

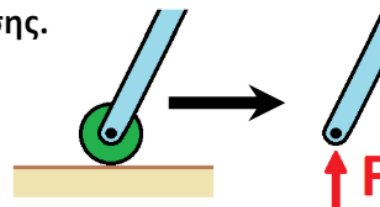


Ισορροπία σε Δύο Διαστάσεις

Σε μία δισδιάστατη κατασκευή υπάρχουν τρία είδη στηρίξεων ή συνδέσεων:

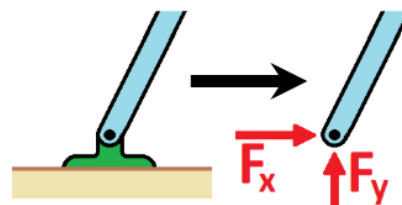
1. Αντιδράσεις ισοδύναμες με μία δύναμη γνωστής διεύθυνσης.

- Κυλίστεις, καλώδια, επιφάνειες χωρίς τριβή.
- Εμποδίζουν την κίνηση σε μία διεύθυνση.
- Οι αντιδράσεις περιλαμβάνουν έναν άγνωστο.



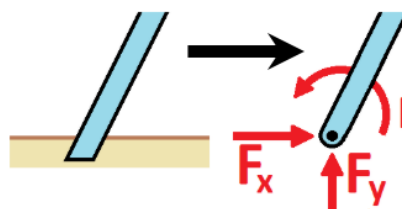
2. Αντιδράσεις ισοδύναμες με μία δύναμη άγνωστης διεύθυνσης (ή δύο άγνωστες αντιδράσεις κάθετες μεταξύ τους).

- Αρθρώσεις, επιφάνειες με τριβή.
- Εμποδίζουν την κίνηση αλλά όχι την περιστροφή.
- Οι αντιδράσεις περιλαμβάνουν δύο αγνώστους.



3. Αντιδράσεις ισοδύναμες με μία δύναμη άγνωστης διεύθυνσης (ή δύο άγνωστες αντιδράσεις κάθετες μεταξύ τους) και μία ροπή.

- Πακτώσεις, πλήρης περιορισμός κινήσεων.
- Εμποδίζουν την κίνηση αλλά και την περιστροφή.
- Οι αντιδράσεις περιλαμβάνουν τρεις αγνώστους.



Ισορροπία σε Δύο Διαστάσεις

Στην περίπτωση δύο διαστάσεων, οι συνθήκες ισορροπίας απλοποιούνται αρκετά. Έτσι οι έξι **Στερεοστατικές Εξισώσεις Ισορροπίας** ανάγονται σε τρεις εξισώσεις.

$$\boxed{\Sigma F_x = 0} \quad \boxed{\Sigma F_y = 0} \quad \boxed{\Sigma M_A = 0}$$

όπου το A είναι οποιοδήποτε σημείο στο επίπεδο της κατασκευής.

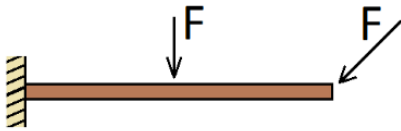
- Αυτές οι τρεις εξισώσεις δεν μπορούν να λυθούν για περισσότερο από τρεις αγνώστους.
- Οι άγνωστες δυνάμεις περιλαμβάνουν αντιδράσεις και ο αριθμός των αγνώστων εξαρτάται από το είδος της στήριξης ή της σύνδεσης που προκαλεί αυτή την αντίδραση.
- Οι τρεις εξισώσεις ισορροπίας δεν μπορούν να αυξηθούν, αλλά μπορούν να αντικατασταθούν με άλλες για λόγους διευκόλυνσης. Για παράδειγμα:

$$\boxed{\Sigma F_x = 0} \quad \boxed{\Sigma M_A = 0} \quad \boxed{\Sigma M_B = 0}$$



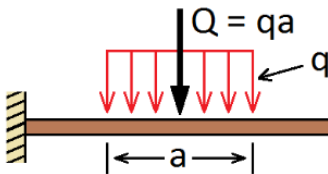
Είδη Φορτίων

Τα φορτία που μπορεί να επιβληθούν στα διάφορα σώματα διακρίνονται στα **συγκεντρωμένα** και τα **κατανεμημένα** φορτία.



