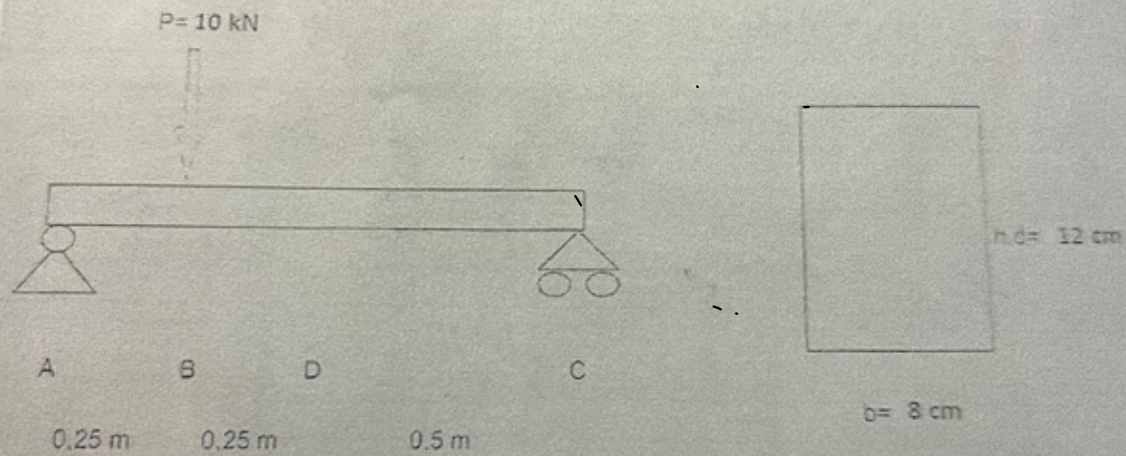


ΘΕΜΑ 4^ο (3 μονάδες).

Στην αμφιέρειστη δοκό του σχήματος η οποία φορτίζεται στο B με σημειακό φορτίο και στηρίζεται στα A, C με αρθρώση και κύλιση αντίστοιχα, να βρεθούν:

- A) Μέγιστες αναπτυσσόμενες καμπτικές τάσεις στη δοκό σ στο M
 B) Οι ακραίες τάσεις της διατομής στο μέσο D της δοκού

