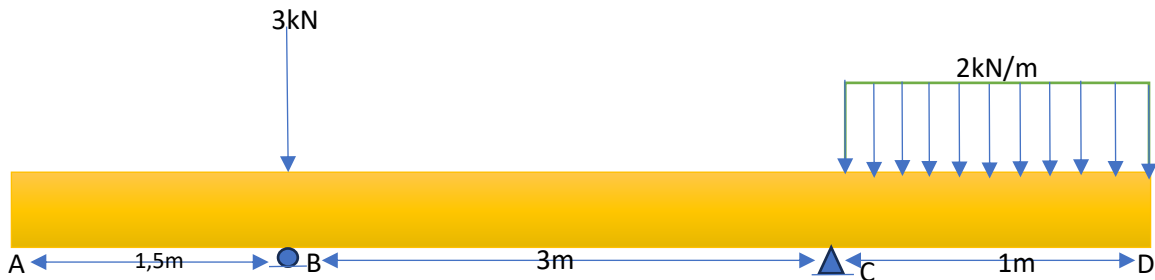


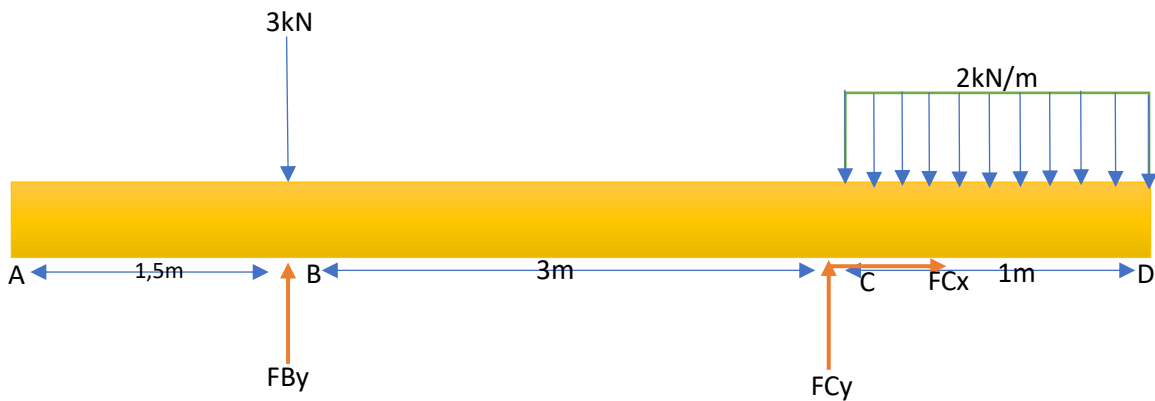
# Project 10 του 2019

Δίνεται το παρακάτω σχήμα να υπολογιστούν οι μέγιστες ορθές τάσης ως προς εφελκυσμό και θλίψη και οι μέγιστη διατμητική αν η μέγιστη επιτρεπτή τάση ως προς εφελκυσμό και θλίψη είναι 120 MPa και 110MPa. Η μέγιστη επιτρεπτή διατμητική τάση είναι 50MPa.



