



Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος

Προχωρημένα μαθηματικά

Διάλεξη 11

1

Πολυώνυμα

- Οι απλές καμπύλες είναι **πολυώνυμα** διαφορετικού **βαθμού** (degree) ή **τάξης** (order). Ο βαθμός του πολυωνύμου ισούται με τον ακέραιο που αποτελεί τον μεγαλύτερο εκθέτη της παράστασης. Για παράδειγμα,
 - μια ευθεία εκφράζεται μέσω ενός πολυωνύμου πρώτου βαθμού της μορφής $ax + b$, ή πιο αναλυτικά, $ax^1 + b$
 - μια καμπύλη δευτέρου βαθμού εκφράζεται μέσω ενός πολυωνύμου δεύτερου βαθμού της μορφής $ax^2 + bx + c$
 - μια καμπύλη τρίτου βαθμού εκφράζεται μέσω ενός πολυωνύμου τρίτου βαθμού της μορφής $ax^3 + bx^2 + cx + d$
- Το MATLAB αναπαριστά ένα πολυώνυμο ως διάνυσμα γραμμής το οποίο περιέχει τους συντελεστές του πολυωνύμου –π.χ., ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού αναπαρίσταται ως διάνυσμα γραμμής με μήκος 3 (τους συντελεστές a , b και c)

Συναρτήσεις πολυωνύμων

- Η **roots(p)** βρίσκει τις ρίζες μιας εξίσωσης (η συνάρτηση δέχεται ως όρισμα ένα διάνυσμα γραμμής το οποίο περιέχει τους συντελεστές του πολυωνύμου p , και λύνει την εξίσωση $p=0$)
- Η **polyval(p,x)** υπολογίζει την τιμή ενός πολυωνύμου p για δεδομένο x
 - Το x μπορεί να είναι διάνυσμα


```
>> p = [3 -2 1];
>> polyval(p,3)
ans =
    22
>> 3*3^2 -2*3 + 1
ans =
    22
>> polyval(p,1:5)
ans =
     2     9    22    41    66
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

3

3

Προσαρμογή καμπύλης

- Σε πολλές περιπτώσεις, δεδομένα με τη μορφή σημείων (x,y) υφίστανται **δειγματοληψία** ως προς τον χρόνο (π.χ., ανά δευτερόλεπτο ή ανά ώρα) ή ως προς τον χώρο (π.χ., ανά ίντσα ή ανά χιλιόμετρο)
- Η **προσαρμογή καμπύλης** (curve fitting) βρίσκει την καμπύλη με τη «βέλτιστη προσαρμογή» στα σημεία-δεδομένα, με στόχο να συμπληρώσει τα δεδομένα «που λείπουν» από τη δειγματοληψία
- Το MATLAB διαθέτει αρκετές συναρτήσεις για την προσαρμογή καμπυλών (καθώς και την εργαλειοθήκη Curve Fitting Toolbox)
- Η συνάρτηση **polyfit(x,y,d)** προσαρμόζει ένα πολυώνυμο βαθμού d στα σημεία-δεδομένα που αναπαρίστανται από τα x και y , και επιστρέφει ένα διάνυσμα γραμμής το οποίο περιέχει τους συντελεστές του πολυωνύμου

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

4

4

Παρεμβολή και προβολή

- Χρησιμοποιώντας την καμπύλη με τη βέλτιστη προσαρμογή στα σημεία-δεδομένα, μπορούμε να εκτιμήσουμε τις τιμές σε σημεία διαφορετικά από τα σημεία δειγματοληψίας
- Ως **παρεμβολή** (interpolation) ορίζεται η εκτίμηση τιμών μεταξύ των καταγεγραμμένων σημείων
- Ως **προβολή** (extrapolation) ορίζεται η εκτίμηση τιμών εκτός των ορίων των καταγεγραμμένων σημείων
 - Και οι δύο εκτιμήσεις μπορούν να επιτευχθούν με χρήση της συνάρτησης **polyval**
- Σημαντική σημείωση: όσο καλύτερη είναι η προσαρμογή της καμπύλης, τόσο πιο ακριβείς θα είναι οι τιμές που παρεμβάλλονται και προβάλλονται

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

5

5

Πρόβλημα Προσαρμογής Ευθείας

- Σας δίνονται μετρήσεις χρόνου και συγκέντρωσης και σας ζητείται:
 - Να δημιουργήσετε μια γραφική παράσταση των σημείων της συγκέντρωσης ως προς το χρόνο
 - Να βρείτε και να περάσετε την καλύτερη ευθεία ανάμεσα από τα σημεία των μετρήσεών σας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την κάτω πλευρά της ευθείας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την πάνω πλευρά της ευθείας
 - Να σημειώσετε και με μια ευθεία την απόσταση μεταξύ του σημείου που απέχει περισσότερο από την καλύτερη ευθεία

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

6

6

Προσαρμογή ευθείας

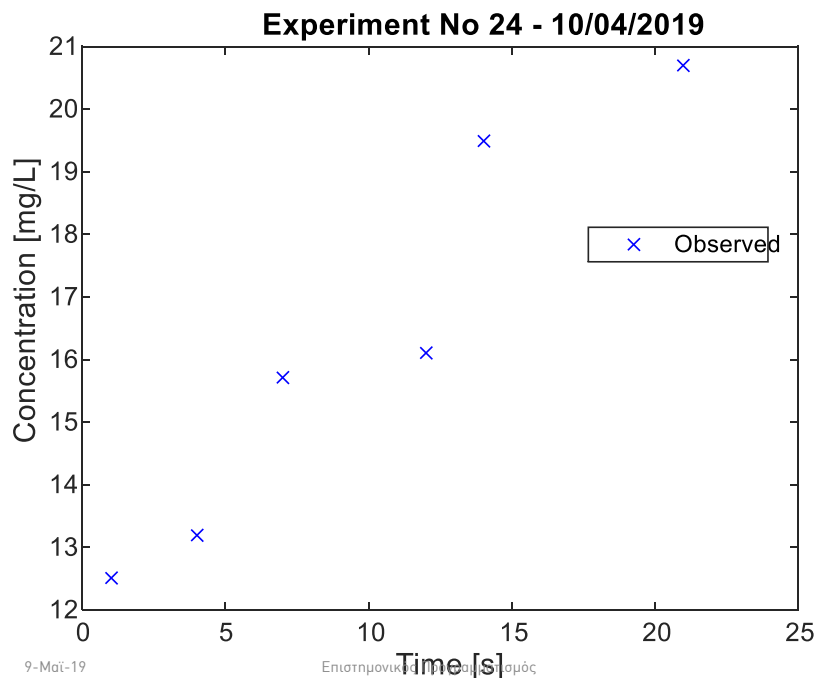
```
x=[1 4 7 12 14 21];
y=[12.5 13.2 15.7 16.1 19.5 20.7];
plot(x,y,'bx')
legend('Observed','Location','Best')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Concentration [mg/L]')
title('Experiment No 24 - 10/04/2019')
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

7

7



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

8

8

Πρόβλημα Προσαρμογής Ευθείας

- Σας δίνονται μετρήσεις χρόνου και συγκέντρωσης και σας ζητείται:
 - Να δημιουργήσετε μια γραφική παράσταση των σημείων της συγκέντρωσης ως προς το χρόνο
 - Να βρείτε και να περάσετε την καλύτερη ευθεία ανάμεσα από τα σημεία των μετρήσεών σας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την κάτω πλευρά της ευθείας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την πάνω πλευρά της ευθείας
 - Να σημειώσετε και με μια ευθεία την απόσταση μεταξύ του σημείου που απέχει περισσότερο από την καλύτερη ευθεία

