

## Δικτυώματα

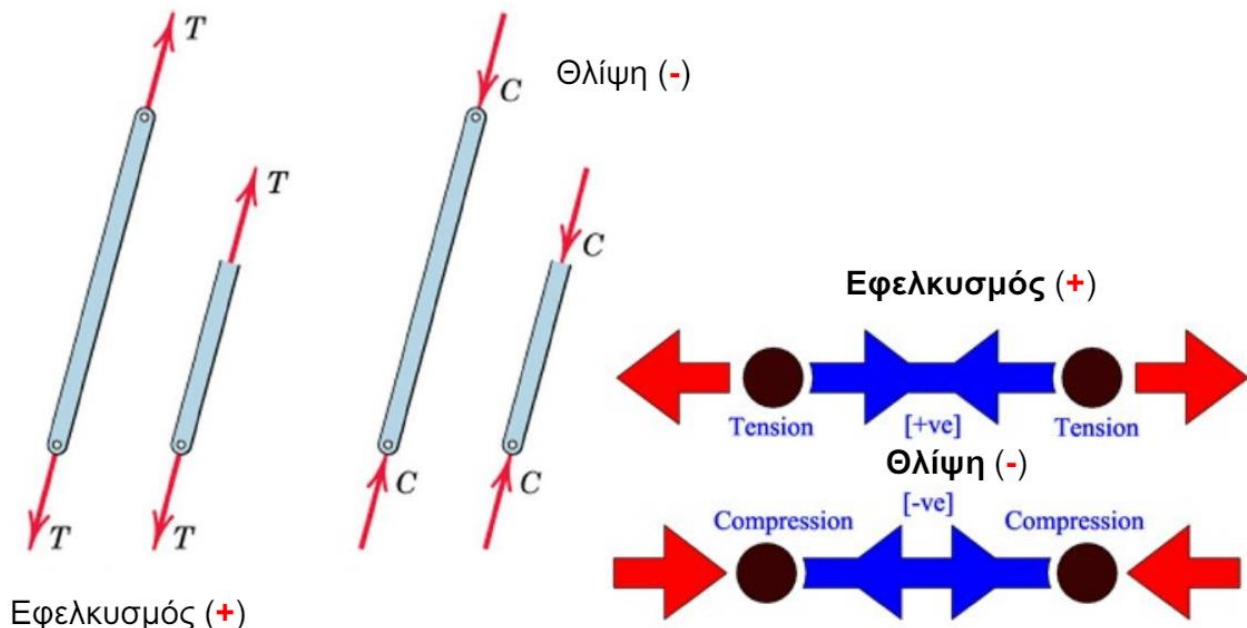
**Δικτύωμα:** ονομάζεται ο φορέας που συντίθεται από συντρέχουσες ράβδους που ενώνονται στους κόμβους. Γενικά θεωρείται ότι οι κόμβοι του δικτυώματος είναι αρθρώσεις, ως εκ τούτου δεν παραλαμβάνουν ροπές.



Οι δικτυωτοί φορείς διακρίνονται σε:

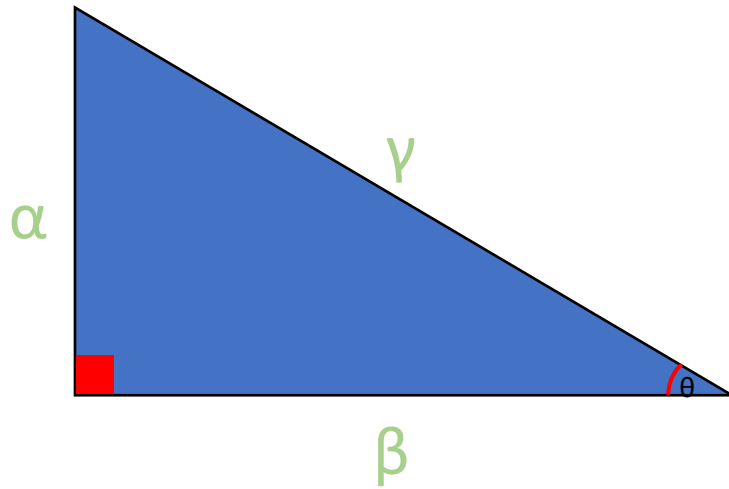
- Επίπεδους [λειτουργεί και αναπτύσσεται στο επίπεδο,  $X,Y$ . Οι ράβδοι, οι κόμβοι και τα φορτία βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο].
- Χωρικούς, [λειτουργεί και αναπτύσσεται στο χώρο,  $X,Y,Z$ ].

