

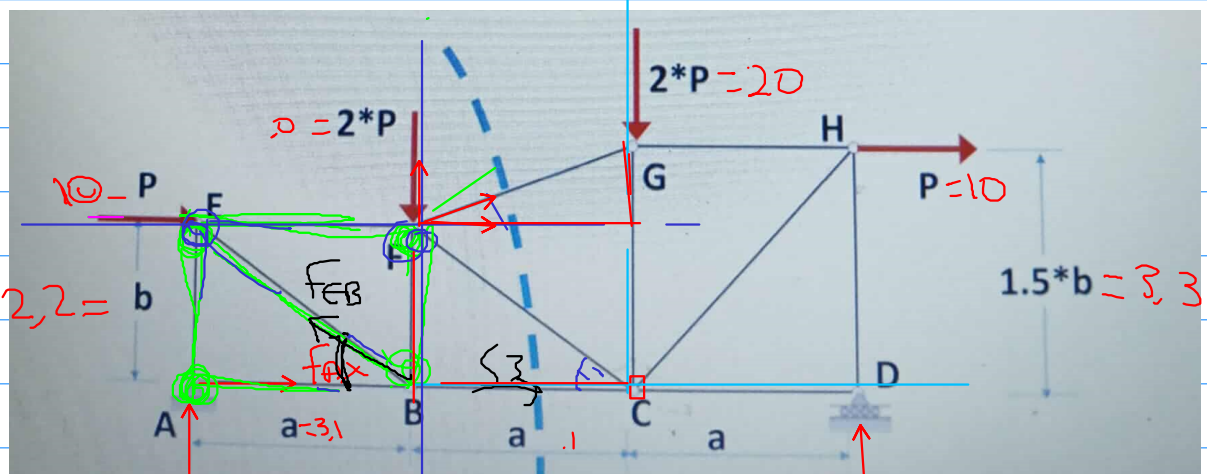
$$x=1 \quad y=1$$

ΘΕΜΑ 1^ο (3.5 Μονάδες)

Δίνεται το επίπεδο ισοστατικό δικτύωμα του σχήματος 1, όπου $a=3.0+0.10 \cdot x$ (m), $b=2+0.20 \cdot y$ (m) & $P=10+2 \cdot x$ (kN). Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις των στηρίξεων, καθώς και τις εσωτερικές δυνάμεις (μέγεθος και φορά) **μόνο**: (i) για τα μέλη του δικτύωματος (FG), (FC) και (BC) με **σωστή** χρήση της μεθόδου τομής Ritter **στο αριστερό τμήμα** του δικτύωματος, (ii) και για τα πέντε μέλη: (AE), (AB), (BE), (BF) και (EF) **στο αριστερό τμήμα** του δικτύωματος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των κόμβων.

ΘΕΜΑ 2^ο (4.0 Μονάδες)

Δίνεται ο επίπεδος ισοστατικός φορέας του σχήματος 2, με $a=3.0+0.10 \cdot y$ (m) και $b=2.0+0.20 \cdot y$ (m). Στο σημείο G ασκείται η δύναμη $2 \cdot P$ (με $P=20+2 \cdot x$ (kN)), ενώ στο σημείο E ασκείται η ροπή $M=10+5 \cdot x$ (kNm) που έχει ωρολογιακή φορά. Το κατανεμημένο φορτίο στα οριζόντια τμήματα CD, EF και EG ισούται με $q=5+2 \cdot y$ (kN/m). Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις των στηρίξεων και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατανομής (M,Q,N) των δυνάμεων και ροπών της κατασκευής. Προσοχή: Σε κάθε τομή να εξετάζετε το μικρότερο τμήμα του πλαισίου. Επίσης, πρέπει να βρείτε τις τιμές των (M,Q,N) στα δύο άκρα του κάθε τμήματος για να κάνετε τα διαγράμματα. Σημείωση: Η εφελκόμενη ίνα είναι στο εσωτερικό του πλαισίου, όπως φαίνεται στο σκίτσο.