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

9

9

Προσαρμογή ευθείας

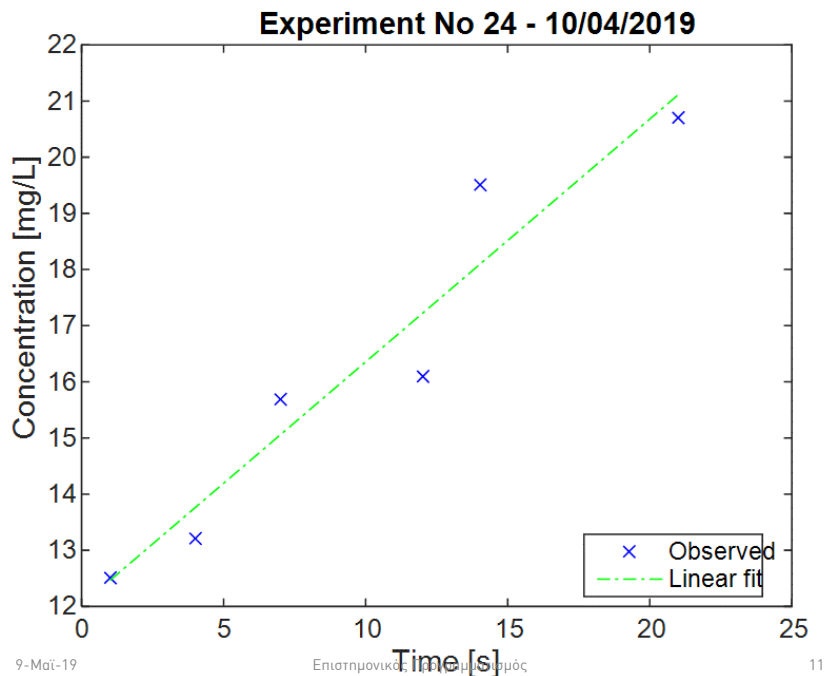
```
p1=polyfit(x,y,1);
y1=polyval(p1,x);
plot(x,y,'bx',x,y1,'g-.')
legend('Observed','Linearfit')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Concentration [mg/L]')
title('Experiment No 24 - 10/04/2019')
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

10

10



11

Πρόβλημα Προσαρμογής Ευθείας

- Σας δίνονται μετρήσεις χρόνου και συγκέντρωσης και σας ζητείται:
 - Να δημιουργήσετε μια γραφική παράσταση των σημείων της συγκέντρωσης ως προς το χρόνο
 - Να βρείτε και να περάσετε την καλύτερη ευθεία ανάμεσα από τα σημεία των μετρήσεών σας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την κάτω πλευρά της ευθείας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την πάνω πλευρά της ευθείας
 - Να σημειώσετε και με μια ευθεία την απόσταση μεταξύ του σημείου που απέχει περισσότερο από την καλύτερη ευθεία

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

12

12

Προσαρμογή ευθείας

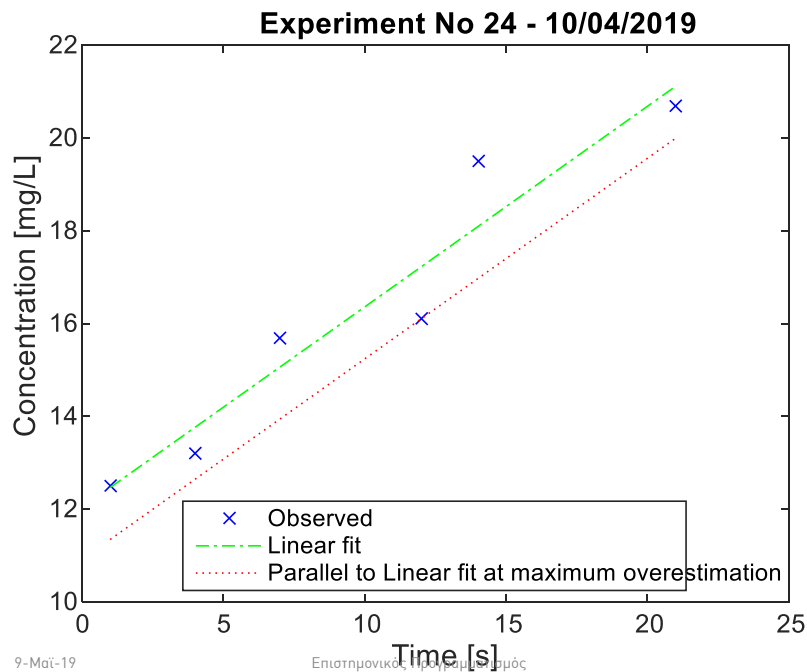
```
err1=y-y1;
plot(x,y,'bx',x,y1,'g-.',x,y1+min(err1),'r:')
legend('Observed','Linear fit','Parallel to
Linear fit at maximum
overestimation','Location','Best')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Concentration [mg/L]')
title('Experiment No 24 - 10/04/2019')
```

9-Mai-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

13

13



9-Mai-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

14

14

Πρόβλημα Προσαρμογής Ευθείας

- Σας δίνονται μετρήσεις χρόνου και συγκέντρωσης και σας ζητείται:
 - Να δημιουργήσετε μια γραφική παράσταση των σημείων της συγκέντρωσης ως προς το χρόνο
 - Να βρείτε και να περάσετε την καλύτερη ευθεία ανάμεσα από τα σημεία των μετρήσεών σας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την κάτω πλευρά της ευθείας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την πάνω πλευρά της ευθείας
 - Να σημειώσετε και με μια ευθεία την απόσταση μεταξύ του σημείου που απέχει περισσότερο από την καλύτερη ευθεία

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

15

15

Προσαρμογή ευθείας

```
plot(x,y,'bx',x,y1,'g-.',x,y1+min(err1),
'r:',x,y1+max(err1),'r:')

legend('Observed','Linear fit','Parallel to
Linear fit at maximum overestimation',
'Parallel to Linear fit at maximum
underestimation','Location','Best')

xlabel('Time [s]')

ylabel('Concentration [mg/L]')

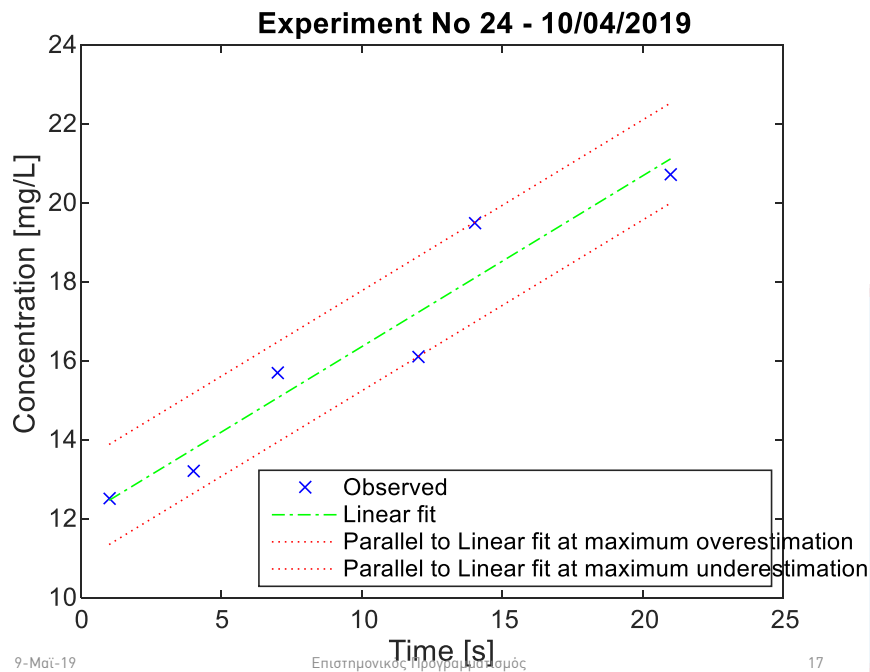
title('Experiment No 24 - 10/04/2019')
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