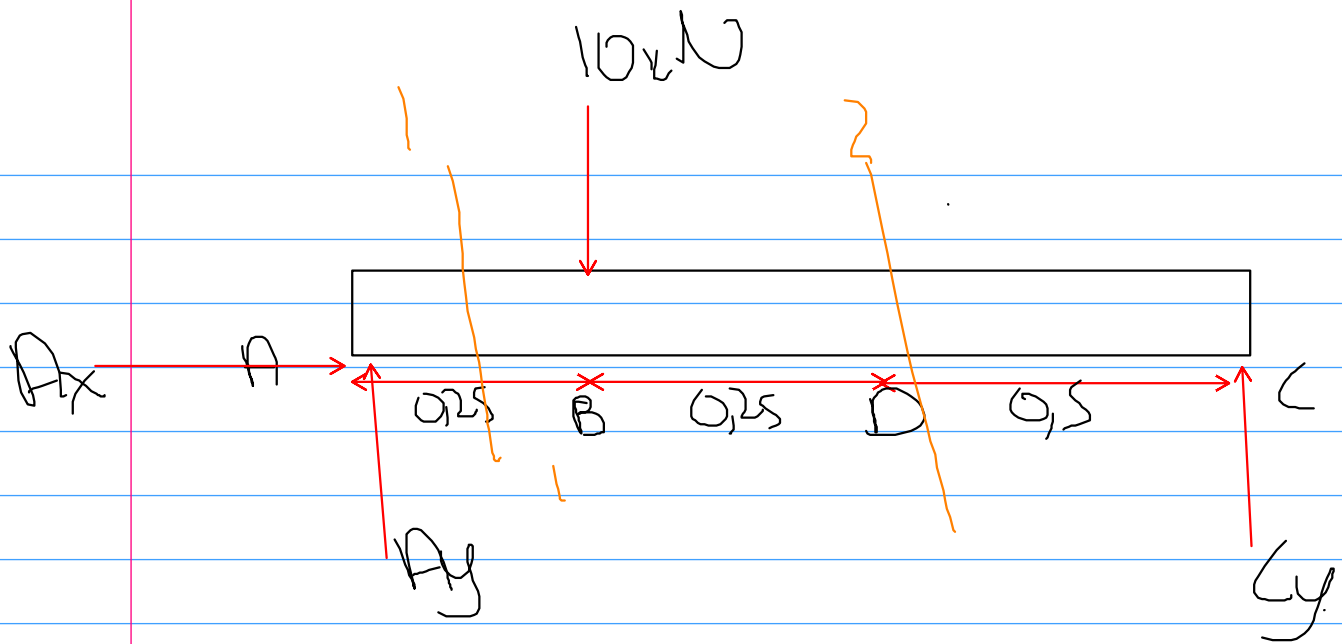


Ορθον τωον

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \pm \frac{m_2 \cdot \bar{y}}{I_2} \pm \frac{m_y}{I_y}$$

where P is the point load, A_0 is the cross-sectional area, m_2 is the first moment of area, $\bar{y}$ is the distance from the neutral axis to the point of interest, I_2 is the second moment of area, m_y is the first moment of area, and I_y is the second moment of area.

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \pm \frac{m_2 \cdot \bar{y}}{I_2} \pm \frac{m_y}{I_y}$$



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y + C_y = 10$$

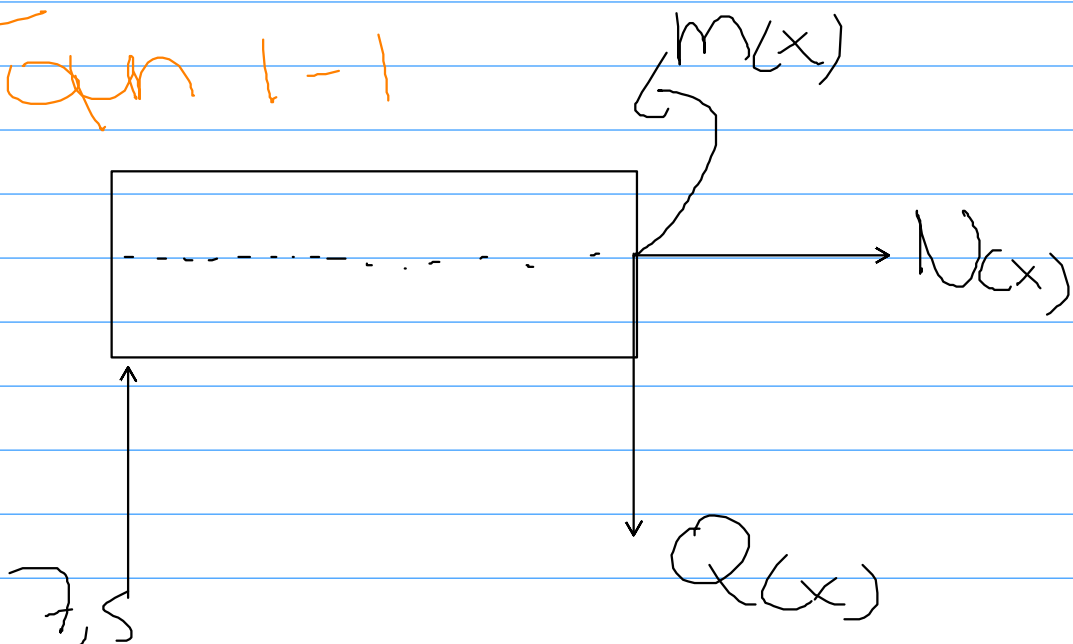
$$A_y = 7.5\text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$10 \cdot 0.25 - C_y = 0$$