$$F_{Ay}$$

$$\sum \mathcal{M}_x = 2,2$$

$$F_{By}$$

$$(\rightarrow) \sum \mathcal{F}_x = 0$$

$$10 + 10 + F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ax} = -20 \text{ kN}$$

$$(\uparrow) \sum \mathcal{F}_y = 0$$

$$F_{Ay} - 20 - 20 + F_{By} = 0$$

$$F_{Ay} + F_{By} = 40$$

$$14,09 + F_{By} = 40$$

$$\Rightarrow F_{By} = 25,91 \text{ kN}$$

$$(\curvearrowright) \sum \mathcal{M}_b = 0$$

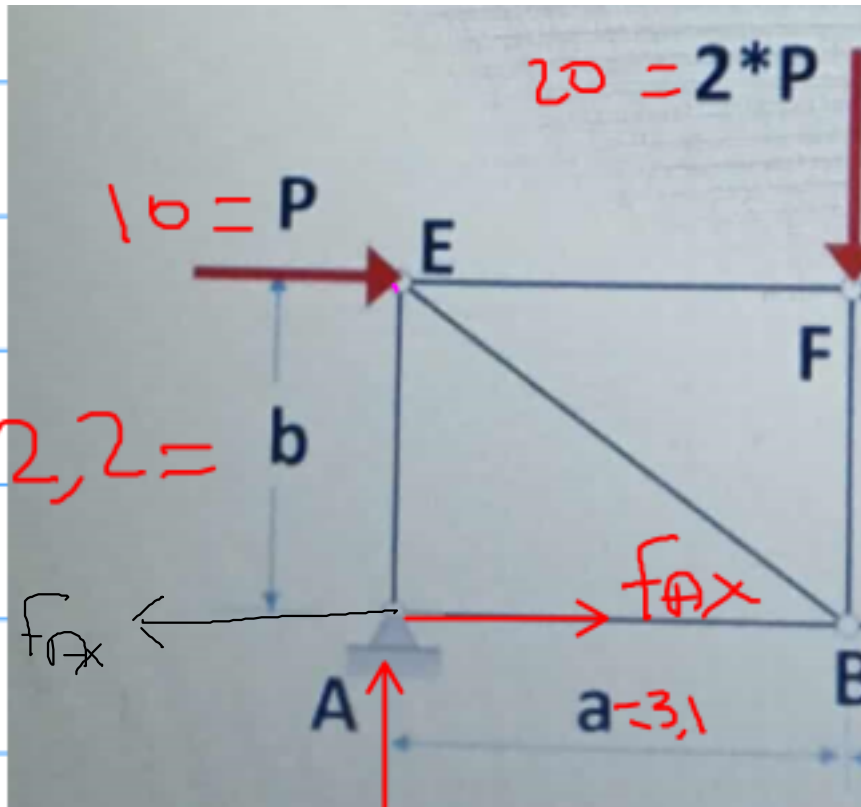
$$9,3 F_{Ay} + 10 \cdot 2,2 - 20 \cdot 6,2 - 20 \cdot 3,1 + 10 \cdot 3,3 = 0$$