16

16



17

Πρόβλημα Προσαρμογής Ευθείας

- Σας δίνονται μετρήσεις χρόνου και συγκέντρωσης και σας ζητείται:
 - Να δημιουργήσετε μια γραφική παράσταση των σημείων της συγκέντρωσης ως προς το χρόνο
 - Να βρείτε και να περάσετε την καλύτερη ευθεία ανάμεσα από τα σημεία των μετρήσεών σας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την κάτω πλευρά της ευθείας
 - Να παρουσιάσετε στο ίδιο γράφημα και μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην καλύτερη ευθεία, και να περνά από το σημείο που βρίσκεται πιο μακριά σε σχέση με την καλύτερη ευθεία από την πάνω πλευρά της ευθείας
 - Να σημειώσετε και με μια ευθεία την απόσταση μεταξύ του σημείου που απέχει περισσότερο από την καλύτερη ευθεία

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

18

18

Προσαρμογή ευθείας

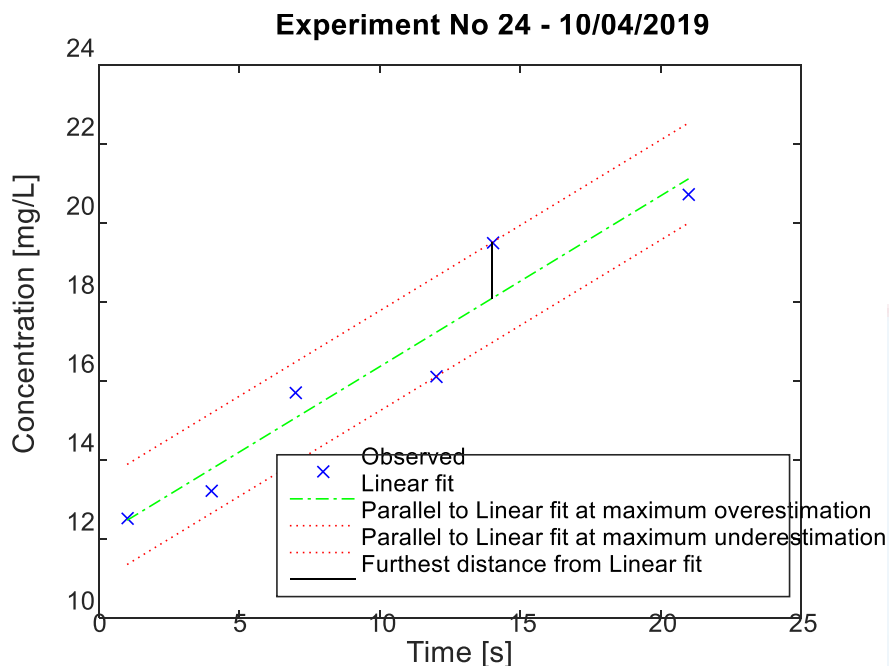
```
mael=max(abs(err1));
plot(x,y,'bx',x,y1,'g-.',
x,y1+min(err1),'r:', x,y1+max(err1),'r:',
[x(err1==mael) x(err1==mael)],
[y1(err1==mael)+mael y1(err1==mael)],'k')
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

19

19



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

20

20

Μιγαδικοί Αριθμοί

Ορισμοί – Ιδιότητες – Εμφάνιση

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

21

21

Μιγαδικοί αριθμοί

- Ένας *μιγαδικός αριθμός* γράφεται συνήθως με τη μορφή

$$z = a + bi$$
 όπου το a είναι το *πραγματικό μέρος* του αριθμού z , το b είναι το *φανταστικό μέρος* του z και το i είναι η τετραγωνική ρίζα του -1 .
- Σημείωση: αυτός είναι ένας τρόπος με τον οποίο οι μαθηματικοί αναπαριστούν έναν μιγαδικό αριθμό· οι μηχανικοί χρησιμοποιούν συνήθως το j αντί του i .
- Θυμηθείτε ότι τόσο το i όσο και το j είναι ενσωματωμένες σταθερές του MATLAB


```
>> z1 = 2 + 3i
z1 =
2.0000 + 3.0000i
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

22

22

Συναρτήσεις μιγαδικών αριθμών

- Η **complex** δέχεται ως ορίσματα δύο αριθμούς, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος, και επιστρέφει έναν μιγαδικό αριθμό
- Η **real** επιστρέφει το πραγματικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού
- Η **imag conj** επιστρέφει το φανταστικό μέρος
- Η **conj** επιστρέφει τον συζυγή μιγαδικό ενός μιγαδικού αριθμού
- Η **abs** επιστρέφει την απόλυτη τιμή, ή μέτρο
- Η **angle** επιστρέφει τη γωνία ενός μιγαδικού αριθμού ο οποίος δίνεται σε μορφή πολικών συντεταγμένων

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

23

23

Εμφάνιση μιγαδικών αριθμών

- Αν απαιτείται η εκτύπωση ενός μιγαδικού αριθμού:
 - η συνάρτηση **disp** εμφανίζει ολόκληρο τον μιγαδικό αριθμό
 - η συνάρτηση **fprintf** τυπώνει μόνο το πραγματικό μέρος (προεπιλογή)
- Αν απαιτείται η σχεδίαση μιγαδικών δεδομένων:
 - σχεδίαση μόνο του πραγματικού μέρους με χρήση της **plot**
 - σχεδίαση του πραγματικού έναντι του φανταστικού μέρους με χρήση της συνάρτησης **plot**
 - σχεδίαση του πραγματικού και του φανταστικού μέρους σε μία εικόνα με υπόμνημα, με χρήση της **plot**
 - σχεδίαση του μέτρου και της γωνίας με χρήση της συνάρτησης **polar**

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

24

24

Πίνακες

Ιδιότητες – Τετραγωνικοί – Τριγωνικοί – Επίλυση συστημάτων

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

25

25

Ιδιότητες πινάκων

- Δύο πίνακες είναι *ίσοι* μόνο αν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα
 - Επομένως, οι διαστάσεις τους πρέπει να είναι ίδιες
 - Η συνάρτηση **isequal** επιστρέφει την τιμή **logical 1** αν οι δύο πίνακες-ορίσματα εισόδου είναι ίσοι, ή την τιμή **logical 0** αν δεν είναι ίσοι ή δεν έχουν τις ίδιες διαστάσεις
- Ένας πίνακας είναι *τετραγωνικός* αν έχει το ίδιο πλήθος γραμμών και στηλών
 - Πολλές ιδιότητες των πινάκων ισχύουν αποκλειστικά για τετραγωνικούς πίνακες