$$C_y = 2.5\text{ kN}$$

Top 1-1



$$\sum f_x = 0$$

$$Q(x) = 0$$

$$\sum f_y = 0$$

$$-Q(x) + 7,5 = 0$$

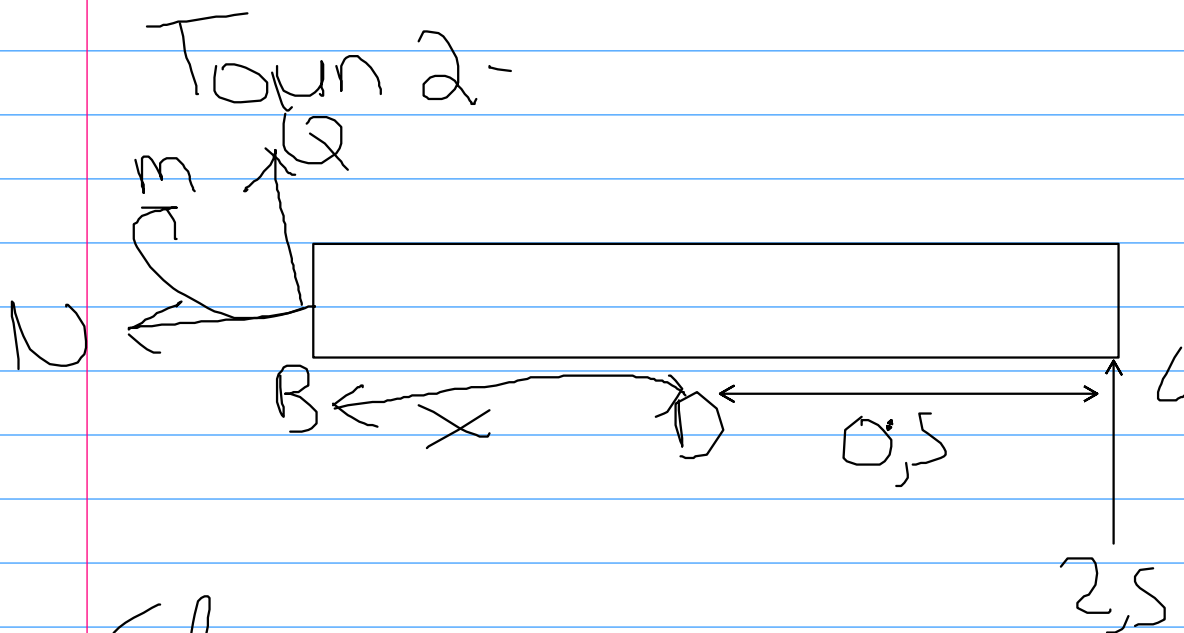
$$Q(x) = 7,5$$

$$\sum m = 0$$

$$-m(x) + 7,5 \cdot x = 0$$

$$m(x) = 7,5 \text{ kN} \cdot x \text{ (m)}$$

$$m(0,25) = 1,88 \text{ kNm}$$



$$\sum f_y = 0$$

$$Q + 2,5 = 0$$

$$Q = -2,5 \text{ kN}$$

$$(+)\sum m = 0$$

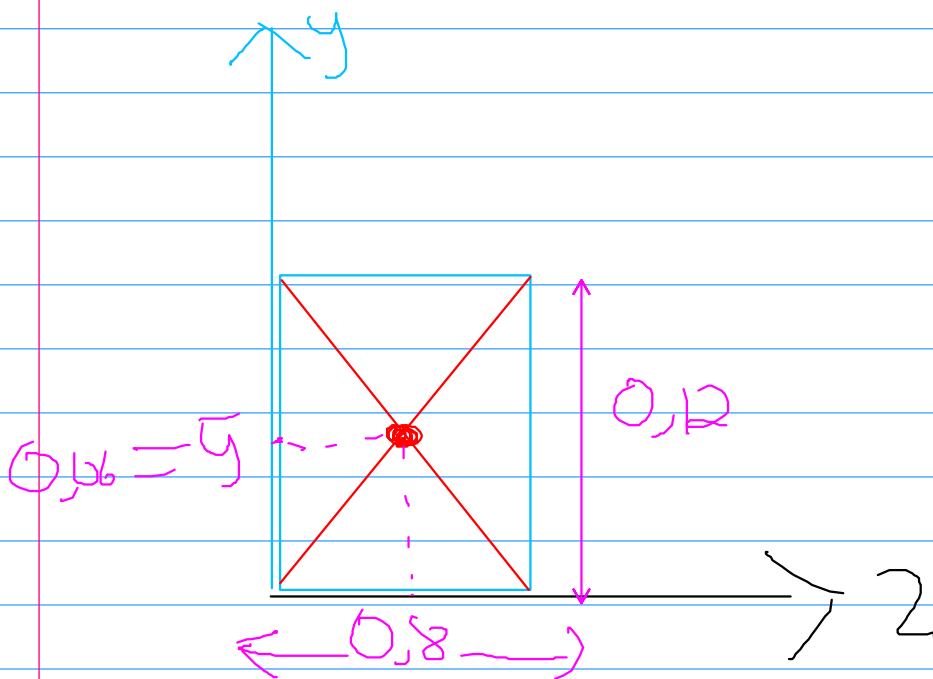
$$m - 2,5(0,5 + x)$$

$$m = +2,5(0,5 + 0,25)$$

$$m = 1,88 \text{ kg}$$

Opán taon ga Inv taon 1-1

