

Α' εξεταστική (14/1/14)

1. (2 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση κάθε μιας από τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις 1^{ης} τάξης.

(α) $y' = 2 \frac{y}{x}$

(β) $(x - xy^2)dx + (8y - x^2y)dy = 0$

2. (1,5 μονάδα) Ένα σώμα με άγνωστη θερμοκρασία τοποθετείται σ' ένα χώρο με σταθερή θερμοκρασία 30° C. Εάν μετά 10 λεπτά η θερμοκρασία του σώματος είναι 0° C και μετά 20 λεπτά είναι 15° C:

(α) να υπολογιστεί η αρχική θερμοκρασία του σώματος

(β) πότε θα φτάσει η θερμοκρασία του σώματος στους 25° C;

(γ) πότε θα φτάσει η θερμοκρασία του σώματος στους 35° C;

(υποθέτουμε ότι, η θερμοκρασία του σώματος μεταβάλλεται με ρυθμό ανάλογο της διαφοράς, μεταξύ της θερμοκρασίας του σώματος και αυτής του περιβάλλοντος χώρου).

3. (1 μονάδα) Να κατασκευαστεί διαφορική εξίσωση που να έχει γενική λύση την παρακάτω συνάρτηση.

$$y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{2x} \cos 5x + c_3 e^{2x} \sin 5x$$

4. (1,5 μονάδα) Να βρεθεί η γενική λύση της μη-ομογενούς διαφορικής εξίσωσης 2^{ης} τάξης:

$$y'' + y' - 20y = e^{-5x} + 1$$

5. (2 μονάδες) Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.):

$$\begin{cases} y'' + y' - 20y = 1 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

με την βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace.

6. (2 μονάδες) Να λυθεί το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + x_2 \\ x_2' = -x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

Καλή επιτυχία