$$9,3 F_{Ay} + 22 - 124 - 62 + 33 = 0$$

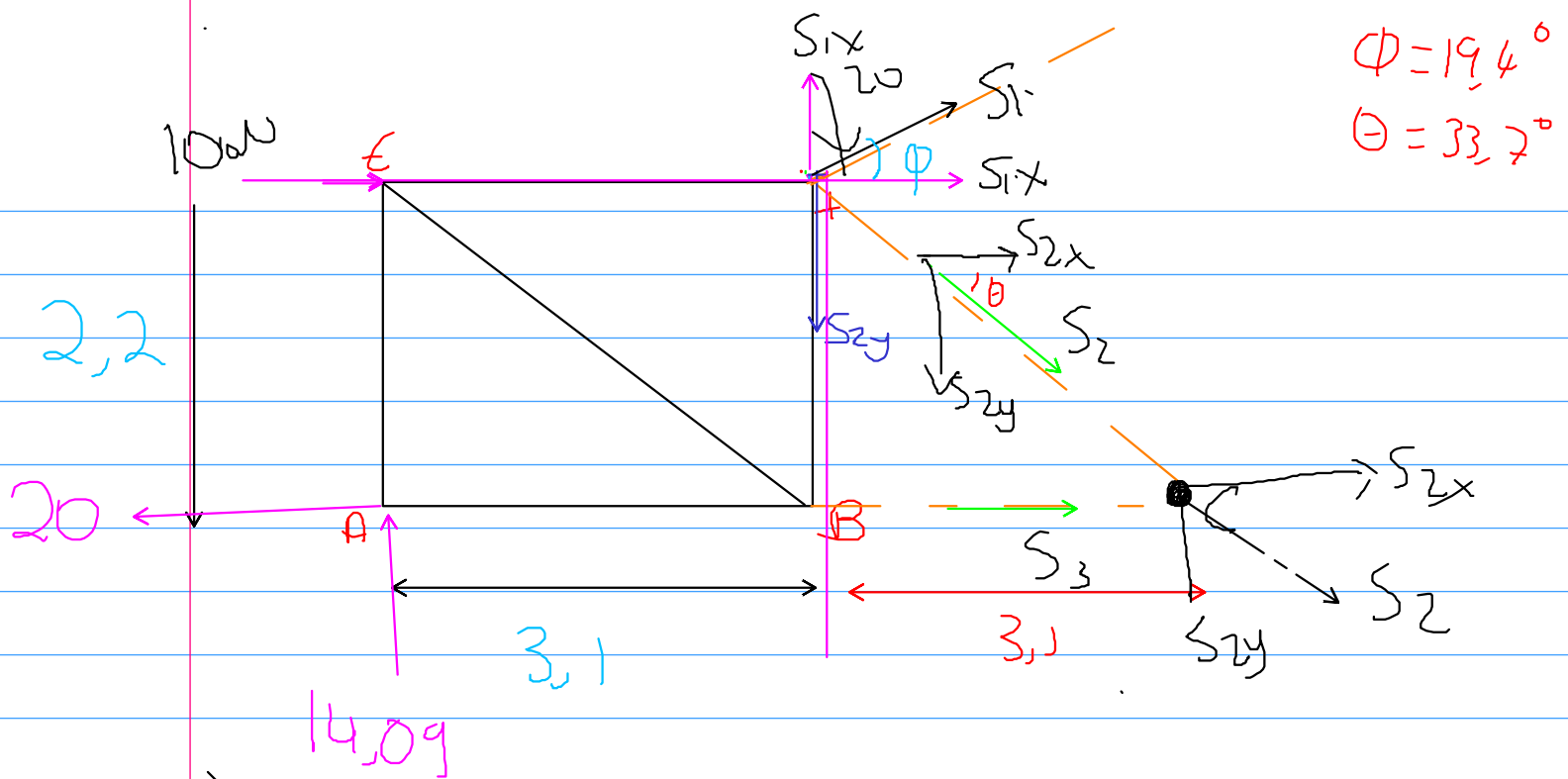
$$9,3 F_{Ay} = 131$$

$$\frac{9,3 F_{Ay} = 131}{9,3}$$

$$F_{Ay} = 14,09 \text{ kN}$$



$$F_{Ay} = 14,09$$



$$(+ \curvearrowright) \sum m_c = 0 \quad (20, S_3, S_{2x}, S_{2y})$$

$$+14.09 \cdot 6.2 + 10 \cdot 2.2 - 20 \cdot 3.1 + S_{1y} \cdot 3.1 + S_{1x} \cdot 2.2 = 0$$

$$87.36 + 22 - 62 + S_1 \cdot (\sin 33.7) \cdot (3.1) + S_1 \cdot (\cos 33.7) \cdot (2.2) = 0$$

$$47.36 = -S_1 \cdot 1.72 - S_1 \cdot 1.83$$

$$S_1 = -13.34 \text{ W}$$

$$(+ \circlearrowleft) \sum M_F = 0 \quad (20, S_{1x}, S_{1y}, S_{2x}, S_{2y}, 10)$$

$$+ 14,09 \cdot 3,1 + 20 \cdot 2,2 - S_3 \cdot 2,2 = 0$$

$$43,68 + 44 = 2,2 S_3$$

$$S_3 = 39,85 \text{ kN}$$

$$(+ \circlearrowleft) \sum M_A = 0 \quad (14,09, 20, S_{2x}, S_3)$$

$$10 \cdot 2,2 + 20 \cdot 3,1 + S_{1x} \cdot 2,2 + S_{2y} \cdot 6,2 - S_{1y} \cdot 3,1 = 0$$