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{m_2 \bar{y}}{I_2} + \frac{m_2 \bar{z}}{I_y}$$



$$I_2 = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

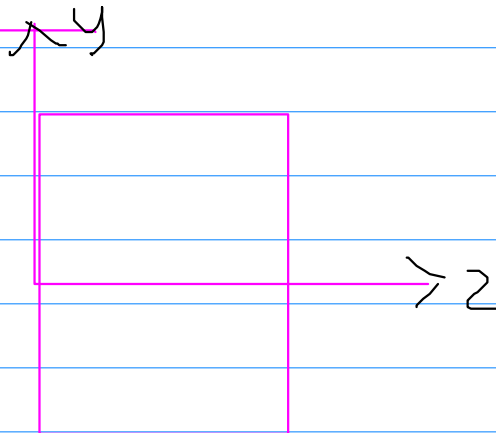
$$\bar{y} = 0,06 \text{ m}$$

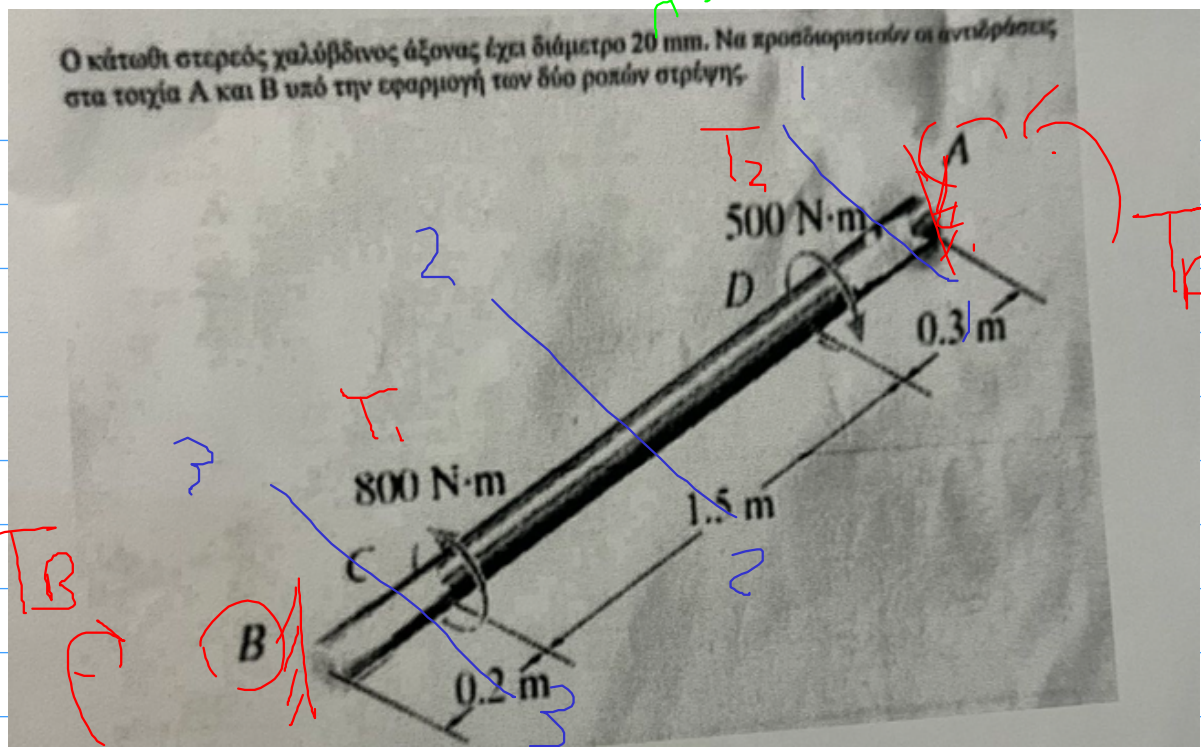
$$I_2 = \frac{0,8 \cdot 0,12^3}{12} = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\sigma = \pm \frac{1,88 \cdot 0,66}{1,15 \cdot 10^{-5}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \pm 980869565 \text{ Pa}$$