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

26

26

Διαγώνιοι και ίχνος

- Η **κύρια διαγώνιος** ενός τετραγωνικού πίνακα (ή απλά **διαγώνιος**) είναι το σύνολο των στοιχείων a_{ii} για τα οποία οι αριθμοδείκτες γραμμής και στήλης είναι ίδιοι
- Το **ίχνος** (trace) είναι το άθροισμα όλων των στοιχείων της διαγώνιου
 - Η συνάρτηση **trace** επιστρέφει το ίχνος
- Ένας τετραγωνικός πίνακας είναι **διαγώνιος πίνακας** αν όλα τα στοιχεία ΕΚΤΟΣ διαγώνιου έχουν την τιμή 0 (οι αριθμοί της διαγώνιου, ωστόσο, δεν είναι υποχρεωτικά όλοι μη μηδενικοί)
- Η συνάρτηση **diag** μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους:
 - δέχεται έναν πίνακα ως όρισμα και επιστρέφει τη διαγώνιο του πίνακα ως διάνυσμα στήλης
 - δέχεται ένα διάνυσμα ως όρισμα και επιστρέφει έναν διαγώνιο πίνακα, με τις τιμές του διανύσματος τοποθετημένες στη διαγώνιο του πίνακα

9-Μαΐ-19

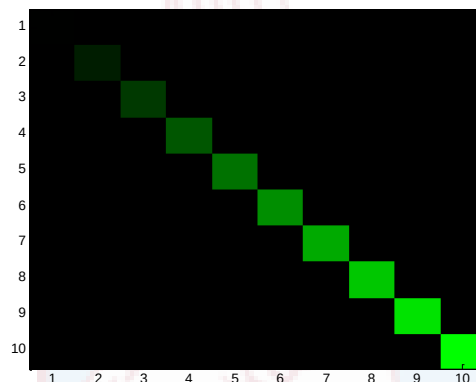
Επιστημονικός Προγραμματισμός

27

27

Συνδυασμός των συναρτήσεων **image** και **diag**

- Θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο RGB για να απεικονίσουμε γραφικά 10 διαφορετικές αποχρώσεις του πράσινου χρώματος στη διαγώνιο ενός πίνακα εικόνας με διαστάσεις 10 x 10