$$22 + 62 + (-13,34) \cdot (\cos 19,4 \cdot 2,2)$$

$$+ S_2 \cdot \sin 33,7 \cdot 6,2 - (-13,34) \cdot \sin 19,4 \cdot 3,1$$

$$= 0$$

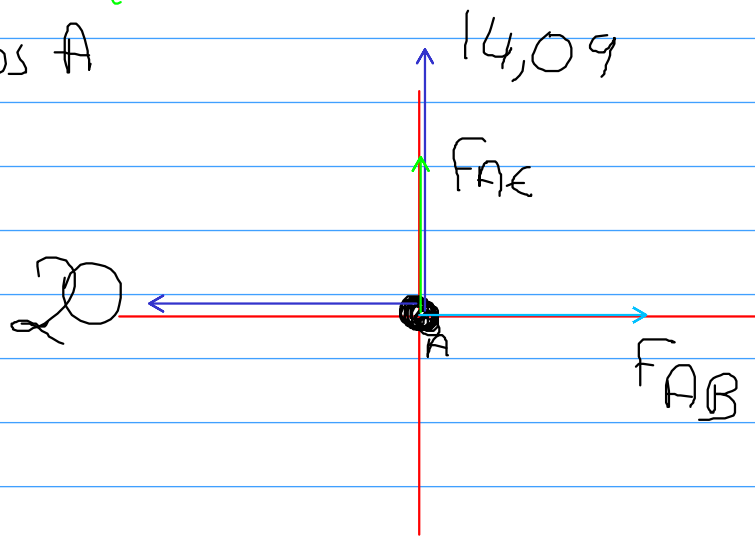
$$84 - 27,68 + 53,44 + 13,74 = 0$$

$$S_2 = \frac{-70,06}{3,44} \Rightarrow$$

$$S_2 = 20,4 \text{ kN}$$

Korpus A

Korpus A



$$\sum F_x = 0$$

$$F_{AB} - 20 = 0$$

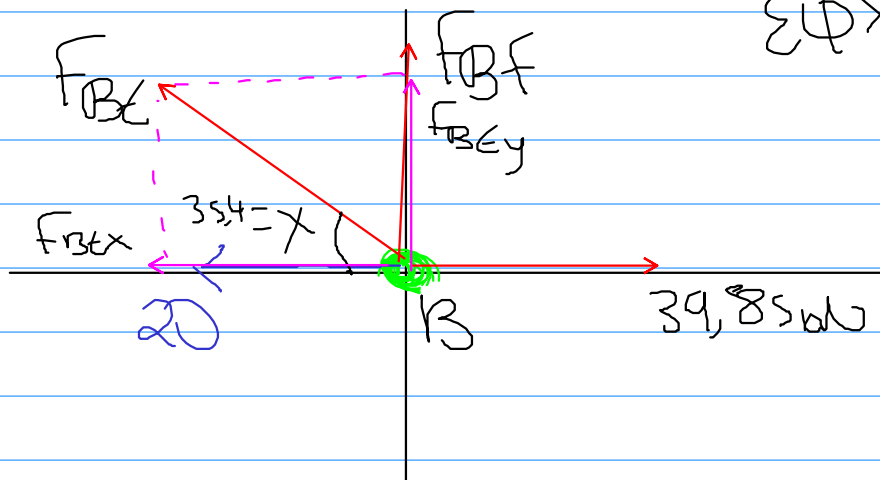
$$F_{AB} = 20 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{AE} + 14,09 = 0$$

$$F_{AE} = -14,09 \text{ kN}$$

Korpus B



$$\tan \alpha = \frac{2,2}{3,1}$$

$$\alpha = 35,4^\circ$$

$$\sum F_x = 0$$

$$39,85 - 20 - F_{BE_x} = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{BF} + F_{BE_y} = 0$$