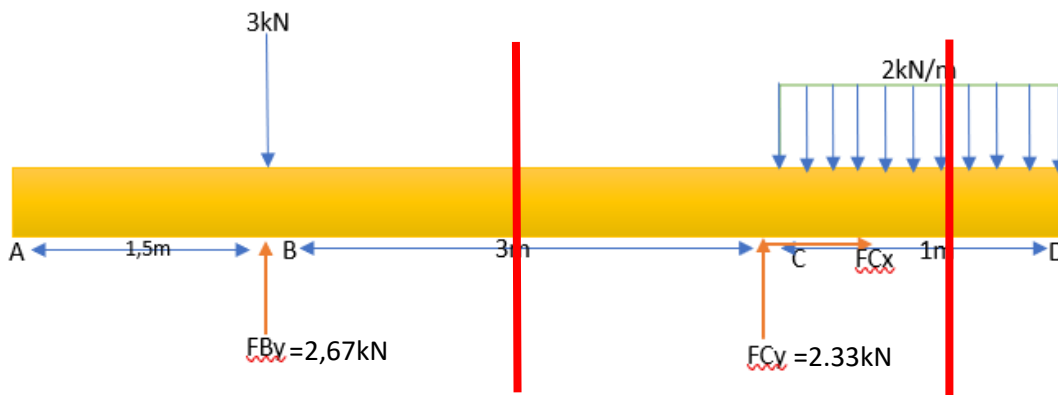
Λύση με απλά βηματάκια

**Βήμα 1°:** Λύση εξωτερικού προβλήματος (υπολογισμός των δυνάμεων στις στηρίξεις) με τη χρήση των 3<sup>ων</sup> εξισώσεων ισορροπίας.



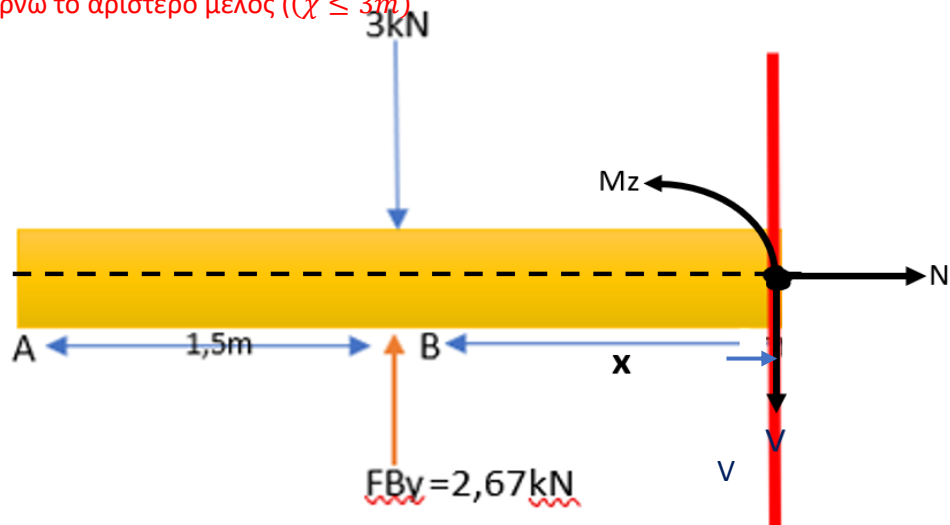
$$\begin{array}{lll} \Sigma f_x=0 & \Sigma F_y=0 & \Sigma M_B=0 \\ \Leftrightarrow F_{Cx}=0\text{kN} & \Leftrightarrow F_{By} + F_{Cy} - 3 - (2 * 1) = 0 & \Leftrightarrow 3F_{Cy} - [(2 * 1) * (0.5 + 3)] = 0 \\ & \Leftrightarrow F_{By} + F_{Cy} = 5 & \Leftrightarrow F_{Cy} = 2.33\text{kNm} \\ & \Leftrightarrow F_{By} = 2.67\text{kN} & \end{array}$$

**Βήμα 2ο :** Ξανακάνω το σχήμα και βάζω τις δυνάμεις που βρήκα στο βήμα 1° ως δεδομένες και σχεδιάζω τις τομές μου. (Αν στο βήμα 1° βρω κάποια δύναμη που έχει αρνητικό πρόσημο τότε στο σχέδιο που θα κάνω να τις αλλάξω την φορά).