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

28

28

Συνδυασμός των συναρτήσεων image και diag: λύση προβλήματος

```
»immat = zeros(10,10,3);
»vec = linspace(0,255,10);
»immat(:, :, 2) = diag(vec);
»immat = uint8(immat);
»image(immat)
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

29

29

Ιδιότητες τετραγωνικών πινάκων

- Ένας τετραγωνικός πίνακας είναι συμμετρικός αν ισχύει $a_{ij} = a_{ji}$ για όλα τα i, j (όλα τα στοιχεία που βρίσκονται σε συμμετρικές ως προς τη διαγώνιο θέσεις πρέπει να έχουν την ίδια τιμή)
- Ένας διαγώνιος πίνακας είναι μοναδιαίος πίνακας I (ή $[I]$) αν όλα τα στοιχεία της διαγώνιου έχουν την τιμή 1
 - Η συνάρτηση `eye(n)` ορίζει έναν μοναδιαίο πίνακα διαστάσεων $n \times n$
- Ένας πίνακας ζωνών (banded matrix) περιέχει μηδενικά στοιχεία παντού, με εξαίρεση την κύρια διαγώνιο και τις άλλες διαγώνιους που βρίσκονται δίπλα (πάνω και κάτω) από την κύρια
 - Ο τριδιαγώνιος πίνακας είναι μια ειδική περίπτωση με 3 διαγώνιους

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

30

30

Άνω/κάτω τριγωνικοί πίνακες

- Ως **άνω τριγωνικός πίνακας** ορίζεται ο τετραγωνικός πίνακας του οποίου όλα τα στοιχεία κάτω από την κύρια διαγώνιο είναι μηδενικά
 - Θα μπορούσαν να υπάρχουν μηδενικά στοιχεία στη διαγώνιο και στο άνω τμήμα του πίνακα, αλλά όλα τα στοιχεία στο κάτω τμήμα πρέπει να έχουν την τιμή 0
 - Η συνάρτηση **triu** δέχεται έναν πίνακα ως όρισμα και αντικαθιστά όλα τα στοιχεία κάτω από τη διαγώνιο με μηδενικά
- Ως **κάτω τριγωνικός πίνακας** ορίζεται ο τετραγωνικός πίνακας του οποίου όλα τα στοιχεία πάνω από την κύρια διαγώνιο είναι μηδενικά
 - Η συνάρτηση **tril** δέχεται έναν πίνακα ως όρισμα και αντικαθιστά όλα τα στοιχεία πάνω από τη διαγώνιο με μηδενικά

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

31

31

Πράξεις πινάκων

- **Αναστροφή πίνακα:** αντιμετάθεση γραμμών και στηλών
 - Συμβολίζεται με A^T στο MATLAB, η απόστροφος είναι ο τελεστής αναστροφής
- Η **επαύξηση ενός πίνακα** σημαίνει ότι προστίθενται μία ή περισσότερες στήλες στον αρχικό πίνακα
 - Περιλαμβάνει τεχνικές γραμμικής άλγεβρας
 - Π.χ., επαύξηση ενός πίνακα με έναν μοναδιαίο πίνακα που έχει το ίδιο μέγεθος με τον αρχικό
 - Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση αγκυλών [] για τη συνένωση των δύο πινάκων

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

32

32

Αντίστροφος πίνακας

- Αν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ενός πίνακα A με έναν πίνακα B είναι ο μοναδιαίος πίνακας I , τότε ο B είναι ο *αντίστροφος* του πίνακα A
- Ο αντίστροφος ενός πίνακα A συμβολίζεται με A^{-1}
- Συνεπώς, $[A][A^{-1}] = [I]$
- Ο υπολογισμός του αντίστροφου πίνακα είναι μια πολύπλοκη διαδικασία· στις επόμενες διαφάνειες θα εξετάσουμε κάποιες τεχνικές
- Ωστόσο, το MATLAB διαθέτει τη συνάρτηση `inv`, η οποία υπολογίζει τον αντίστροφο πίνακα

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

33

33

Γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις

- Ένα *σύστημα* γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων είναι ένα σύνολο εξισώσεων της μορφής:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3$$

$$\dots \qquad \dots \qquad \dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

- Το σύστημα αυτό ονομάζεται σύστημα εξισώσεων $m \times n$ · υπάρχουν m εξισώσεις και n άγνωστοι

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

34

34

Αναπαράσταση με πίνακες

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

- Το σύστημα εξισώσεων μπορεί να γραφεί με μορφή πινάκων ως

$$\bullet Ax = b$$

- όπου A είναι ο πίνακας των συντελεστών, x είναι το διάνυσμα στήλης των αγνώστων, και b είναι το διάνυσμα στήλης των σταθερών που βρίσκονται στο δεξιό μέλος των εξισώσεων

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

35

35

Επίλυση της μορφής πινάκων

- Όλα τα συστήματα γραμμικών εξισώσεων έχουν
 - είτε καμία λύση
 - είτε μία λύση
 - είτε άπειρες λύσεις
- Για να λύσουμε ως προς τους αγνώστους x :

$$x = A^{-1} b$$
- Άρα, αν μπορούμε να βρούμε τον αντίστροφο του πίνακα A , τότε μπορούμε να λύσουμε ως προς τους αγνώστους! (Και πάλι, αυτή η διαδικασία χρησιμοποιεί τον πολλαπλασιασμό πινάκων· σύμφωνα με την εξίσωση, το διάνυσμα στήλης x είναι ο αντίστροφος του A πολλαπλασιασμένος με το διάνυσμα στήλης b)

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

36

36

Συστήματα 2 x 2

Για έναν πίνακα διαστάσεων 2×2 , $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$,

ο αντίστροφος πίνακας υπολογίζεται με τη βοήθεια του τύπου

$$A^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

όπου η ορίζουσα D ορίζεται ως εξής:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

37

37

Βασικές πράξεις γραμμών

- Δύο συστήματα εξισώσεων είναι ισοδύναμα αν έχουν το ίδιο σύνολο λύσεων
- Η εκτέλεση απλών πράξεων στις γραμμές ενός πίνακα – οι πράξεις αυτές ονομάζονται βασικές πράξεις γραμμών (Elementary Row Operations, ERO) – έχει ως αποτέλεσμα να προκύπτουν ισοδύναμα συστήματα
 - Αλλαγή κλίμακας: τροποποιεί μια γραμμή πολλαπλασιάζοντάς τη με έναν μη μηδενικό βαθμωτό αριθμό
 $sr_i \Rightarrow r_i$
 - Αντιμετάθεση γραμμών: η αντιμετάθεση των γραμμών r_i και r_j συμβολίζεται ως
 $r_i \Leftrightarrow r_j$
 - Αντικατάσταση: αντικαθιστά μια γραμμή προσθέτοντας σε αυτή (ή αφαιρώντας από αυτή) ένα πολλαπλάσιο μιας άλλης γραμμής. Για μια δεδομένη γραμμή r_i , αυτό συμβολίζεται ως
 $r_i \pm sr_j \Rightarrow r_i$

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

38

38

Απαλοιφή Gauss

- Τα βήματα της μεθόδου απαλοιφής Gauss είναι τα εξής:
 - ορισμός του επαυξημένου πίνακα $[A \mid b]$
 - εκτέλεση βασικών πράξεων γραμμών στον επαυξημένο πίνακα ώστε να έρθει σε άνω τριγωνική μορφή (το βήμα αυτό ονομάζεται προς τα εμπρός απαλοιφή)
 - προς τα πίσω αντικατάσταση για επίλυση του συστήματος

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

39

39

Απαλοιφή Gauss-Jordan

- Τα βήματα της μεθόδου Gauss-Jordan είναι τα εξής:
 - ορισμός του επαυξημένου πίνακα $[A \mid b]$
 - προς τα εμπρός απαλοιφή με εκτέλεση βασικών πράξεων γραμμών ώστε να έρθει ο επαυξημένος πίνακας σε άνω τριγωνική μορφή
 - προς τα πίσω απαλοιφή σε μια διαγώνια μορφή που δίνει τη λύση

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

40

40

RREF και εύρεση αντίστροφου πίνακα

- Η κλιμακωτή μορφή ανηγμένων γραμμών (reduced row echelon form, RREF) επεκτείνει την απαλοιφή Gauss-Jordan αλλάζοντας την κλίμακα κάθε γραμμής έτσι ώστε όλα τα στοιχεία της διαγωνίου να έχουν την τιμή 1
- Μια άλλη εφαρμογή της RREF: εύρεση του αντίστροφου πίνακα μέσω αναγωγής ενός επαυξημένου πίνακα $[A \mid I]$. Ο αλγόριθμος είναι ο εξής:
 - επαύξηση του πίνακα με τον μοναδιαίο πίνακα I : $[A \mid I]$
 - αναγωγή του επαυξημένου πίνακα στη μορφή $[I \mid X]$ · ο πίνακας X θα είναι ο A^{-1}

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

41

41

Συναρτήσεις του MATLAB

- Σχετικές συναρτήσεις του MATLAB:
 - αντίστροφος πίνακας: **inv**
 - ορίζουσα: **det**
 - αναγωγή σε κλιμακωτή μορφή ανηγμένων γραμμών: **rref**
- Για την επίλυση συστημάτων εξισώσεων στο MATLAB
 - $x = \text{inv}(A) * b$
 - $x = A \backslash b$

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

42

42

Συνήθειες παγίδες

- Μην προβάλλετε πολύ έξω από τα όρια του συνόλου δεδομένων.
- Μην ξεχνάτε ότι η προεπιλεγμένη συμπεριφορά της συνάρτησης **fprintf** είναι να τυπώνει μόνο το πραγματικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού
- Μην ξεχνάτε ότι η επαύξηση ενός πίνακα με έναν άλλον, προϋποθέτει ίδιο πλήθος γραμμών και στους δύο πίνακες

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

43

43

Συμβολικές Μεταβλητές και Συναρτήσεις

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

44

44

Συμβολικές παραστάσεις

- Ορισμός συμβολικών μεταβλητών με χρήση της συνάρτησης **sym**, π.χ.,
 - `a = sym('a');`
 - συντόμευση για πολλές μεταβλητές: `syms x y z`
 - `symvar = sym('x^3 - 2');`
- Συμβολικά μαθηματικά: εκτέλεση μαθηματικών πράξεων με σύμβολα!
 - Χρήση κανονικών τελεστών, π.χ., `+`, `-`, `*`, κ.λπ.
- Οι συμβολικές παραστάσεις είναι ρητοί αριθμοί, δηλαδή γράφονται με κλασματική μορφή· άρα, το αποτέλεσμα της πράξης `sym(2/4)` θα είναι $1/2$ αντί για 0.5

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

45

45

Συμβολικές συναρτήσεις

- **simplify**: απλοποιεί παραστάσεις
- **collect**: συγκεντρώνει όμοιους όρους
- **expand**: πολλαπλασιάζει όρους
- **factor**: παραγοντοποιεί μια συμβολική παράσταση
- **subs**: αντικαθιστά μια τιμή σε μια συμβολική παράσταση
- **numden**: επιστρέφει χωριστά τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος
- **pretty**: εμφανίζει συμβολικές παραστάσεις χρησιμοποιώντας εκθέτες
- **ezplot**: σχεδιάζει ένα δισδιάστατο διάγραμμα για τιμές του x από -2π έως 2π

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

46

46

Παραδείγματα

» <code>y = sym('y');</code>	» $1/4 + 3/6$
» <code>a = y * sym('y^2')</code>	<code>ans = 0.7500</code>
<code>a = y^3</code>	» <code>[n d] = numden(sym(1/4 + 3/6))</code>
» <code>a/y</code>	<code>n = 3</code>
<code>ans = y^2</code>	<code>d = 4</code>
» <code>subs(a,4)</code>	» <code>syms a</code>
<code>ans = 64</code>	» <code>expand((a+3)*(a-2))</code>
	<code>ans = a^2+a-6</code>

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

47

47

Μετατροπές πολυωνύμων/ συμβολικών παραστάσεων

- Η `sym2poly(s)` μετατρέπει μια συμβολική παράσταση `s` σε διάνυσμα γραμμής το οποίο περιέχει τους συντελεστές ενός πολυωνύμου
- Η `poly2sym(p)` μετατρέπει ένα διάνυσμα γραμμής `p`, το οποίο περιέχει τους συντελεστές ενός πολυωνύμου, σε συμβολική παράσταση

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

48

48

Επίλυση εξισώσεων

- Η συνάρτηση **solve** μπορεί να λύσει μια εξίσωση ή ένα σύστημα εξισώσεων
- Περιλαμβάνεται στην εργαλειοθήκη Symbolic Math Toolbox
- Στην περίπτωση μιας εξίσωσης:
 - επιστρέφει συμβολικές παραστάσεις (μετατροπή της λύσης σε αριθμητική μορφή με χρήση της **double**)
 - επιλέγει τη μεταβλητή ως προς την οποία θα λύσει την εξίσωση (την πλησιέστερη στη μεταβλητή x)
- Συστήματα εξισώσεων:
 - τα αποτελέσματα είναι συμβολικές παραστάσεις που αποθηκεύονται σε πεδία μιας δομής· τα ονόματα των μεταβλητών είναι τα ονόματα των πεδίων

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

49

49

Λογισμός: ολοκλήρωση/παραγωγή

- **trapz**: υλοποιεί τον κανόνα του τραπεζίου για την προσέγγιση ενός ολοκληρώματος
- **quad**: υλοποιεί τη μέθοδο του Simpson
- **polyint**: επιστρέφει το ολοκλήρωμα ενός πολωνύμου
- **polyder**: επιστρέφει την παράγωγο ενός πολωνύμου
- Λογισμός στην εργαλειοθήκη Symbolic Math Toolbox:
 - συνάρτηση **diff** για παραγωγή
 - συνάρτηση **int** για ολοκλήρωση

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

50

50

Συμβολικές Μεταβλητές