$$F_{BF} + 24,4 \cdot \sin 35,5 = 0$$

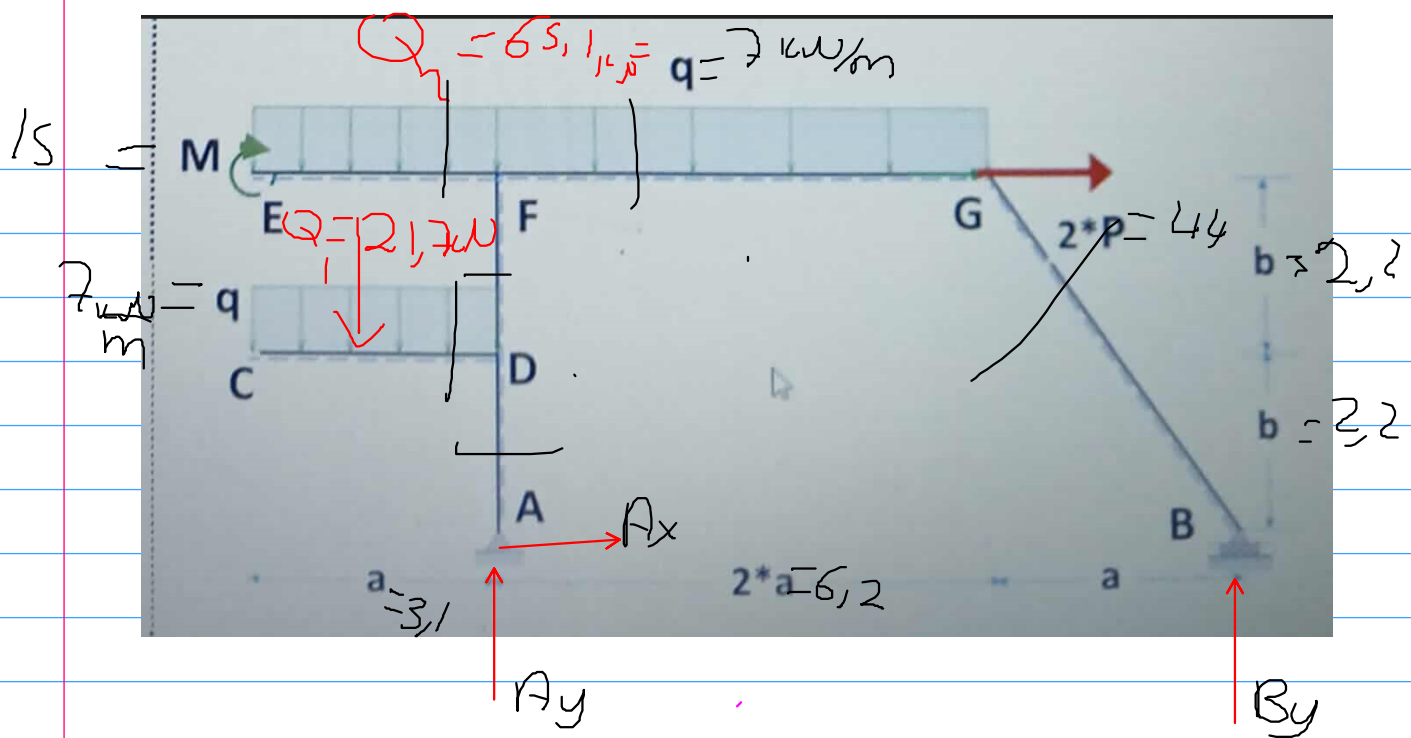
$$19,85 = F_{BE} \cdot \cos 35,4$$

$$F_{BE} = 24,4 \text{ kN}$$

$$F_{BF} = -14,1 \text{ kN}$$

ΘΕΜΑ 2ο (4.0 Μονάδες)

