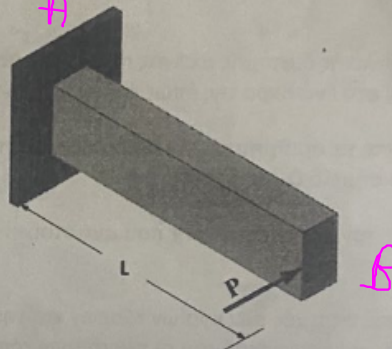
όπου i, j, k τα τρία τελευταία ψηφία του Α.Μ.



Διάταξη (1)



Διάταξη (2)



$$\left(\overset{+}{\rightarrow} \right) \sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

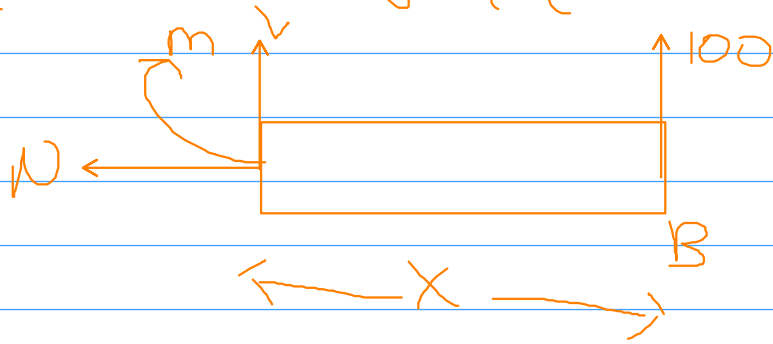
$$A_y + 100 = 0$$

$$A_y = -100 \text{ N} \quad \left(\begin{array}{l} \text{αμνη} \\ \text{φορας} \end{array} \right)$$

$$\left(\curvearrowright \right) \sum M_A = 0$$

$$-M_A + 100 \cdot 0.2 = 0 \Rightarrow M_A = 20 \text{ Nm}$$

Topun 1-1 8.5.1. μpos $x \leq 0,2m$



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$N_{(x)} = 0$$



$$(\uparrow) \sum F_y = 0$$

$$V + 100 = 0$$

$$V = -100N$$

$$(\curvearrowright) \sum M_x = 0$$

$$-M_x + 100x$$

$$\textcircled{2} M_x = 100x$$

$$M_{(0,2)} = 20Nm$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_z c_y}{I_z} + \frac{M_y c_z}{I_y}$$

$$\sigma = \pm \frac{M_z c_y}{I_z} = \pm \frac{20 \cdot 0,01}{6,67 \cdot 10^{-9}} = 29 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \quad \begin{matrix} h \\ 29MPa \end{matrix}$$

Διάτση 1

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,01 \cdot 0,02^3}{12} = 6,67 \cdot 10^{-9} m^4$$

$$c_y = \frac{0,02}{2} = 0,01m$$

$$6) \quad \sigma = \frac{m_2 \cdot l}{I_2}$$

$$\frac{100 \cdot 10^6 \text{ N}}{\text{m}^2} = \frac{m_2 \cdot 0,01 \text{ m}}{6,67 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4}$$

$$\Rightarrow 100 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot 6,67 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,01 m_2$$

$$\Rightarrow 0,667 = 0,01 m_2$$

$$\Rightarrow m_2 = 66,7 \text{ Nm}$$

$$② \Rightarrow m_x = P_x$$

$$66,7 = P \cdot 0,2$$

$$P = 333,5 \text{ N}$$