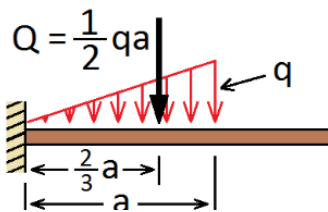
Συγκεντρωμένο ή σημειακό φορτίο: Το φορτίο εκείνο του οποίου η δράση περιορίζεται σε ένα μόνο σημείο.

Στην πραγματικότητα ασκείται σε πολύ μικρή επιφάνεια και δεχόμαστε την παραδοχή απόλυτα συγκεντρωμένης δύναμης.



Κατανεμημένο φορτίο: Το φορτίο εκείνο του οποίου η δράση εκτείνεται σε ολόκληρο το σώμα ή σε ορισμένο τμήμα του.

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης Q ενός κατανεμημένου φορτίου εκφράζεται από το **εμβαδόν** της επιφάνειας που εκφράζεται από τη γραφική του παράσταση.



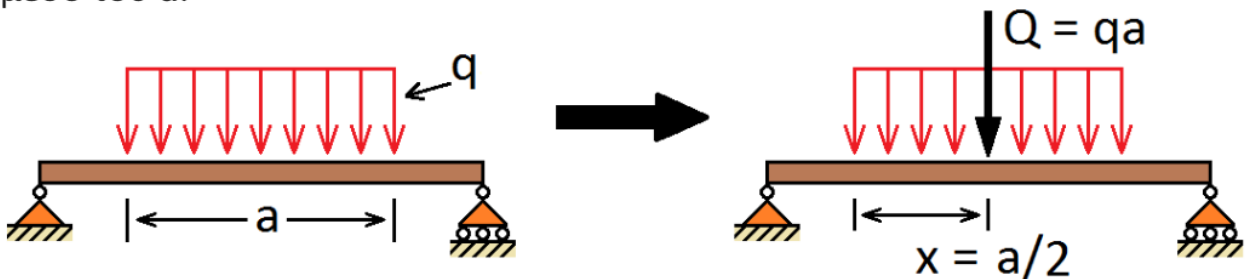
Το σημείο εφαρμογής της Q συμπίπτει με το **κέντρο βάρους** της επιφάνειας.

Κατανεμημένες φορτίσεις σε δοκούς

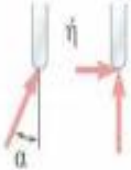
ι. Ομοιόμορφα κατανεμημένη φόρτιση (ορθογωνική)

Έχει σταθερή τιμή q , η γραφική της παράσταση είναι ευθεία παράλληλη με τη ράβδο, και ορίζεται σαν ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο ύψους q και μήκους a . Ονομάζεται ομοιόμορφο ή σταθερό κατανεμημένο φορτίο και είναι το πιο συχνό. Η αντικατάσταση του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου q γίνεται με ένα σημειακό φορτίο (δύναμη) Q του οποίου το μέτρο είναι ίσο με το εμβαδό του ορθογωνίου $Q = q \cdot a$.

Ο φορέας του Q διέρχεται από το κέντρο βάρους του ορθογωνίου, δηλαδή από το μέσο του a .