Οι ράβδοι καταπονούνται σε **εφελκυσμό** ή **θλίψη**



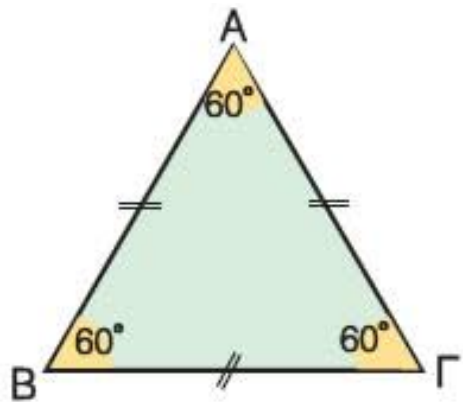
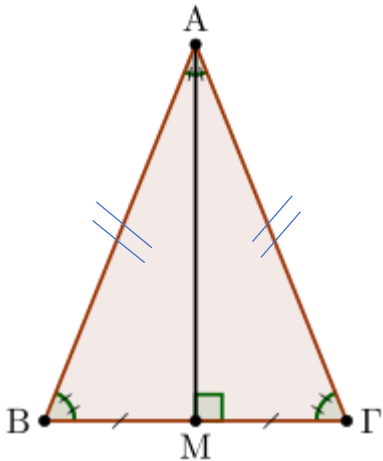
### Βασικές γνώσεις:

1. Πυθαγόρειο θεώρημα ( $\Pi\Theta: A^2+B^2=\gamma^2$ )



$$\sin \theta = \frac{\alpha}{\gamma}, \cos \theta = \frac{\beta}{\gamma}, \tan \theta = \frac{\alpha}{\beta}$$