Δίνεται ο επίπεδος ισοστατικός φορέας του σχήματος 2, με $a=3.0+0.10 \cdot y$ (m) και $b=2.0+0.20 \cdot y$ (m). Στο σημείο G ασκείται η δύναμη $2 \cdot P$ (με $P=20+2 \cdot x$ (kN)), ενώ στο σημείο E ασκείται η ροπή $M=10+5 \cdot x$ (kNm) που έχει ωρολογιακή φορά. Το κατανεμημένο φορτίο στα οριζόντια τμήματα CD, EF και EG ισούται με $q=5+2 \cdot y$ (kN/m). Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις των στηρίξεων και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατανομής (M,Q,N) των δυνάμεων και ροπών της κατασκευής. Προσοχή: Σε κάθε τομή να εξετάζετε το μικρότερο τμήμα του πλαισίου. Επίσης, πρέπει να βρείτε τις τιμές των (M,Q,N) στα δύο άκρα του κάθε τμήματος για να κάνετε τα διαγράμματα. Σημείωση: Η εφελκυσόμενη ίνα είναι στο εσωτερικό του πλαισίου, όπως φαίνεται στο σκίτσο.



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$A_x + 44 = 0$$

$$A_x = -44$$

$$(\uparrow) \sum F_y = 0$$

$$A_y - 21.7 - 65.1 + B_y = 0$$

$$A_y + B_y = 86.8 \text{ kN}$$

$$B_y = 32.46 \text{ kN}$$

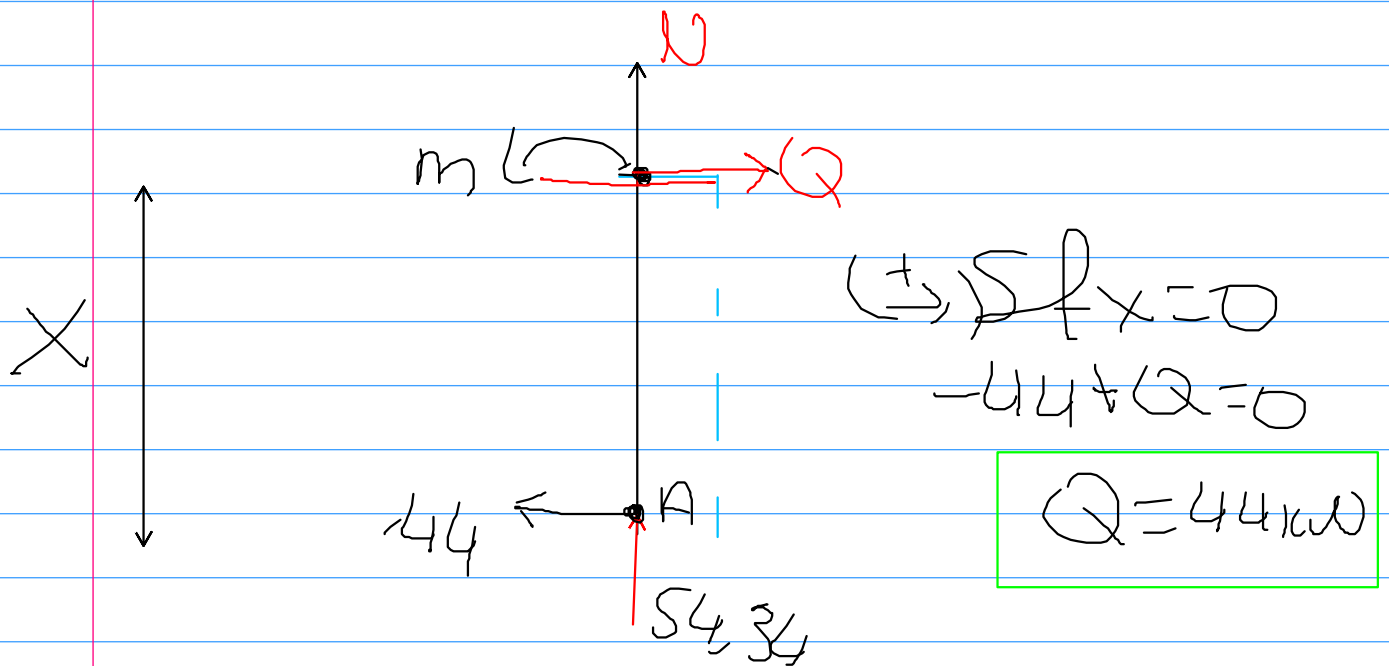
$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot 6.2 - 21.7 \cdot \left(\frac{3.1}{2} + 6.2\right) + 15 - 65.1 \cdot$$

$$4.65 + 44 \cdot 4.4 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 54.34 \text{ kN}$$