Στήριγμα ή Σύνδεση	Αντιδράσεις	Αριθμός Αγνώστων	
Κυλίσεις 	Ανευ τριβής επιφάνεια 	Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας	1
Κοντό καλώδιο 	Βραχύς σύνδεσμος 	Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας	1
Κολάρο πάνω σε μια άνευ τριβής ράβδο 	Ανευ τριβής πείρος σε εγκοπή 	Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας	1
Άρθρωση 	Επιφάνεια με τριβή 	Δύναμη άγνωστης κατεύθυνσης 	2
Πάκτωση 	Δύναμη άγνωστης κατεύθυνσης και ροπή 		3

Στηρίζεις ισοδύναμες με μια δύναμη με γνωστή γραμμή επενέργειας : κυλίσεις, επιφάνειες χωρίς τριβή. **Εμποδίζουν την κίνηση του σώματος σε μια μόνο κατεύθυνση.**

1 Άγνωστος: Το μέτρο της δύναμης

Στηρίζεις ισοδύναμες με μια δύναμη άγνωστη κατά μέτρο και κατεύθυνση : αρθρώσεις, επιφάνειες με τριβή.

Εμποδίζουν την κίνηση του σώματος προς όλες τις κατευθύνσεις – επιτρέπουν περιστροφή.

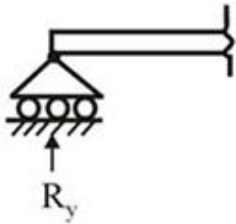
2 Άγνωστοι : Μέτρο και κατεύθυνση

Στηρίζεις ισοδύναμες με μια δύναμη και μια ροπή: πακτώσεις. **Εμποδίζουν οποιαδήποτε κίνηση ή περιστροφή του σώματος.**

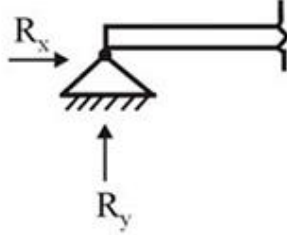
3 Άγνωστοι : Συνήθως οι δύο συνιστώσες της δύναμης και η ροπή

Εικόνα 1: Αντιδράσεις στηρίξεων και συνδέσεων σε δύο διαστάσεις

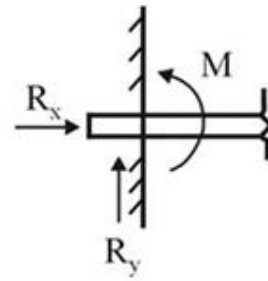
Πως συμβολίζονται στο χαρτί η κάθε στήριξη και οι άγνωστες δυνάμεις τους.



(a) Roller Support



(b) Pinned Support



(c) Fixed Support

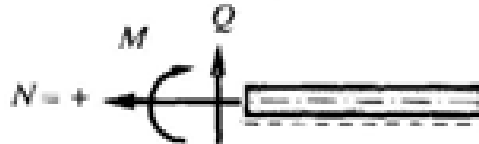
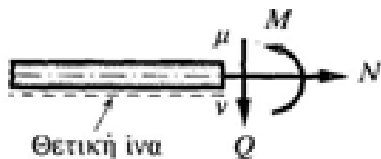
Τομές

Ποτέ κάνω τομές;

Για να κάνω τομή πρέπει να ισχύει μια από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- A. Όταν αλλάζει το υλικό στη κατασκευή μας
- B. Όταν αλλάζει η γεωμετρία
- C. Όταν έχω αλλαγή δυνάμεις

Πώς είναι η φορά των δυνάμεων και των ροπών στις τομές;



Όπου:

Q = Τέμνουσα δύναμη (Είναι εκείνες που δρουν κάθετα στον άξονα των δοκών, προκαλώντας διάτμηση).

M = Καμπτική Ροπή (Είναι οι ροπές, που η διεύθυνσή τους είναι κάθετη στο επίπεδο του φορέα, προκαλώντας έτσι κάμψη στη δοκό επί της οποίας ενεργούν).

N = Αξονική ή Κάθετη ή Ορθή δύναμη (είναι οι δυνάμεις, που ενεργούν πάνω στον άξονα κάθε δοκού και προκαλούν εφελκυσμό ή θλίψη).