2. Ισοσκελές- Ισόπλευρο

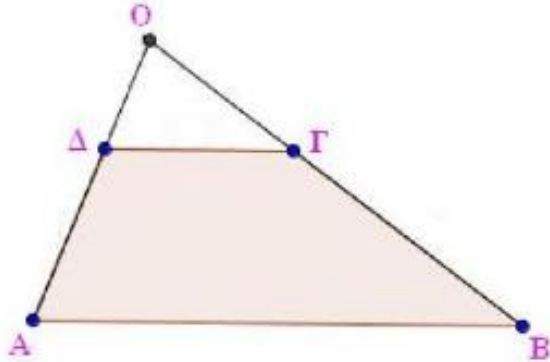


**Άθροισμα γωνιών τριγώνου**

$$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$$

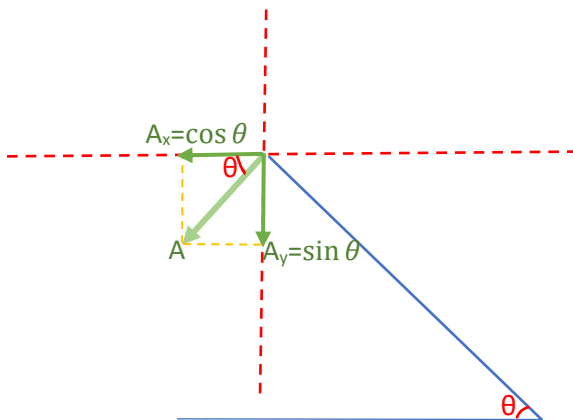
### 3. Όμοια τρίγωνα

Δύο τρίγωνα λέγονται όμοια, αν κάθε γωνία ενός τριγώνου έχει το ίδιο μέτρο με την αντίστοιχη γωνία στο άλλο τρίγωνο. Οι αντίστοιχες πλευρές των όμοιων τριγώνων θα έχουν μήκη ανάλογα. Μερικά θεωρήματα για όμοια τρίγωνα: Εάν δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με τις αντίστοιχες γωνίες στο άλλο, τα τρίγωνα είναι όμοια.

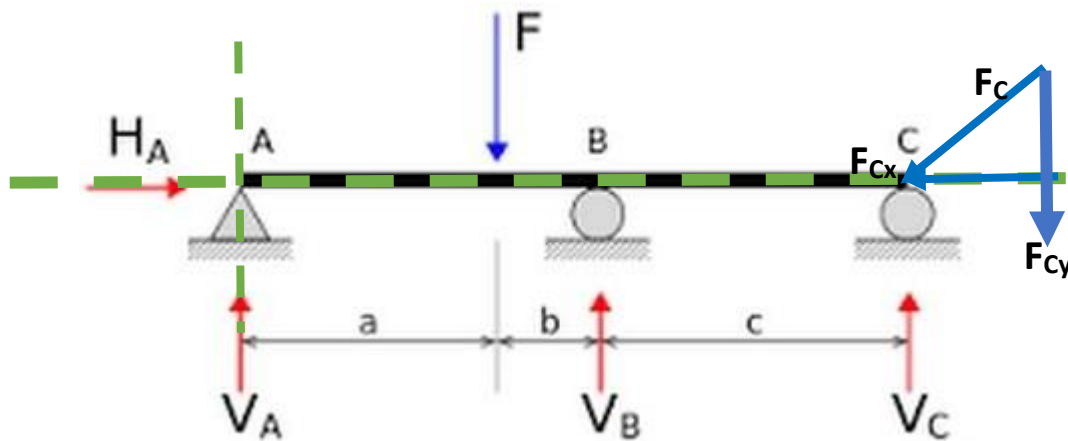


Τα τρίγωνα  $ODG$  και  $OAB$  έχουν την γωνία  $O$  κοινή και  $\hat{ODG} = \hat{OAB}$  λόγω των παραλλ. πλευρών του τραπεζίου, επομένως είναι όμοια οπότε:  $\frac{OD}{OA} = \frac{OG}{OB} = \frac{DG}{AB}$

### 4. Ανάλυση Δυνάμεων



5. **SOS** Πότε καταλαβαίνω ότι μηδενίζεται μια δύναμη στην εξίσωση της ισορροπίας των ροπών;