**Βήμα 3ο:** Υπολογισμός εσωτερικών δυνάμεων και ροπών με τις εξισώσεις ισορροπίας για κάθε τομή.

Τομή 1-1: Παίρνω το αριστερό μελος ( $(x \leq 3m)$ )

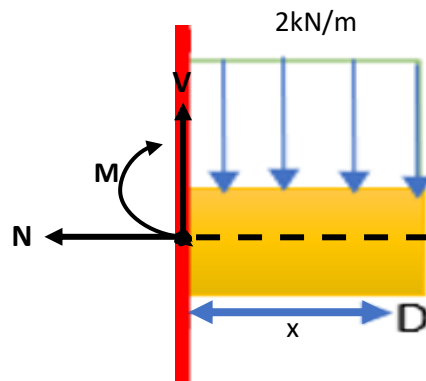


$$\begin{aligned}\Sigma f_x &= 0 \\ \Leftrightarrow N &= 0 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ \Leftrightarrow 2.67 - 3 - V &= 0 \\ \Leftrightarrow V &= -0.33 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M &= 0 \\ \Leftrightarrow M + 3x - 2.67x &= 0 \\ \Leftrightarrow M &= -3x + 2.67x \\ \Leftrightarrow M_{(3)} &= -0.99 \text{ kNm}\end{aligned}$$

Τομή 2-2: Παίρνω το δεξί μελος ( $(x \leq 1m)$ )

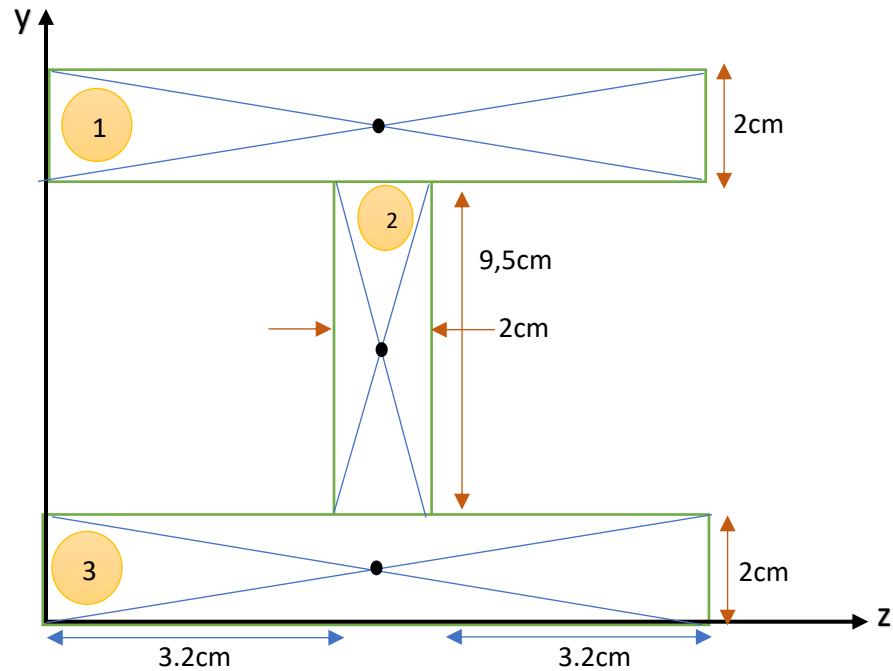


$$\begin{aligned}\Sigma f_x &= 0 \\ \Leftrightarrow N &= 0 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ \Leftrightarrow V - 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow V &= 2x \\ \Leftrightarrow V_{(1)} &= 2 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M &= 0 \\ \Leftrightarrow -M - 2x \frac{x}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow M &= -x^2 \\ \Leftrightarrow M_{(1)} &= -1 \text{ kNm}\end{aligned}$$

**Βήμα 4<sup>ο</sup>:**Υπολογισμός κέντρου βάρους και συνολικής ροπής αδράνειας



**Ορθογώνιο 1<sup>ο</sup>**

$$y_1 = 2 + 9,5 + 1 = 12,5\text{cm}$$

$$A_1 = 2(3,2 + 3,2 + 2) = 16,8\text{cm}$$

$$I_{z1} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(3,2 + 3,2 + 2) \cdot 1^3}{12} = 0,7\text{cm}^4$$

**Ορθογώνιο 2<sup>ο</sup>**

$$y_2 = 6,75\text{cm}$$

$$A_2 = 2 \cdot 9,5 = 19\text{cm}^2$$

$$I_{z2} = \frac{b \cdot n^3}{12} = \frac{2 \cdot 9,5^3}{12} = 142,9\text{cm}^4$$

