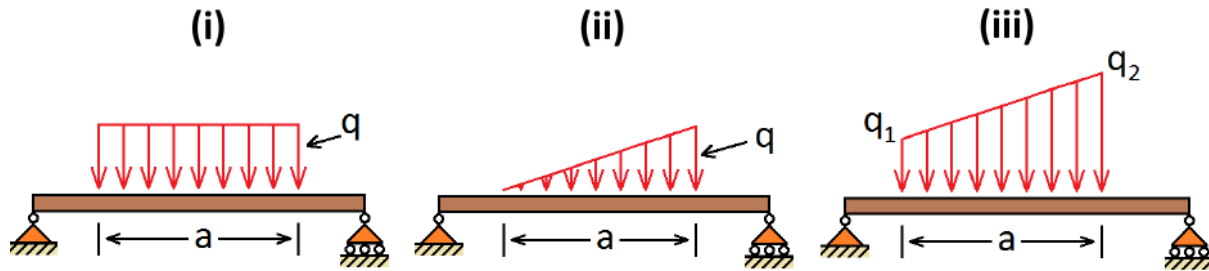


Κατανομημένες φορτίσεις σε δοκούς

Ανάλογα με τη μορφή της φόρτισης q , διακρίνονται σε τρεις (3) διαφορετικές βασικές κατηγορίες:

- i. Ομοιόμορφα κατανομημένη φόρτιση (ορθογωνική)
- ii. Τριγωνική φόρτιση
- iii. Τραπεζοειδής φόρτιση

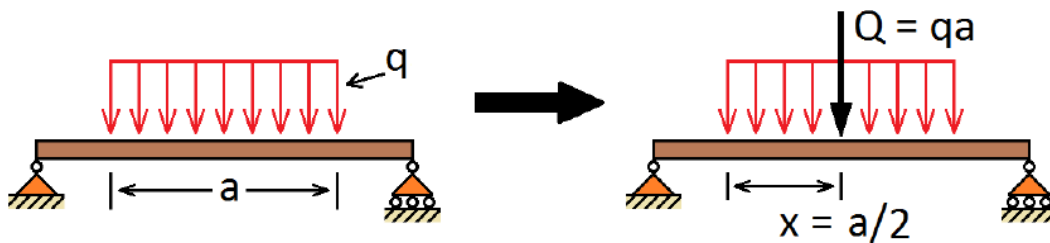


Ομοιόμορφα κατανομημένη φόρτιση (ορθογωνική)

Έχει σταθερή τιμή q , η γραφική της παράσταση είναι ευθεία παράλληλη με τη ράβδο, και ορίζεται σαν ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο ύψους q και μήκους a . Ονομάζεται ομοιόμορφο ή σταθερό κατανομημένο φορτίο και είναι το πιο συχνό. Η αντικατάσταση του ομοιόμορφα κατανομημένου φορτίου q γίνεται με ένα σημειακό φορτίο (δύναμη) Q του οποίου το μέτρο είναι ίσο με το εμβαδό του ορθογωνίου

$$Q = q \cdot a.$$

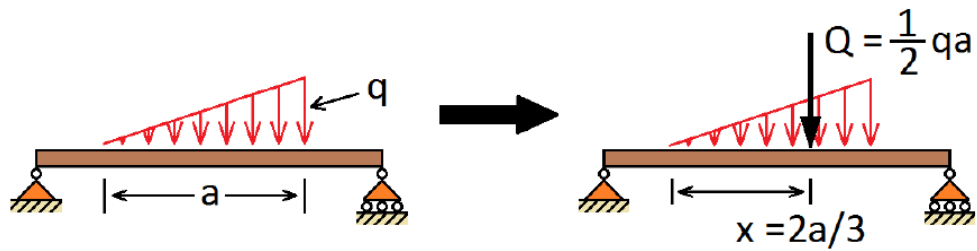
Ο φορέας του Q διέρχεται από το κέντρο βάρους του ορθογωνίου, δηλαδή από το μέσο του a .