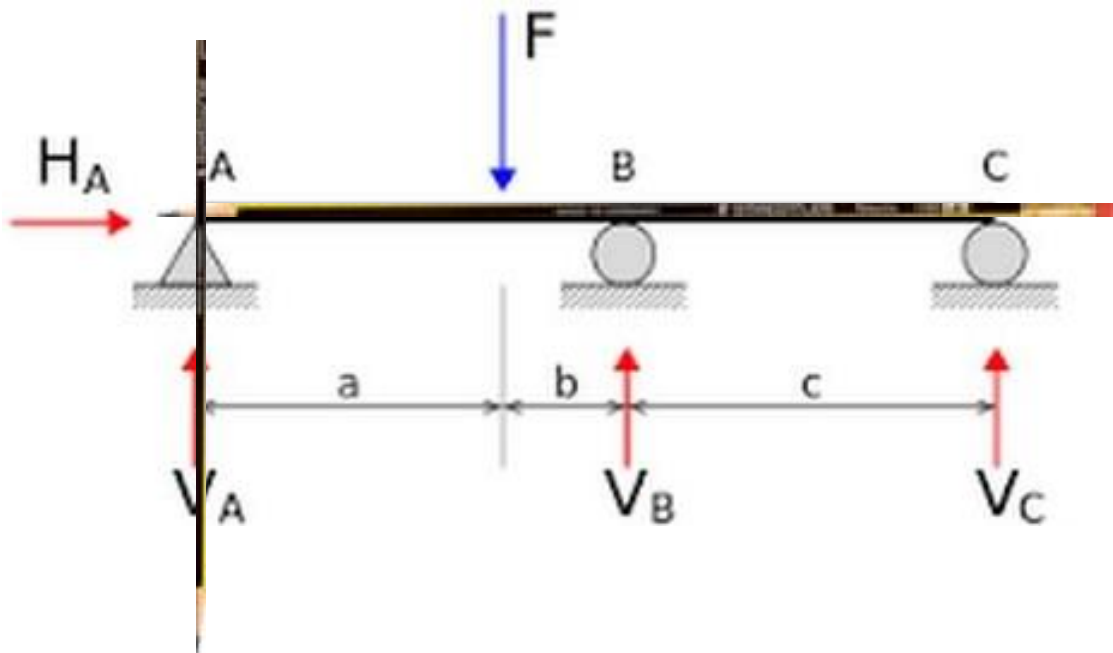


Αν θέλω  $\Sigma M_A$  όποια δύναμη βρίσκεται στον άξονα του  $x$  και του  $y$  ως προς το σημείο A μηδενίζονται. Οπότε οι δυνάμεις που μηδενίζονται είναι οι  $H_A, V_A, F_{Cx}$

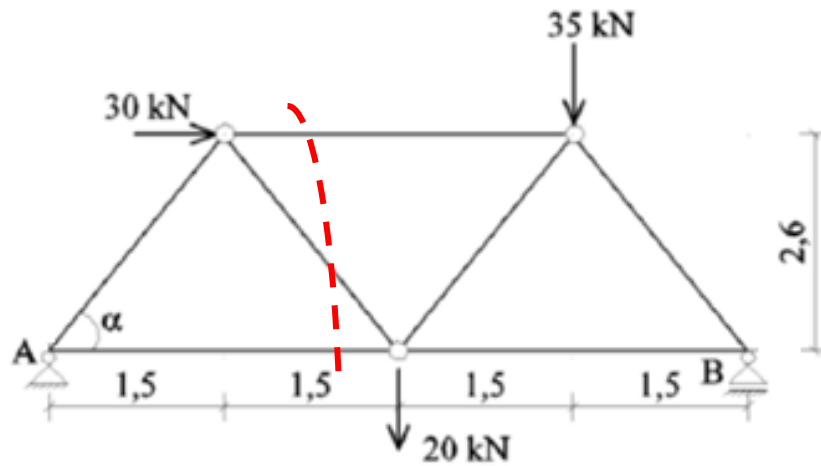
Για τη  $\Sigma M_B$  οι δυνάμεις που θα μηδενιστούν θα είναι οι  $H_A, V_B, F_{Cx}$

**Μπακαλίστικος τρόπος**

Παίρνω 2 μολυβιά και τα τοποθετώ στον άξονα  $x$  και  $y$  του σημείου που κάνω τη  $\Sigma M$  (δες εικόνα) και οποίες δυνάμεις κρύβουν τα μολυβιά είναι ίσες με 0.



## Μέθοδος Ritter ή Μέθοδος Τομών



### Μεθοδολογία

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Υπολογίζω τις δυνάμεις των στηρίξεων με τη χρήση των εξισώσεων ισορροπίας ( $\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$ ,  $\Sigma M$ ).