**Ορθογώνιο 3<sup>ο</sup>**

$$y_3 = 1\text{cm}$$

$$A_3 = 2(3,2 + 3,2 + 2) = 16,8\text{cm}$$

$$I_{z3} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(3,2 + 3,2 + 2) \cdot 1^3}{12} = 0,7\text{cm}^4$$

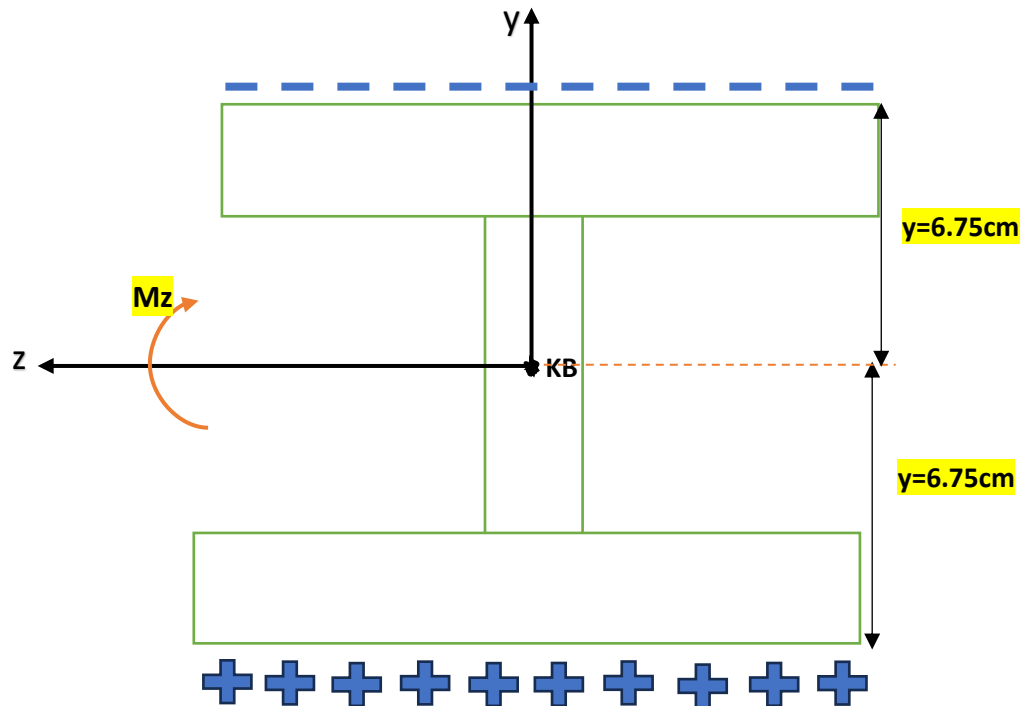
**Κέντρο Βάρους Σχήματος**

$$\bar{y} = \frac{12,5 \cdot 16,8 + 6,75 \cdot 19 + 1 \cdot 16,8}{52,6} = 6,75\text{cm}$$

$$I_{z_{ολ}} = 0,7 + 16,8(12,5 - 6,75)^2 + 142,9 + 19 \cdot (6,75 - 6,75)^2 + 0,7 + 16,8 \cdot (6,75 - 1)^2$$