Taun 2-2





$$\textcircled{1} \quad \tau = \frac{T \cdot \rho}{J}$$

$$J = \frac{\pi \cdot \rho^4}{2} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$\textcircled{2} \quad \phi = \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$

$$(+2) \quad \sum M_A = 0$$

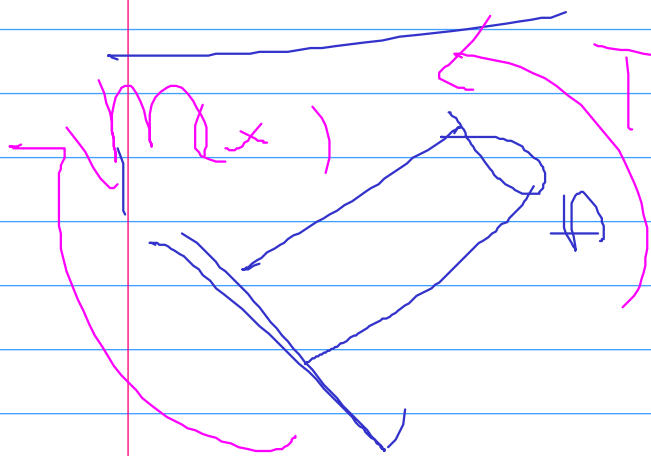
$$T_2 - T_A - T_1 + T_B = 0$$

$$500 - T_A - 800 + T_B = 0$$

$$T_B - T_A = 300 \text{ Nm} \quad \textcircled{1}$$

$$\Phi_A = 0$$

Topán 1-1

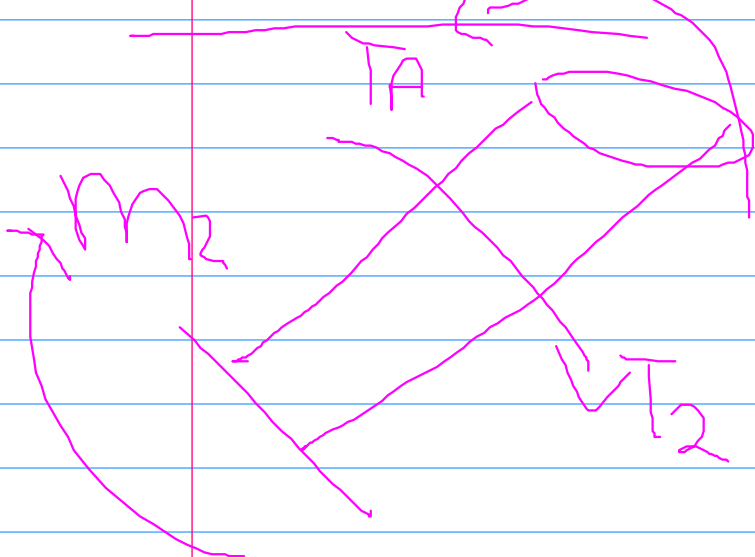


$$(+1) \sum m_1 = 0$$

$$+m_1 - T_A = 0$$