Handwritten solution for the truss problem:

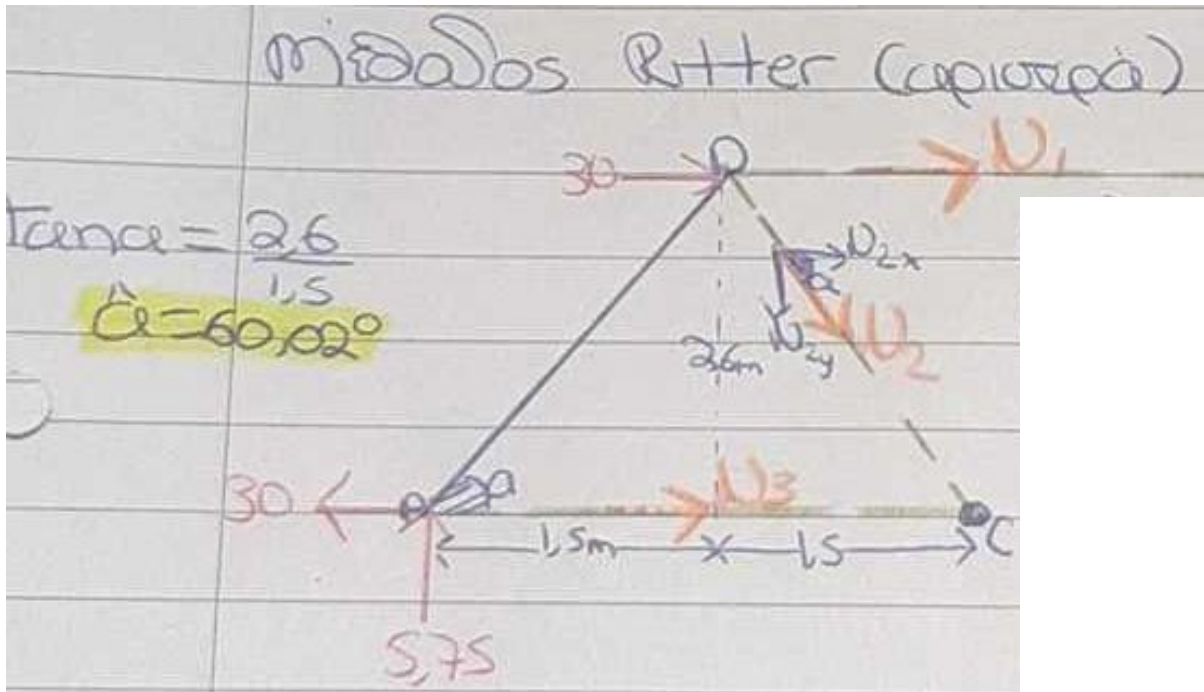
Equilibrium equations:

$$\begin{aligned} (+\rightarrow) \Sigma F_x &= 0 \\ A_x + 30 &= 0 \\ A_x &= -30 \text{ αλληλεξάρτηση} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (+\uparrow) \Sigma F_y &= 0 \\ A_y + B_y - 20 - 35 &= 0 \\ A_y + B_y &= 55 \\ A_y &= 5,75 \text{ kN} \end{aligned}$$