**Βήμα 5ο:** Υπολογίζουμε την συνολική ορθή τάση για την κάθε τομή που κάναμε.

Τομή 1-1

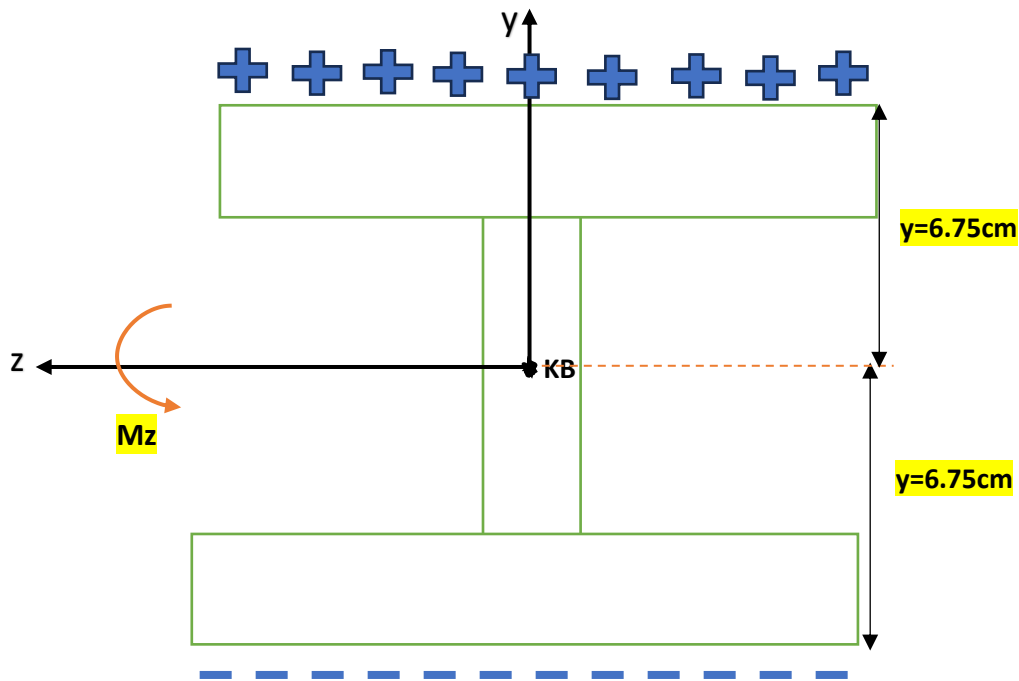


Ορθή τάση:

$$\begin{aligned}
 \text{P} & \rightarrow \sigma_x = \frac{N}{A_{0\lambda}} = \emptyset \\
 \text{M}_z & \rightarrow \sigma_x = \pm \frac{M_z \cdot \bar{y}}{I_z} = \pm \frac{0,99 \cdot 10^3 \cdot 0,0675}{1,95 \cdot 10^{-6}} = \pm 34,27 \text{ MPa} \\
 \text{M}_y & \rightarrow \sigma_x = \frac{M_y \cdot \bar{z}}{I_y} = \emptyset
 \end{aligned}$$

Οπότε η μέγιστη ορθή τάση ως προς εφελκυσμό και θλίψη για την 1<sup>η</sup> τομή ισούται με  $\sigma_{x \text{ MAXεφ}} = (+)34,27 \text{ MPa}$  και  $\sigma_{x \text{ MAXθλ}} = (-)34,27 \text{ MPa}$ .