$$m_1 = T_A$$

Topán 2-2

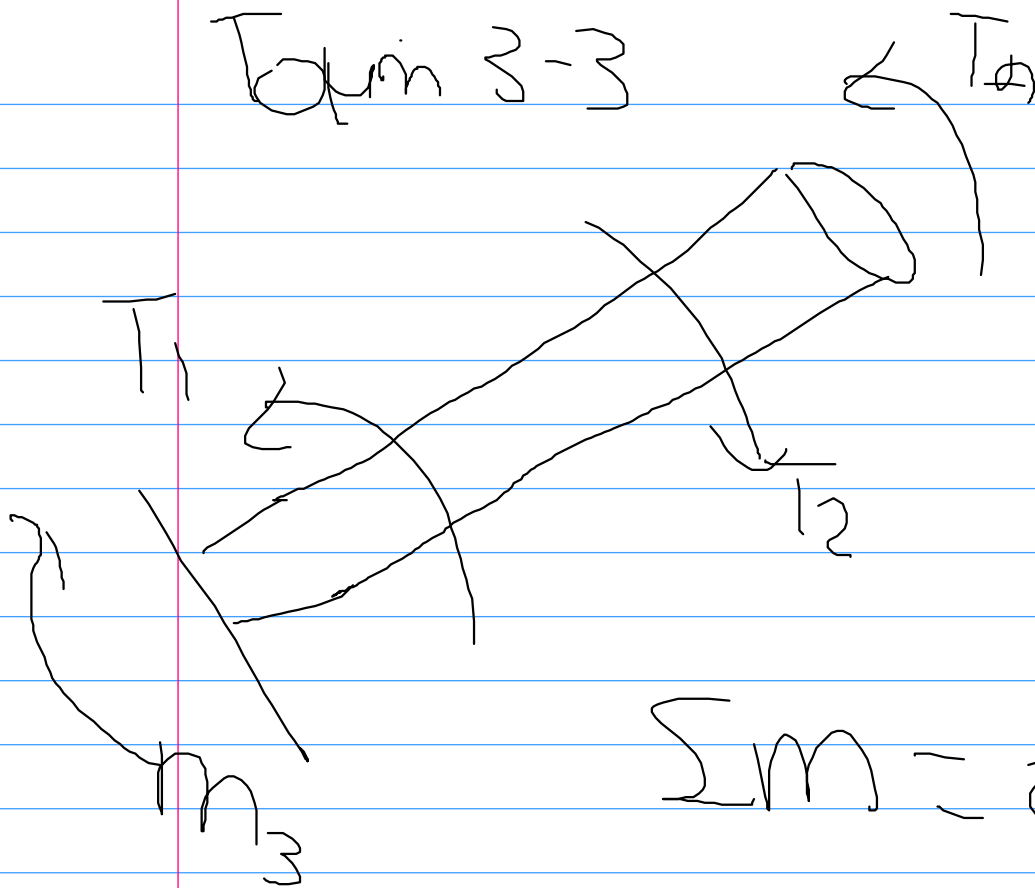


$$(+1) \sum m = 0$$

$$m_2 + T_2 - T_A = 0$$

$$m_2 = -500 + T_A$$

Exercice 3-3



$$\sum m = 0$$

$$m_3 - T_1 + T_2 - T_A = 0$$

$$m_3 = 300 + T_A$$

$$\textcircled{2} \quad \phi = \frac{T \cdot L}{GJ}$$

$$J = \frac{\pi r^4}{2}$$

$$= 3,14 \cdot 0,01^4$$

$$= 1,57 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\cancel{\Phi_A} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$0 = \frac{m_1 L_1}{GJ} + \frac{m_2 L_2}{GJ} + \frac{m_3 L_3}{GJ}$$