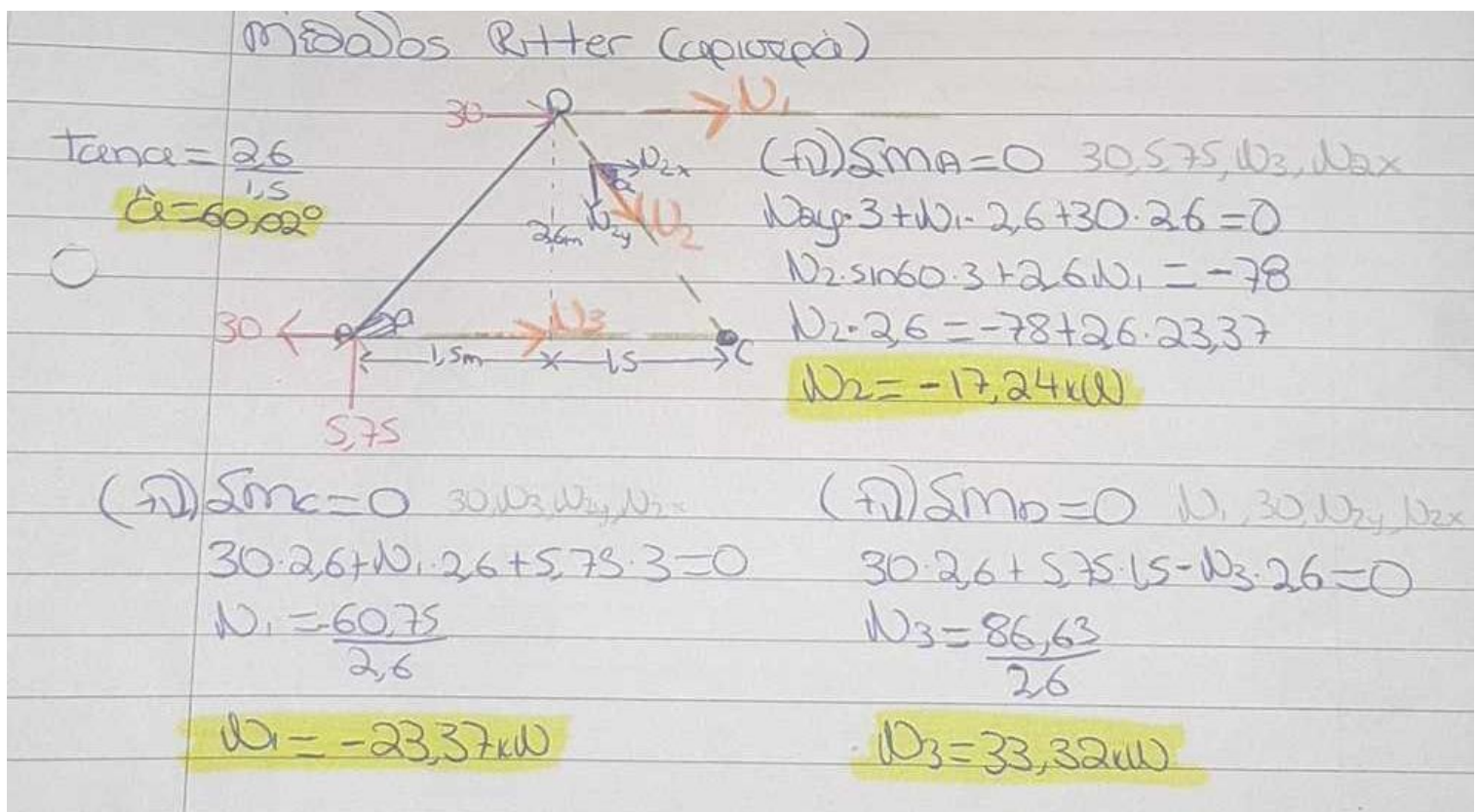
Sum of moments about A:

$$\begin{aligned} \circlearrowleft \Sigma M_A &= 0 \\ 30 \cdot 2,6 + 35 \cdot 4,5 + 20 \cdot 3 - B_y \cdot 6 &= 0 \\ B_y &= \frac{245,5}{6} \\ B_y &= 40,92 \text{ kN} \end{aligned}$$

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Σχεδιάζω το δικτύωμα με διακεκομμένες γραμμές σε οποία μέλη αγγίζει η τομή μου και εκεί που οι διακεκομμένες τέμνονται γράφω ποιος κόμβος είναι (σε αυτή τη περίπτωση είναι ο C). Επίσης για κάθε διακεκομμένη γραμμή προσθέτω και μια άγνωστη δύναμη με φορά και διεύθυνση όπως είναι οι διακεκομμένες γραμμές.  
(Προσοχή στην ανάλυση δυνάμεων)