```
>> a = sqrt(2)
      a = 1.4142
>> a = sqrt(sym(2))
      a = 2^(1/2)
>> double(a)
      ans = 1.4142
>> t = sym(2)/sym(5)
      t = 2/5
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

51

51

Αναζήτηση Συμβολικών Μεταβλητών

Παράδειγμα : $f = a x^2 + b x + c$

```
>> syms a b c x
>> f = sym('a*x^2+b*x+c')
>> findsym(f)
```

```
ans =
      a, b, c, x
```

Εύρεση συμβολικών μεταβλητών που
αποτελούν μια συμβολική έκφραση

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

52

52

Αριθμητικός Προσδιορισμός Συμβολικών Μεταβλητών

Παράδειγμα : $f = 2x^2 - 3x + 1$, $f(2) = ?$

```
>> syms x
>> f = sym('2*x^2-3*x+1')
>> subs(f,x,2)

ans =

     3
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

53

53

Δημιουργία Πραγματικών και Μιγαδικών Συμβολικών Μεταβλητών

```
>> syms x y real
>> z = x + i * y
>> conj(x)

ans = x
>> conj(z)

ans = x - i*y
>> expand(z*conj(z))

ans = x^2+y^2
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

54

54

Μαθηματικές Συμβολικές Συναρτήσεις

Το λογισμικό Matlab επιτρέπει τη δημιουργία συμβολικών μαθηματικών συναρτήσεων σε m-αρχεία όμοια με τις αριθμητικές συναρτήσεις.

Παράδειγμα: $z = \sin(x)/x$

```
function z = sinc(x)
if isequal(x,sym(0))
    z=1;
else
    z = sin(x)/x;
end
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

55

55

Συμβολική Διαφόριση

Το Matlab επιτρέπει τη συμβολική παραγωγή συμβολικών μαθηματικών εκφράσεων

Παράδειγμα:

```
>> syms s t
>> f = sin(s*t)
>> diff(f,t)
ans =
    cos(s*t)*s
>> diff(f,t,2)
ans =
   -sin(s*t)*s^2
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

56

56

Συμβολική Διαφόριση

Παράδειγμα:

```
>> syms x n
>> f = x^n
>> diff(f)
ans =
      x^n*n/x
>> simplify(diff(f))
ans =
      x^(n-1)*n
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

57

57

Όρια Συμβολικών Συναρτήσεων

Παράδειγμα: παράγωγος $\cos(x)$

```
>> syms x n h
>> limit((cos(x+h)-cos(x))/h,h,0)
ans = -sin(x)
```

Παράδειγμα: e^x

```
>> limit((1+x/n)^n,n,inf)
ans = exp(x)
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

58

58

Συμβολική Ολοκλήρωση

Παράδειγμα :

```
>> syms x
>> int(sin(2*x),x,0,pi/2)
ans = 1
```

Παράδειγμα :

```
>> syms x;
>> syms a positive;
>> f = exp(-a*x^2);
>> int(f,x,-inf,inf)
ans = 1/(a)^1/2*pi^(1/2)
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

59

59

Σειρές Taylor

Παράδειγμα: Εύρεση της σειράς Taylor μέχρι ογδού βαθμού

```
>> syms x
>> f = 1/(5+4*cos(x))
>> T=taylor(f,8)
T =
1/9+2/81*x^2+5/1458*x^4+49/131220*x^6
>> pretty(T)
T=
      2      4      49      6
1/9+2/81x+5/1458x+----- x
                131220
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

60

60

Εντολή factor

Δέχεται ως όρισμα ένα συμβολικό πολυώνυμο και το παραγοντοποιεί

Παράδειγμα :

```
>> syms x
>> f = x^3-6*x^2+11*x-6
>> f=factor(f)
f =
      (x-1) * (x-2) * (x-3)
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

61

61

Εντολή expand

Δέχεται ως όρισμα μια συμβολική παράσταση και υπολογίζει τα γινόμενα σε αθροίσματα και εκτελεί πράξεις από ιδιότητες των συναρτήσεων

Παράδειγμα :

```
>> syms x a y
>> f=expand(a*(x+y))
f = a*x + a*y
>> f=expand(cos(x+y))
f=cos(x)*cos(y)-sin(x)*sin(y)
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

62

62

Εντολή **simplify**

Η εντολή `simplify` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική παράσταση και εκτελεί αλγεβρικές πράξεις

Παράδειγμα :

```
>> syms x
>> f = simplify(cos(x)^2+sin(x)^2)
f = 1
>> f = simplify((1-x^2)/(1-x)) f = x+1
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

63

63

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezplot` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση και κατασκευάζει το γράφημα της στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη

Παράδειγμα :

```
>> syms x y
>> ezplot(x^2-y^4)
```

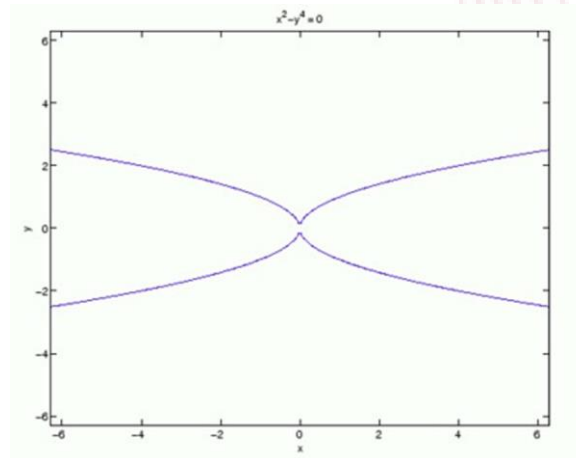
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

64

64

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

65

65

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezpolar` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση καμπύλη $r=f(\theta)$ σε πολικές συντεταγμένες και κατασκευάζει το γράφημα της στο διάστημα $(0, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