Topen A-D $0,5 \times 2,2 \text{ (m)}$ use
 equilibrium to calculate moments



$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ -44 + Q &= 0 \end{aligned}$$

$$Q = 44 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ 54,34 + N &= 0 \end{aligned}$$

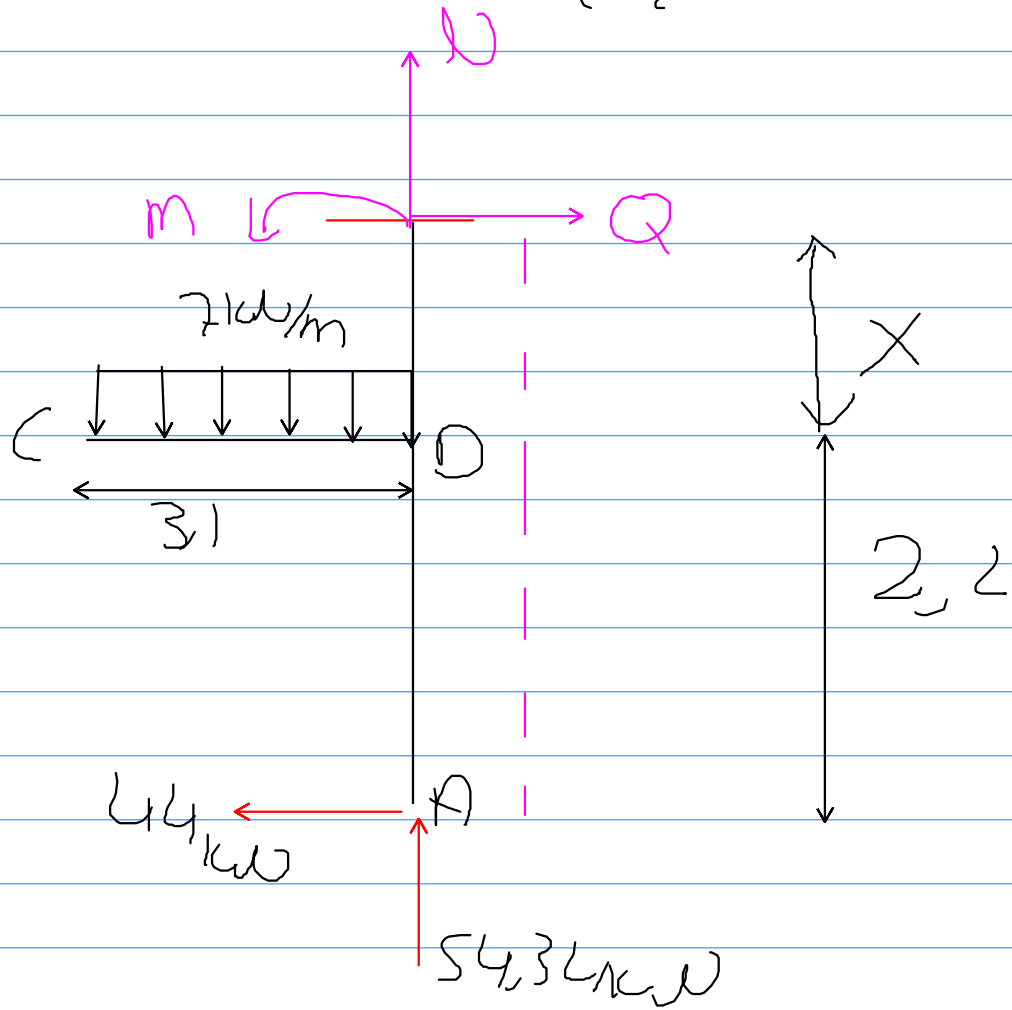
$$N = -54,34$$

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \\ 44 \cdot x - m &= 0 \\ m &= 44x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{If } x &= 0 \Rightarrow m = 0 \text{ kNm} \\ \text{If } x &= 2,2 \Rightarrow m = 96,8 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Topen FD