$$0 = m_1 L_1 + m_2 L_2 + m_3 L_3$$

$$0 = T_A \cdot 0,3 + (T_A - 500) \cdot 1,8 + (T_A + 300) \cdot 2$$

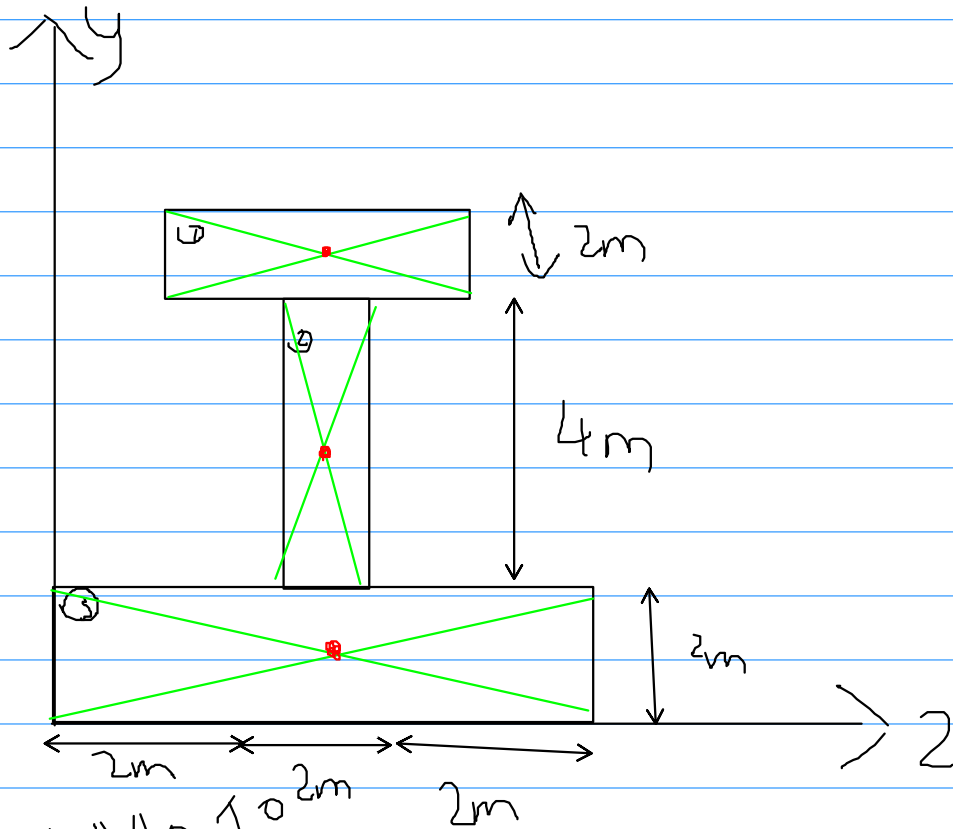
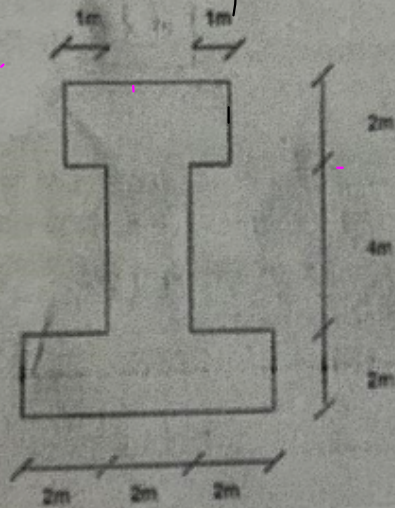
$$0 = 0,3 T_A + 1,8 T_A - 900 + 2 T_A + 600$$

$$\Rightarrow 300 = 4,1 T_A$$

$$T_A = 73,17 \text{ Nm}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow T_B = 373 \text{ Nm}$$

Σε συνέχεια του πρώτου θέματος, να υπολογιστούν οι μέγιστες ορθές και διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται στο σκέλος G-B του τριαρθρετού. Δίδεται η διατομή του φορέα:



Ορθογωνίο

$$y_1 = 7m$$

$$I_{z_1} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{4 \cdot 2^3}{12} = 2,67m^4$$

$$A_1 = 4 \cdot 2 = 8m^2$$

Ορθογώνιο 2°

$$y_2 = 4m$$

$$I_{22} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{2 \cdot 4^3}{12} = 10,66m^4$$