Τριγωνική φόρτιση

Χαρακτηρίζεται από τη μέγιστη τιμή του q ή q_0 , η οποία παρουσιάζεται στο άκρο που έχει μη μηδενική τιμή, και από το μήκος a στο οποίο επενεργεί. Η αντικατάστασή του γίνεται με ένα σημειακό φορτίο (δύναμη) Q του οποίου το μέτρο είναι ίσο με το εμβαδό του τριγώνου $Q = q \cdot a/2$. Ο φορέας του φορτίου Q διέρχεται από το κέντρο

βάρους του τριγώνου, δηλαδή σε απόσταση $a/3$ από το άκρο μέγιστης τιμής ή απόσταση $2 \cdot a/3$ από το μηδενικό άκρο.



Τομές (Υπεθίμηση)

Ποτέ κάνω τομές;

Για να κάνω τομή πρέπει να ισχύει μια από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- A. Όταν αλλάζει το υλικό στη κατασκευή μας
- B. Όταν αλλάζει η γεωμετρία
- C. Όταν έχω αλλαγή δυνάμεις

Πως τις σχεδιάζω?

Πρώτος Τρόπος (Απλά να μάθεις την θεωρία σαν καλός φοιτητής)

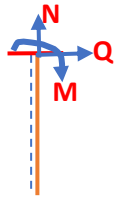
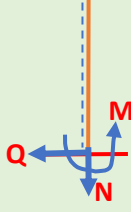
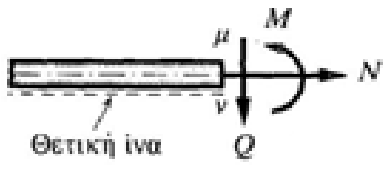


- ✚ $N(x)$: Δείχνει να εφελκύει το αποκοπτόμενο κομμάτι.
- ✚ $V(x)$: Τείνει να το περιστρέψει με τη φορά του ρολογιού (δεξιόστροφα).
- ✚ $M(x)$: Τείνει να εφελκύει την ίνα αναφοράς.

Δεύτερος Τρόπος (παπαγαλία τον παρακάτω πίνακα)

Φορές εσωτερικών δυνάμεων και της καμπτικής ροπής

Κόβω οριζόντια (στα αριστερά) και παίρνω το κάτω μέλος	
Κόβω οριζόντια (στα αριστερά) και παίρνω το πάνω μέλος	

Κόβω οριζόντια (στα δεξιά) και παίρνω το κάτω μέλος	
Κόβω οριζόντια (στα δεξιά) και παίρνω το πάνω μέλος	
Κόβω κάθετα και παίρνω το αριστερό μέλος	
Κόβω κάθετα και παίρνω το δεξί μέλος	

ΠΛΑΙΣΙΑ

Πίνακας Διαγραμμάτων για N-Q-M (ΧΗΜΗΠΕΡ)

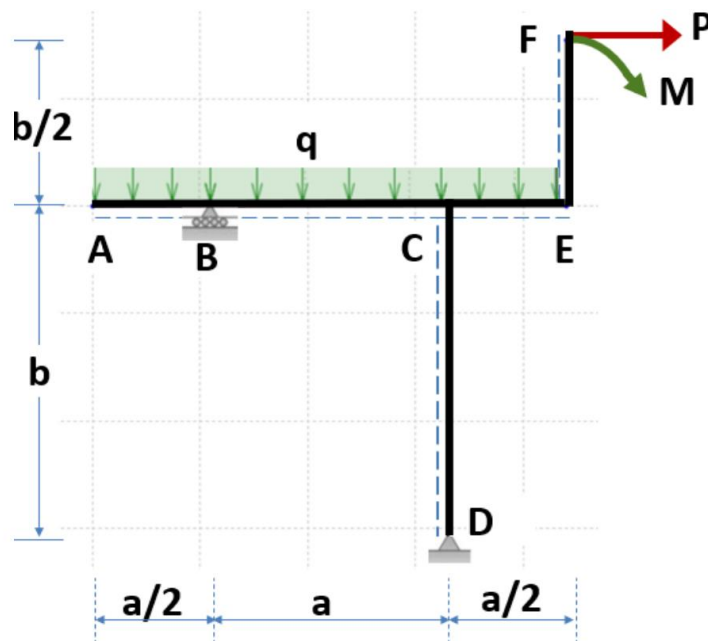
	Μέλος Τομής	N		Q		M	
Αριστερά							
Δεξιά							
Οριζόντια							
Κεκλιμένο Αριστερά							
Κεκλιμένο Δεξιά							
Κεκλιμένο Οριζόντια							

