

Πολυτεχνείο Κρήτης ///

Σχολή Χημικών Μηχανικών & Μηχανικών Περιβάλλοντος

Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις /// Ακαδ. Έτος 2020-21

Διδάσκων: Τρύφων Δάρας

Εμβόλιμη εξεταστική (29/6/21)

Θέματα

Προσοχή: στα παρακάτω θέματα όπου εμφανίζονται τα γράμματα α , β σημαίνουν:
 α = το προτελευταίο και β = το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σου

Εάν κάποιο από αυτά είναι 0, χρησιμοποιείτε αντί γι' αυτό τον **αριθμό 2**.

1. (1,5 μονάδες) Να βρεθεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης: $y' = y(x^3 + e^{\alpha x})$ που ικανοποιεί την αρχική συνθήκη $y(0) = 1$.

2. (2,5 μονάδες) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης 2^{ης} τάξης

$$y'' - y' - 6y = 2e^{3x} + \beta x$$

3. (2 μονάδες) Το χημικό στοιχείο θόριο-234 διασπάται με ρυθμό ανάλογο της υπάρχουσας (κάθε φορά) ποσότητας. Έστω ότι από 5 g του στοιχείου, μετά από ένα μήνα, απομένουν 3,85 g.

(α) Να βρεθεί κατάλληλη διαφορική εξίσωση που να περιγράφει τη διάσπαση του θορίου. Να λυθεί η δ.ε.

(β) Να υπολογιστεί η διάρκεια της ημι-ζωής του θορίου-234 (δηλαδή το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διασπαστεί η μισή της αρχικής ποσότητας).

(γ) Να βρεθεί η ποσότητα θορίου-234 που έχει διασπαστεί σε χρονικό διάστημα $4 \cdot \beta$ βδομάδων.

4. (2 μονάδες) Να λυθεί το Π.Α.Τ. με τη βοήθεια των μετασχηματισμών Laplace:
 $y' + \alpha y = e^{\beta x}, \quad y(0) = 0.$

5. (2 μονάδες) Να λυθεί το παρακάτω σύστημα με τη βοήθεια πινάκων.

$$\begin{cases} x_1' = \alpha x_1 + 4x_2 \\ x_2' = x_1 + \alpha x_2 \end{cases}$$

Καλή επιτυχία