```
>> syms t
>> ezpolar(1+cos(t))
```

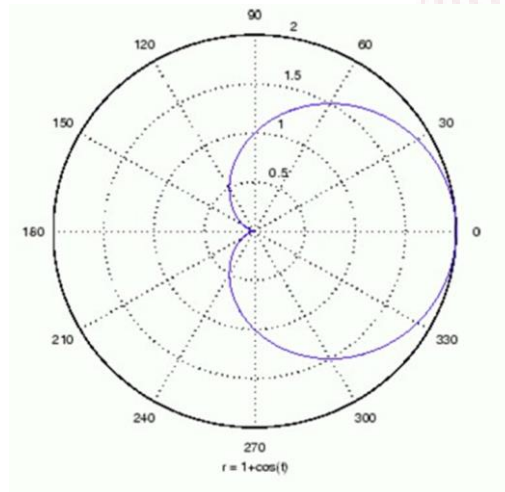
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

66

66

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

67

67

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezplot3` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση και κατασκευάζει το 3d γράφημα της στο διάστημα $(0, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

```
>> syms t
>> ezplot3(sin(t),cos(t),t,[0,6*pi])
```

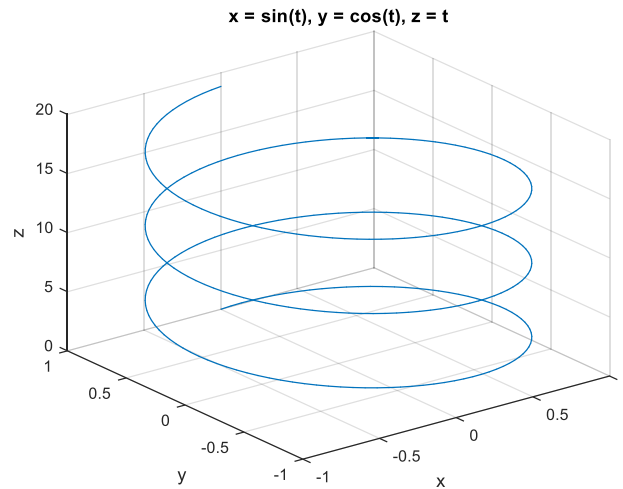
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

68

68

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

69

69

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezsurf` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το 3d γράφημα της στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

```
>> syms x y
>> ezsurf(real(atan(x+i*y)))
```

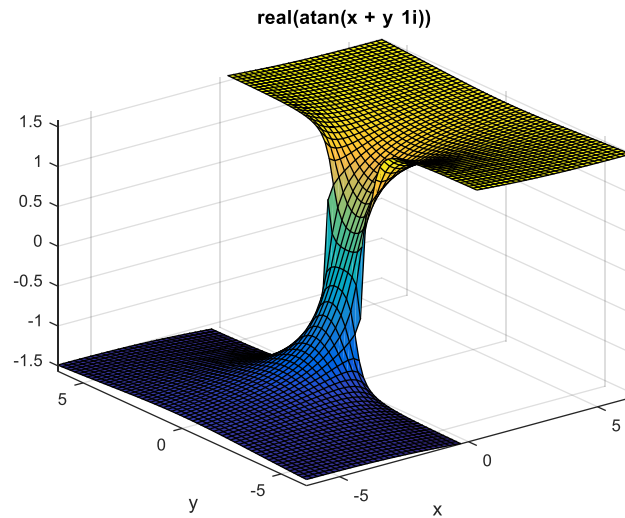
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

70

70

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

71

71

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezmesh` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το 3d γράφημα της στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

```
>> syms x y
>> ezmesh(real(x*exp(-x^2-y^2)), [-2.5, 2.5], 40)
```

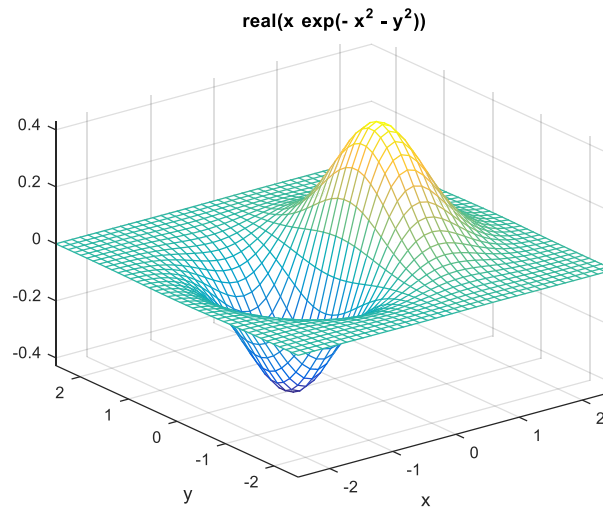
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

72

72

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

73

73

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezcontour` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το γράφημα των ισοϋψών της στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

$$f(x, y) = 3(1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2-y^2}$$

```
>> syms      x y
>> f=3*(1-x)^2*exp(-x^2-(y+1)^2)-10*(x/5-x^3...
      -y^5)*exp(-x^2-y^2)-1/3*exp(-(x+1)^2-y^2)
>> ezcontour(f, [-3,3],49)
```

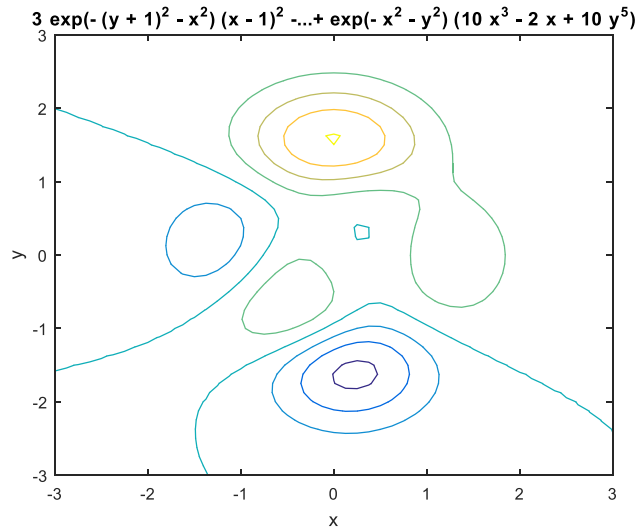
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

74

74

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



75

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezcontourf` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το γεμισμένο με χρώματα γράφημα των ισοϋψών της στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

```
>> ezcontourf(f, [-3, 3], 49)
>> colorbar
```

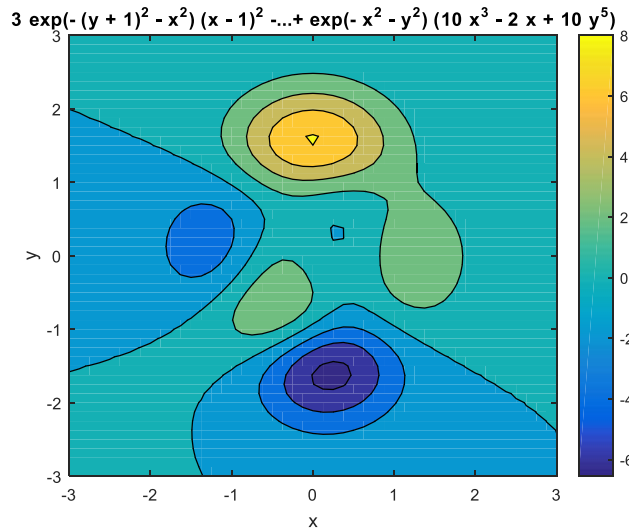
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

76

76

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

77

77

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezmeshc` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το 3d γράφημα της μαζί με τις ισοϋψείς στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη.

Παράδειγμα :

$$f(x, y) = \frac{y}{1+x^2+y^2}, \quad -5 < x < 5, \quad -2\pi < y < 2\pi.$$