Πίνακας Διαγραμμάτων για N-Q-M (ΠΑΔΑ)

	Μέλος Τομής	N		Q		M	
Αριστερά							
Δεξιά							
Οριζόντια							
Κεκλιμένο Αριστερά							
Κεκλιμένο Δεξιά							
Κεκλιμένο Οριζόντια							

Παράδειγμα (Φλεβάρης 2024)

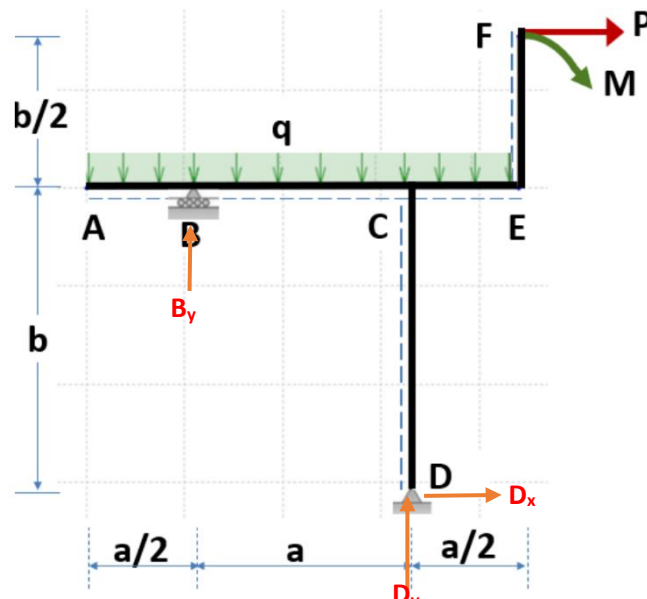
Δίνεται ο επίπεδος ισοστατικός φορέας, με $a=2.0+2 \cdot x$ m & $b=3.0+2 \cdot x$ m.
Στα τμήματα AB, BC και CE ασκείται το κατανεμημένο φορτίο $q=5.0+10 \cdot x$ kN/m. Στο σημείο F ασκούνται η δύναμη $P=20+10 \cdot x$ kN και η ωρολογιακή ροπή $M=40+10 \cdot x$ kNm.
Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις των στηρίξεων και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατανομής (M,Q,N) των δυνάμεων και ροπών της κατασκευής. Η εφελκόμενη ίνα είναι στο εσωτερικό του φορέα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



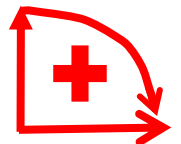
Μεθοδολογία

Βήμα 1^ο: Υπολογίζω τις δυνάμεις των στηρίξεων με τη χρήση των εξισώσεων ισορροπίας ΣF_x ,

ΣF_y , ΣM .