$$A_2 = 2 \cdot 4 = 8m^2$$

Ορθογώνιο 3°

$$y_3 = 1m$$

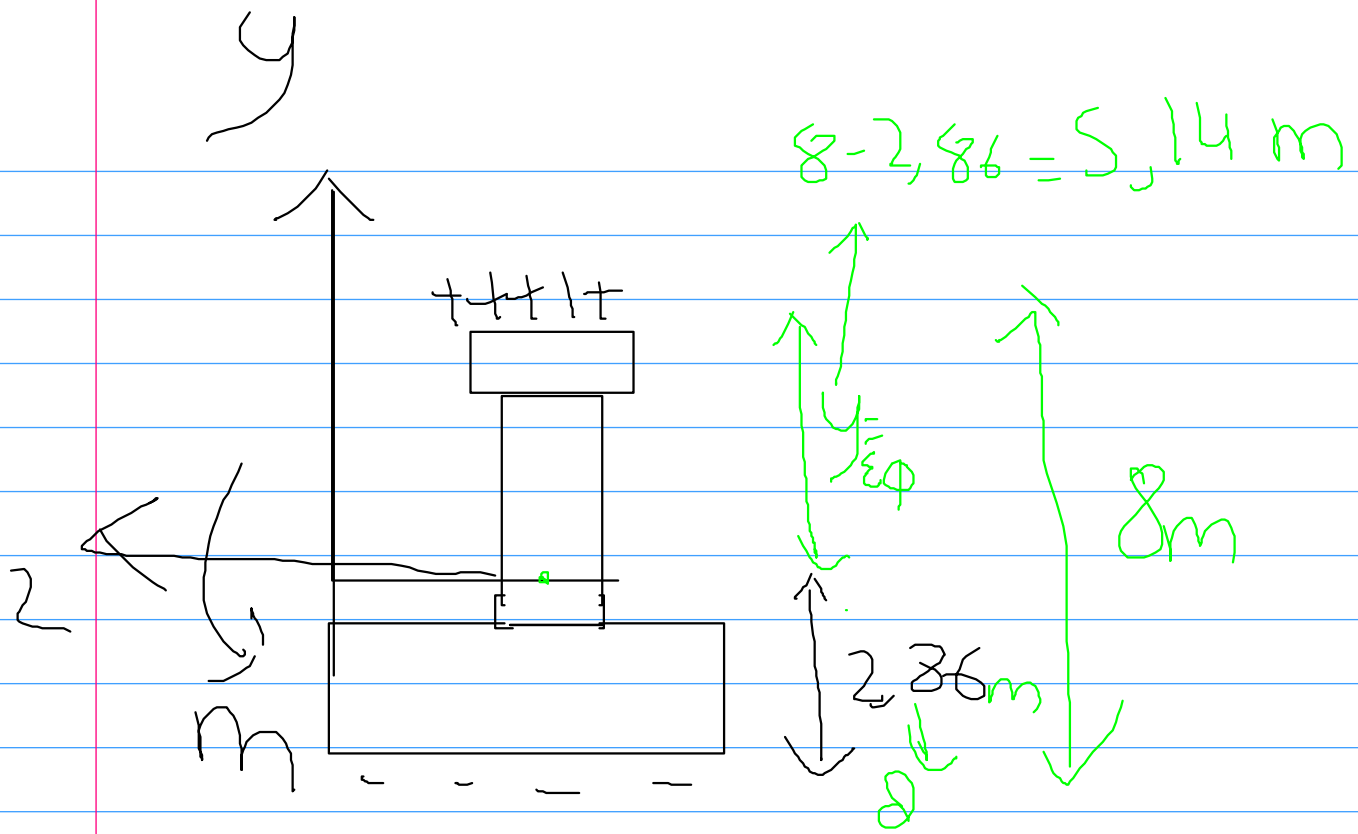
$$I_{23} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{6 \cdot 2^3}{12} = 4m^4$$

$$A_3 = 6 \cdot 2 = 12m^2$$

Συνολικό Σημείο

$$\bar{y} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 2,86m$$

$$I_{20} = I_{21} + A_1 (\bar{y} - y_1)^2 + I_{22} + A_2 (\bar{y} - y_2)^2 + I_{23} + A_3 (\bar{y} - y_3)^2$$



$$\sigma = + \frac{N}{A_{01}} + \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma = \begin{matrix} \text{top} \\ \text{bottom} \end{matrix} \begin{matrix} (+) \\ (-) \end{matrix} \frac{1,88 \cdot 10^3 \cdot 5,14}{I_{z01}} \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}$$

ΘΕΜΑ 2° (2 μονάδες).

Δοκίμιο κυλινδρικού σχήματος, από γραμμικά ελαστικό- γραμμικά κρατυνόμενο υλικό, διαμέτρου $d=1\text{ cm}$ και αρχικού μήκους $l_0=10\text{ cm}$ υποβάλλεται σε εφελκυσμό. Τα καταγεγραμμένα αποτελέσματα ήταν:

- 1) Φορτίο στο όριο αναλογίας $1,9\text{ kN}$
- 2) Φορτίο θραύσης 4 kN
- 3) Επιμήκυνση στο όριο αναλογίας $0,04\text{ cm}$
- 4) Ανηγμένη επιμήκυνση στο όριο θραύσης 5%

Να προβείτε σε χάραξη του διαγράμματος εφελκυσμού, αφού βρεθούν:

- 1) Τάση στο όριο αναλογίας
- 2) Τάση στο όριο θραύσης
- 3) Μέτρο ελαστικότητας του υλικού