

Ασκήσεις bonus

Προσοχή: στα παρακάτω θέματα όπου εμφανίζονται τα γράμματα α , β σημαίνουν:

α = το προτελευταίο και β = το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σου

Εάν κάποιο από αυτά είναι 0, χρησιμοποιείτε αντί γι' αυτό τον αριθμό 9.

1. Σε μια αρχαιολογική έρευνα βρέθηκε ένα εργαλείο κοντά σ' ένα απολιθωμένο ανθρώπινο οστό. Αν το εργαλείο και το απολίθωμα περιέχουν το 65% και το 60% της αρχικής ποσότητας ^{14}C αντίστοιχα, να προσδιοριστεί εάν είναι δυνατόν το εργαλείο να έχει χρησιμοποιηθεί από αυτόν τον άνθρωπο. (Ημιζωή ^{14}C : 5600 χρόνια)

2. Να λυθούν οι παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

(α) $y'' - 2\alpha y' + \alpha^2 y = \alpha x e^x$

(β) $y''' - 4y'' - 4y' + 16y = \frac{\alpha e^{4x} + \beta e^{-3x}}{2}$

3. Να βρεθεί ο μετασχηματισμός *Laplace* των παρακάτω συναρτήσεων.

(α) $f_1(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

(β) $f_2(x) = e^{-t}(e^{2t} + 3e^{-t})^3$

(υποδ. $(x+y)^3 = \dots$)

(γ) $f_3(x) = \alpha x^\alpha \cosh \beta x, \quad (\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2})$

4. Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός *Laplace* των παρακάτω συναρτήσεων.

$$(\alpha) \quad F_1(s) = \frac{s}{(s-4)^2 + 1}$$

$$(\beta) \quad F_2(s) = \frac{s^2 + \alpha}{s^2(s + \beta)}$$

5. Να βρεθεί η λύση του συστήματος:

$$x_1'(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$$

$$x_2'(t) = -\beta x_1(t) + \alpha x_2(t), \quad x_1(0) = \alpha, \quad x_2(0) = \beta$$

(α) με τη βοήθεια μιας διαφορικής εξίσωσης 2^{ης} τάξης

(β) με τη βοήθεια πινάκων.