**Προσοχή στις φορές
θετικά πάντα:**



$$a = 2 + 2x = 3\text{m}$$

$$b = 3 + 2x\text{m} = 4\text{m}$$

$$q = 5 + 10x = 10\text{ kN/m}$$

$$m = 40 + 10x = 45\text{ kNm}$$

$$P = 20 + 10x = 25\text{ kN}$$

$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$25 - D_x = 0$$

$$D_x = 25\text{ kN}$$

$$(\uparrow) \sum F_y = 0$$

$$B_y + D_y - 10 \cdot 6 = 0$$

$$B_y + D_y = 60$$

$$D_y = 95\text{ kN}$$

$$(\circlearrowleft) \sum M_D = 0$$

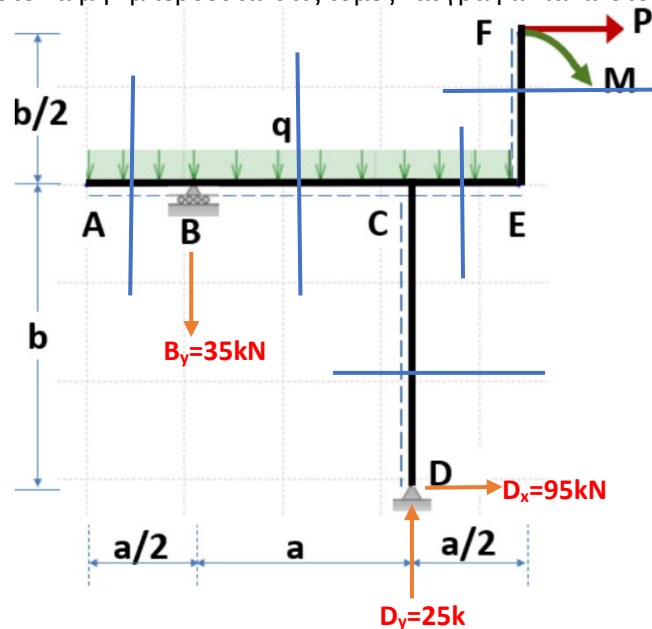
$$B_y \cdot 3 + 25 \cdot 6 + 45 - 10 \cdot 6(4,5 - 3) = 0$$

$$3B_y + 150 + 45 - 60(1,5) = 0$$

$$3B_y = -105$$

$$B_y = -35\text{ kN} \text{ αλλαγή φοράς}$$

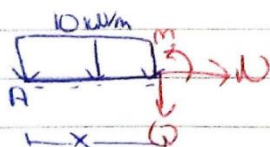
Βήμα 2°: Αν βρω αρνητική δύναμη στο βήμα 1 ξανακάνω το σχήμα και βάζω τη σωστή φορά στη δύναμη μου ώστε να μην περδευτώ στις τομές και γράφω πάνω στο σχήμα μου και με πόσα ισούνται.



Βήμα 3°: Βρίσκω πόσες τομές θα πρέπει να κάνω και τις σχεδιάζω στο σχήμα του βήματος 2 μου. Στη συνέχεια είμαι έτοιμος να υπολογίζω για κάθε τομή τα N, Q, M.

5 τομές

Τομή AB αριστερά κομμάτι 0 ≤ x ≤ 1,5 (m)



$$(\rightarrow) \sum F_x = 0$$

$$N = 0\text{ kN}$$

$$(\uparrow) \sum F_y = 0$$

$$-Q - 10x = 0$$

$$Q = -10x$$

$$Q(0) = 0\text{ kN}$$

$$Q(1,5) = -15\text{ kN}$$

$$(\circlearrowleft) \sum M = 0$$

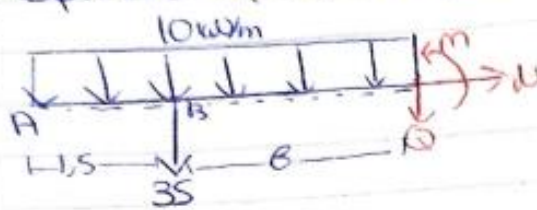
$$-M - 10x \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$M = -5x^2$$

