

Θέματα

Προσοχή: στα παρακάτω θέματα όπου εμφανίζονται τα γράμματα α, β σημαίνουν:
 α = το προτελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σου
 β = το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σου
Εάν κάποιο από αυτά είναι 0, χρησιμοποιείτε αντί γι αυτό τον αριθμό 3

1. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$$y' = \alpha x^2 e^{-\beta y}$$

που ικανοποιεί την αρχική συνθήκη $y(0) = 0$

2. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$$(y^2 - 2xy + \beta x) dx - (x^2 - 2xy + 2) dy = 0$$

3. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης 2^{ης} τάξης:

$$y'' + \alpha y' + \beta y = e^{\alpha x}$$

4. (1,5 μονάδες) Με χρήση των μετασχηματισμών Laplace να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$y'' - y' - 6y = \alpha\beta, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

5. (2 μονάδες) Το χημικό στοιχείο ράδιο-226 διασπάται με ρυθμό ανάλογο της υπάρχουσας (κάθε φορά) ποσότητας. Έστω ότι σε 800 χρόνια έχει διασπαστεί το 80% της αρχικής ποσότητας.

(α) Να βρεθεί κατάλληλη διαφορική εξίσωση που να περιγράφει τη ποσότητα του ραδίου που απομένει (κάθε χρονική στιγμή). Να λυθεί η δ.ε.

(β) Να υπολογιστεί η διάρκεια της ημι-ζωής του ραδίου-226 (δηλαδή το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διασπαστεί η μισή της αρχικής ποσότητας).

(γ) Έστω ότι αρχικά υπήρχαν 100mg ραδίου-226. Μετά από πόσα χρόνια θα έχουν απομείνει 5 mg ραδίου-226;

6. (2 μονάδες) Να βρεθεί, με τη μέθοδο των πινάκων, η γενική λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 - 12x_2 + e^{\alpha x} \\ x_2' = 3x_1 - 9x_2 + e^{\alpha x} \end{cases}$$

Καλή επιτυχία