Topn FD uatw μjos 0 < x ≤ 2,2



$$\sum F_x = 0$$

$$-44 + Q = 0$$

$$Q = 44 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$54,3 - 7 \cdot 3,1 + N = 0$$

$$N = -32,6 \text{ kN}$$

$$\sum m = 0$$

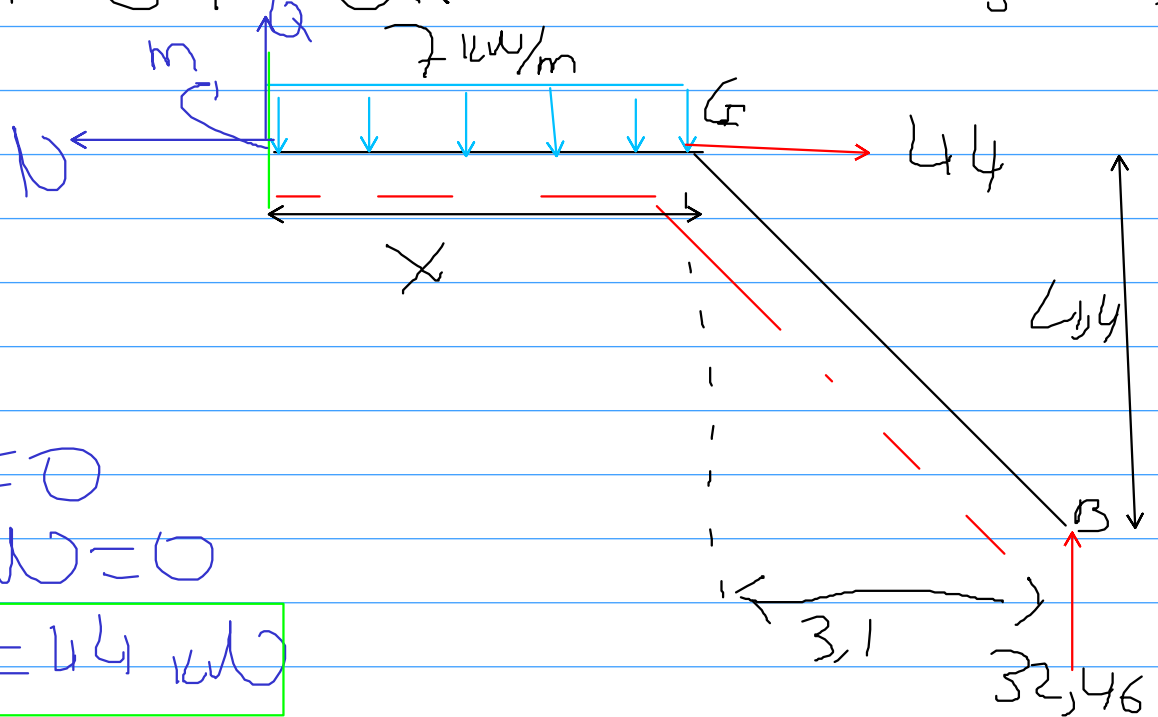
$$44 \cdot (2,2 + x) - 21,7 \cdot \frac{3,1}{2} - m = 0$$

$$m = 44(2,2 + x) - 33,64$$

$$\text{Iu } x=0 \Rightarrow m = 63,16 \text{ kNm}$$

$$I_{14} \cdot x = 2,2 \Rightarrow M = 159,96 \text{ kNm}$$

Tron GF $0 < x < 9,3 \text{ cm}$ $\delta \{ \}$ $\mu \{ \}$



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$44 - N = 0$$

$$N = 44 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$7 \cdot x + Q + 32,46 = 0$$

$$Q = -32,46 - 7x$$

$$I_{14} \cdot x = 0 \Rightarrow Q = -32,46$$

$$I_{14} \cdot x = 9,3 \Rightarrow Q = -97,56$$

$$(\circlearrowleft) \sum M = 0$$

$$M - 32,46 \cdot (3,1 + x) + 7 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot x \cdot \frac{x}{2} + 44 \cdot 4,4 = 0$$

$$m = 32,46(3,1+x) - 3,5x^2 - 193,6$$

$$\text{f1a } x=0 \Rightarrow m = \dots$$

$$\text{f1a } x=9,3 \Rightarrow m = \dots$$