$$M(0) = 0\text{ kNm}$$

$$M(1,5) = -11,25\text{ kNm}$$

Tipi BC qurqar uqurati $0 \leq B \leq 3 \text{ (m)}$



$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0$$

$$N = 0 \text{ kN}; \quad -Q - 35 - 10(1.5 + B) = 0$$

$$Q = -35 - 10(1.5 + B)$$

$$\sum M = 0$$

$$-m - 10(1.5 + B) \cdot \frac{(1.5 + B)}{2} - 35B = 0$$

$$Q(0) = -50 \text{ kN}$$

$$Q(3) = -80 \text{ kN}$$

$$m = -35B - 5(1.5 + B)^2$$

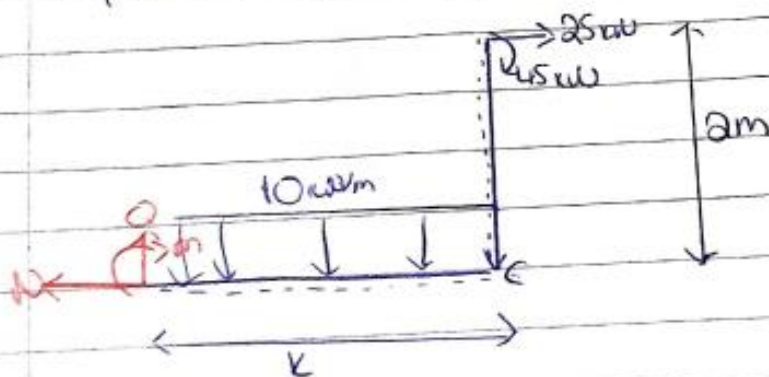
$$= -35B - 5(1.5^2 + 2 \cdot 1.5 \cdot B + B^2)$$

$$m(0) = -11.25 \text{ kNm}$$

$$m(3) = -35 \cdot 3 - 5(1.5^2 + 2 \cdot 1.5 \cdot 3 + 3^2)$$

$$m(3) = -206.25 \text{ kNm}$$

Tipi CE dēzi uqurati $0 \leq k \leq 1.5 \text{ (m)}$



$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0$$

$$25 - N = 0; \quad Q - 10k = 0$$

$$N = 25 \text{ kN}; \quad Q = 10k$$

$$Q(0) = 0 \text{ kN}$$

$$Q(1.5) = 15 \text{ kN}$$

$$\sum M = 0$$

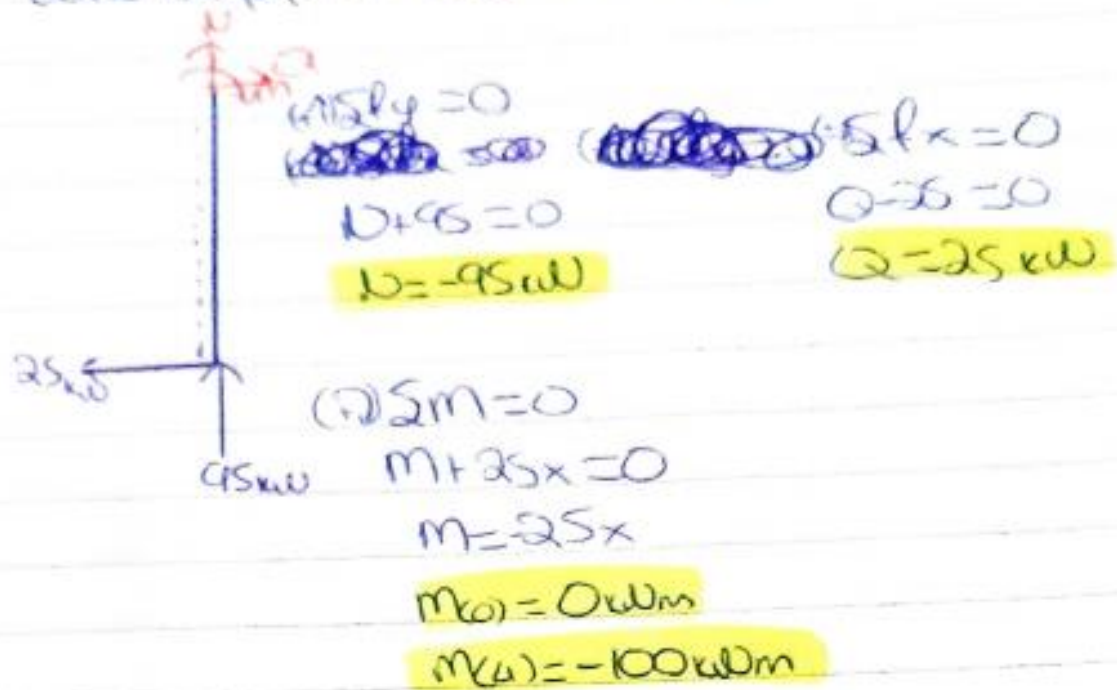
$$45 + 25 \cdot 2 + 10 \cdot k \cdot \frac{k}{2} + m = 0$$

