

Ασκήσεις επανάληψης

1. Να λυθούν οι παρακάτω μη-ομογενείς δ.ε.:

(α) $y'' - y = x^2 + 2x$

(β) $y'' - 6y' + 5y = e^{4x}$

(γ) $y'' - 6y' + 5y = 2 \cos 3x$

(δ) $y'' - 6y' + 5y = e^{4x} + 2 \cos 3x$

(ε) $y'' - 6y' + 5y = e^{5x}$

(ζ) $y'' - 6y' + 5y = \cos^2 x$

(η) $y'' + 25y = \sin 3x + 7 \cos 3x$

(θ) $y^{(4)} - 6y'' + 5y = x^2 + x + 3$

(ι) $y'' - 2y' + y = xe^{3x}$

(κ) $y''' - 2y'' - 4y' + 8y = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2}$

2. Να βρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace των παρακάτω συναρτήσεων.

(α) $f_1(x) = x^2 + 5x + 7 + \sin 3x$

(β) $f_2(x) = e^{5x} \cos 6x$

(γ) $f_3(x) = e^{-x} (e^{2x} + 4e^{-x})^2$

(δ) $f_4(x) = \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$

(ε) $f_5(x) = e^{5x} \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$

(στ) $f_6(x) = x \cos \alpha x$

3. Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace των συναρτήσεων.

(α) $L(y) = \frac{s}{s^2 + 25}$

(β) $L(y) = \frac{s+3}{(s+3)^2 + 25}$

(γ) $L(y) = \frac{1-s}{s^2 + 16}$

(δ) $L(y) = \frac{2s+1}{s^2 + s}$

(ε) $L(y) = \frac{1}{s^3 - s}$

4. Να λυθεί καθένα από τα παρακάτω Π.Α.Τ. με τη βοήθεια των μετασχηματισμών Laplace:

(α) $y' + 9y = 8, \quad y(0) = 1$

(β) $y' + 8y = e^{2x}, \quad y(0) = 0$

(γ) $y'' - 7y' + 12y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$

(δ) $y'' + 25y = e^{3x}, \quad y(0) = y'(0) = 0$

(ε) $y'' + 3y' + 2y = 5x + 3, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$

5. Να λυθεί το παρακάτω σύστημα με τη βοήθεια των πινάκων.

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 2x_2 \\ x_2' = x_1 + 2x_2 \end{cases}$$