```
>> syms x y
```

```
>> ezmeshc(real(y/(1+x^2+y^2)), [-5, 5, -2*pi, 2*pi])
```

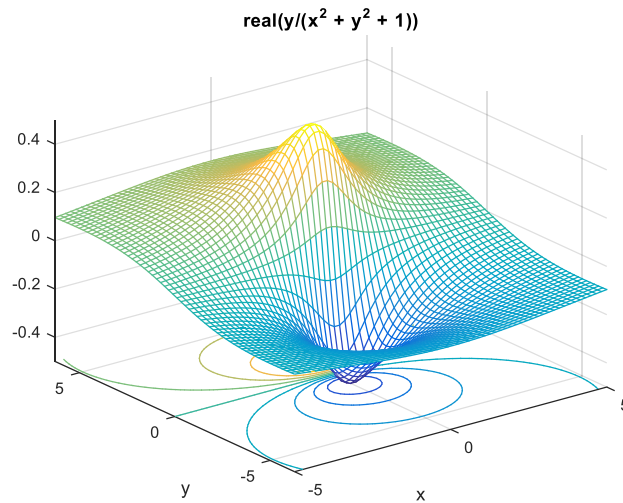
9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

78

78

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

79

79

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

Η εντολή `ezsurf` δέχεται ως όρισμα μια συμβολική συνάρτηση επιφάνειας και κατασκευάζει το γράφημα της μαζί με τις ισοϋψείς στο διάστημα $(-2\pi, 2\pi) \times (-2\pi, 2\pi)$ ή σε άλλο που εισάγεται από το χρήστη

Παράδειγμα : $f(x, y) = \frac{y}{1+x^2+y^2}, \quad -5 < x < 5, -2\pi < y < 2\pi.$

```
>> syms x y
```

```
>> ezsurf(real(y/(1+x^2+y^2)), [-5,5,-2*pi,2*pi], 35)
```

9-Μαΐ-19

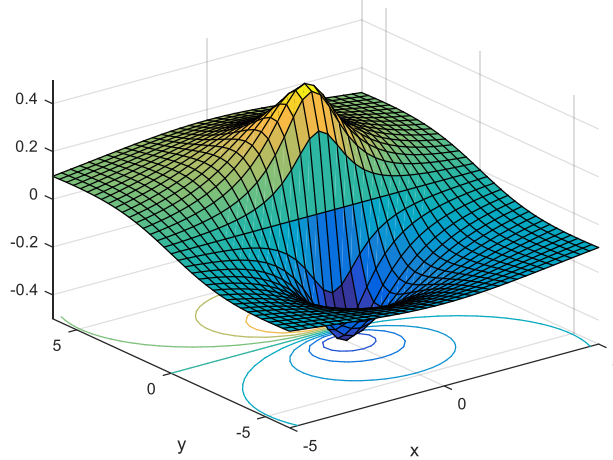
Επιστημονικός Προγραμματισμός

80

80

Γραφήματα Συμβολικών Συναρτήσεων

$$\text{real}(y/(x^2 + y^2 + 1))$$



9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

81

81

Οδηγίες σωστού προγραμματισμού

- Όσο καλύτερη είναι η προσαρμογή μιας καμπύλης, τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια εμφανίζουν οι τιμές που προκύπτουν από παρεμβολή ή προβολή.
- Όταν δουλεύετε με συμβολικές παραστάσεις, είναι γενικά πιο εύκολο να ορίζετε εξαρχής όλες τις μεταβλητές ως συμβολικές.

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

82

82

Ημερομηνίες

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

83

83

Ημερομηνίες & MATLAB

- Το MATLAB έχει ένα σύστημα για να αναγνωρίζει τις ημερομηνίες αποδίδοντας έναν συγκεκριμένο αριθμό σε κάθε ημέρα
- Για να βρείτε τον αριθμό που αντιστοιχεί σε μια μέρα που σας ενδιαφέρει χρησιμοποιείτε την `datenum(έτος, μήνας, ημέρα)`

Παράδειγμα:

```
>> datenum(2019, 5, 9)
ans =
    737554
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

84

84

Μορφοποίηση Αριθμών Ημερομηνίας

`DateString = datestr(αριθμοί_ημερομηνίας, format)`
μετατρέπει τη μεταβλητή `αριθμοί_ημερομηνίας` στο `format` που ζητείται

Παράδειγμα:

```
>> a=datenum(2019,5,9)
```

```
a =
```

```
737554
```

```
>> b=datestr(a, 'dddd, dd-mmm-yyyy')
```

```
b =
```

```
Thursday, 09-May-2019
```

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

85

85

Κανόνες Μορφοποίησης

Το διάνυσμα χαρακτήρων `format` έχει περιορισμούς

- Δεν μπορείτε να δηλώσετε το ίδιο πεδίο περισσότερες από μία φορές. Π.χ. δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το `'yy-mmm-dd-m'` γιατί έχει δύο πεδία με το μήνα. Μοναδική εξαίρεση στον κανόνα αυτόν είναι ότι επιτρέπεται ο συνδυασμός της `dd` με ένα άλλο οποιοδήποτε πεδίο ημέρας. Π.χ., το `'dddd mmm dd yyyy'` είναι αποδεκτό
- Για να υπάρχει το AM ή PM, πρέπει να υπάρχει το HH
- Το QQ χρησιμοποιείται μόνο του ή μόνο με ένα πεδίο έτους

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

86

86

Σύμβολο	Περιγραφή	Παράδειγμα
yyyy	Πλήρες έτος	1990, 2002
yy	Έτος με 2 ψηφία	90, 02
QQ	Τρίμηνο του έτους	Q1
mmmm	Μήνας με πλήρες όνομα	March, December
mmm	Μήνας με τρία πρώτα γράμματα	Mar, Dec
mm	Μήνας με 2 ψηφία	03, 12
m	Αρχικό κεφαλαίο γράμμα του ονόματος του μήνα	M, D
dddd	Ημέρα με πλήρες όνομα	Monday, Tuesday
ddd	Ημέρα με τρία πρώτα γράμματα	Mon, Tue
dd	Ημέρα με 2 ψηφία	05, 20
d	Αρχικό κεφαλαίο γράμμα του ονόματος της ημέρας	M, T
HH	Ώρα με 2 ψηφία (χωρίς μηδέν αν ακολουθεί AM ή PM)	05, 5 AM
MM	Λεπτά με 2 ψηφία	12, 02
SS	Δευτερόλεπτα με 2 ψηφία	07, 59
FFF	Χιλιοστά του δευτερολέπτου με 3 ψηφία	057
AM ή PM	AM ή PM εισάγεται στο κείμενο της ώρας	3:45:02 PM

9-Μαΐ-19

Επιστημονικός Προγραμματισμός

87