$$m = -95 + 5k^2$$

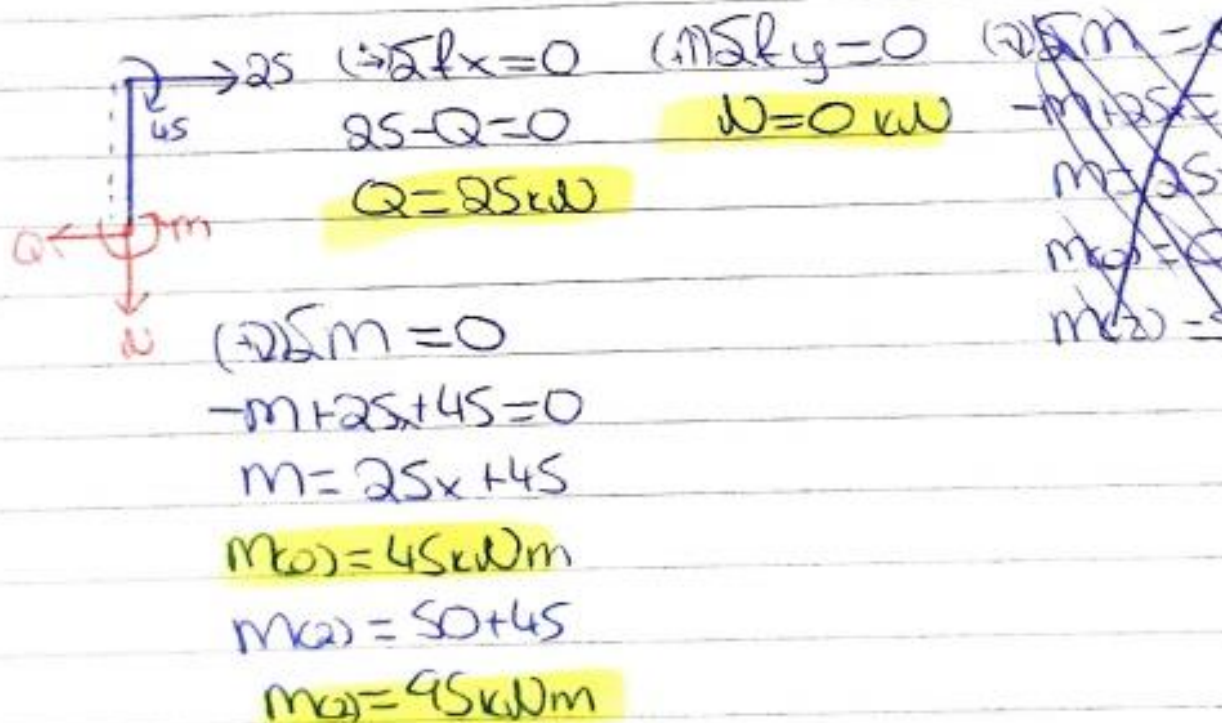
$$m(0) = -95 \text{ kNm}$$

$$m(1.5) = -106.25 \text{ kNm}$$

Exen DC pentru capetele care $0 \leq x \leq 4(m)$



Exen FE pentru capetele care $0 \leq y \leq 2(m)$



Βήμα 4^ο: Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα N,Q, M.