Τομή 2-2

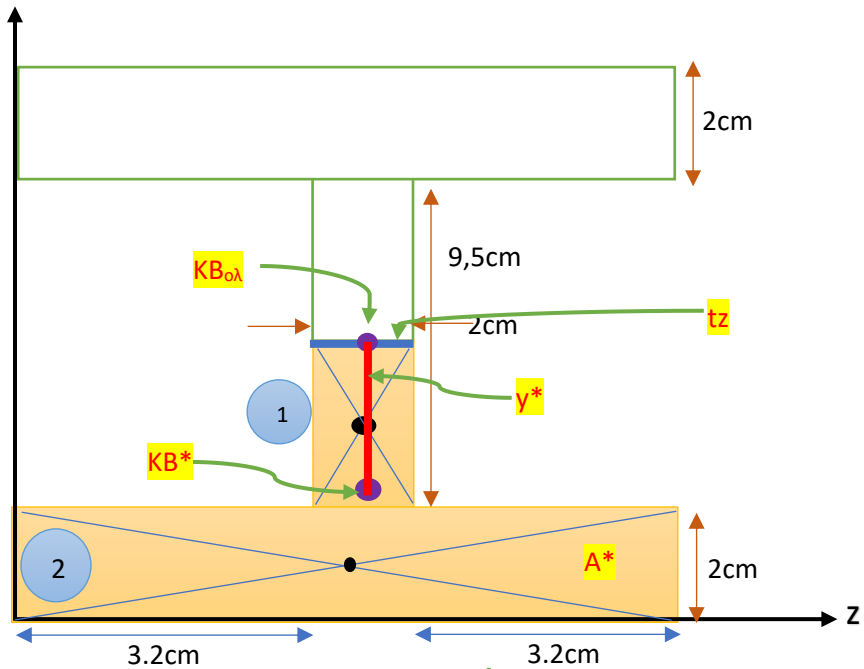


Ορθή τάση:

$$\begin{aligned}
 \text{P} & \rightarrow \sigma_x = \frac{N}{A_{0\lambda}} = \emptyset \\
 \text{M}_z & \rightarrow \sigma_x = \pm \frac{M_z \cdot \bar{y}}{I_z} = \pm \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 0,0675}{1,95 \cdot 10^{-6}} = \pm 34,62 \text{ MPa} \\
 \text{M}_y & \rightarrow \sigma_x = \frac{M_y \cdot \bar{z}}{I_y} = \emptyset
 \end{aligned}$$

Οπότε η μέγιστη ορθή τάση ως προς εφελκυσμό και θλίψη για την 1<sup>η</sup> τομή ισούται με  $\sigma_{x \text{ MAX}\epsilon\phi} = (+)34,62 \text{ MPa}$  και  $\sigma_{x \text{ MAX}\theta\lambda} = (-)34,62 \text{ MPa}$ .

**Βήμα 6<sup>ο</sup>:** Υπολογισμός στατικής ροπής  $Q_y$



**Ορθογώνιο 1<sup>ο</sup>**

$$y_1 = 2 + 2.375 = 4.375 \text{ cm}$$

$$A_1 = 2 \cdot 4.75 = 9.5 \text{ cm}^2$$

**Ορθογώνιο 2<sup>ο</sup>**

$$y_2 = 1 \text{ cm}$$

$$A_2 = 2 \cdot (3.2 + 2 + 3.2) = 16.8 \text{ cm}^2$$

**Κέντρο Βάρους\***

$$\bar{y}^* = \frac{4.375 \cdot 9.5 + 1 \cdot 16.8}{9.5 + 16.8} = 2.22 \text{ cm}$$

$$A^* = 26.3 \text{ cm}^2$$

$$y^* = \bar{y} - \bar{y}^* = 6.75 - 2.22 = 4.53 \text{ cm}$$

Αρα η στατική ροπή ισούται με  $Q_y = y^* \cdot A^* = 0.0453 \cdot 26.3 \cdot 10^{-4} = 1.19 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3$

Επίσης για τη διατμητική τάση θέλουμε το  $\tau_z$  που υπολογίζεται από το σχήμα και είναι 2cm.

**Βήμα 7ο:** Υπολογισμός διατμητικής τάσης για κάθε τομή που κάναμε στο βήμα 3°.

Τομή 1-1

$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J\rho} = \emptyset$$
$$\tau = \frac{V_y \cdot Q_y}{I_z \cdot t_z} = -\frac{0,33 \cdot 10^3 \cdot 1.19 \cdot 10^{-4}}{1,95 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02} = 1 \text{ MPa}$$
$$\tau = \frac{V_z \cdot Q_z}{I_y \cdot t_y} = \emptyset$$

Οπότε η μέγιστη διατμητική τάση για την 1<sup>η</sup> τομή ισούται με **1MPa**

Τομή 2-2

$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J\rho} = \emptyset$$
$$\tau = \frac{V_y \cdot Q_y}{I_z \cdot t_z} = -\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1.19 \cdot 10^{-4}}{1,95 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02} = 6.10 \text{ MPa}$$
$$\tau = \frac{V_z \cdot Q_z}{I_y \cdot t_y} = \emptyset$$

Οπότε η μέγιστη διατμητική τάση για την 2<sup>η</sup> τομή ισούται με **6.10 MPa**