

Θέματα

Προσοχή: στα παρακάτω θέματα όπου εμφανίζονται τα γράμματα α, β σημαίνουν:

α = το προτελευταίο και β = το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σου

Εάν κάποιο από αυτά είναι 0, χρησιμοποιείτε αντί γι αυτό τον αριθμό 6

1. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$$\alpha y' = -y(\beta x^5 + x^3)$$

που ικανοποιεί την αρχική συνθήκη $y(-1) = 1$.

2. (2 μονάδες) Η ατμοσφαιρική πίεση (πίεση του αέρα γύρω μας) ελαττώνεται με ρυθμό ανάλογο του ύψους από την επιφάνεια της θάλασσας. Η πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας είναι ίση με 1013hPa. Ακόμα, η πίεση ελαττώνεται 14% κάθε 1000m.

(α) Να βρεθεί μια έκφραση για την πίεση του αέρα σε συνάρτηση του ύψους (λύνοντας κατάλληλη διαφορική εξίσωση).

(β) Να βρεθεί η πίεση του αέρα στην οροφή του Sears Tower Building (527m).

(γ) Να βρεθεί η πίεση του αέρα στην κορυφή του Λευκού όρους/Άλπεις (4810 m)

3. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης 2^{ης} τάξης

$$y'' + 8y' + 15y = \beta e^{-5x} + \alpha$$

4. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$\alpha(x^5 y^3 + 2x^3)dx + \left(\frac{1}{2}\alpha x^6 y^2 + \beta y^5\right)dy = 0$$

5. (1,5 μονάδες) Με χρήση των μετασχηματισμών Laplace να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$y'' - 3y' - 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \beta$$

6. (2 μονάδες) Να βρεθεί, με τη μέθοδο των πινάκων, η γενική λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} x_1' = \beta x_1 + 3x_2 \\ x_2' = 3x_1 + \beta x_2 \end{cases}$$

Καλή επιτυχία