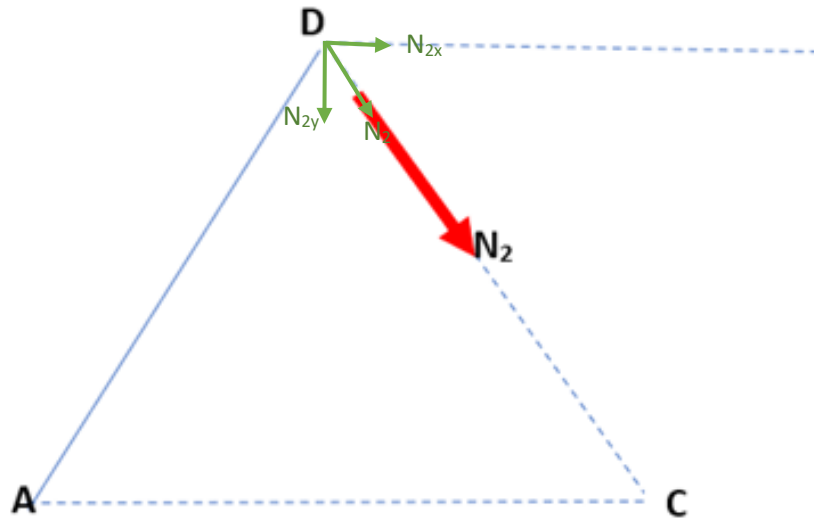
**Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Υπολογίζω τις άγνωστες δυνάμεις ( $N_1, N_2, N_3$ ) με τη χρήση 3ων εξισώσεων ΣΜ για κάθε σημείο που υπάρχει στο σχήμα (βήμα 2<sup>ο</sup>). Επίσης σημειώνω διπλά από την κάθε εξισώσεις ποιες δυνάμεις μηδενίζονται.



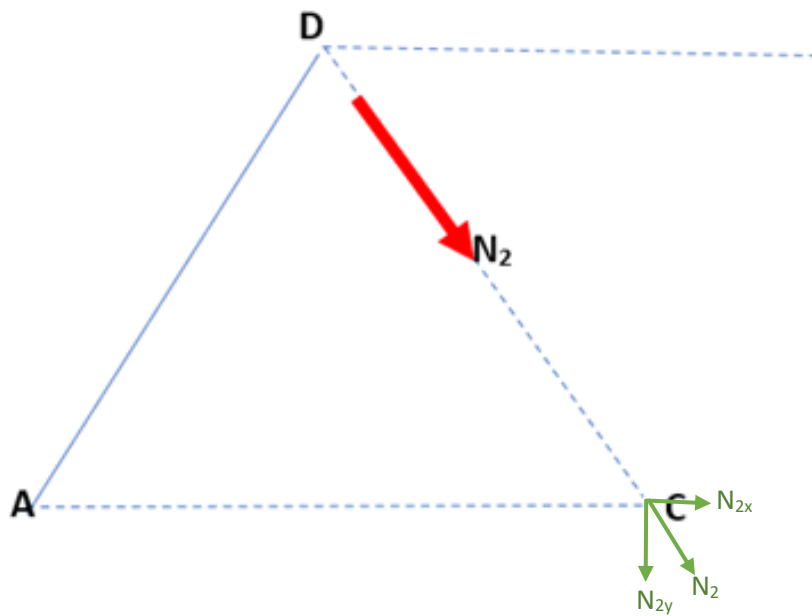
**Γιατί η  $N_2$  μηδενίζεται για  $\Sigma M_C$ , για  $\Sigma M_D$  και για  $\Sigma M_A$  η  $N_{2x}$ ;**

Γιατί η  $N_2$  ασκείται σε όλο το μήκος του μέλους BC με αποτέλεσμα όταν κάνουμε τις  $\Sigma M$  στα σημεία A,D,C να μεταφέρεται ανάμεσα στους κόμβους D,C (δες σχήμα).

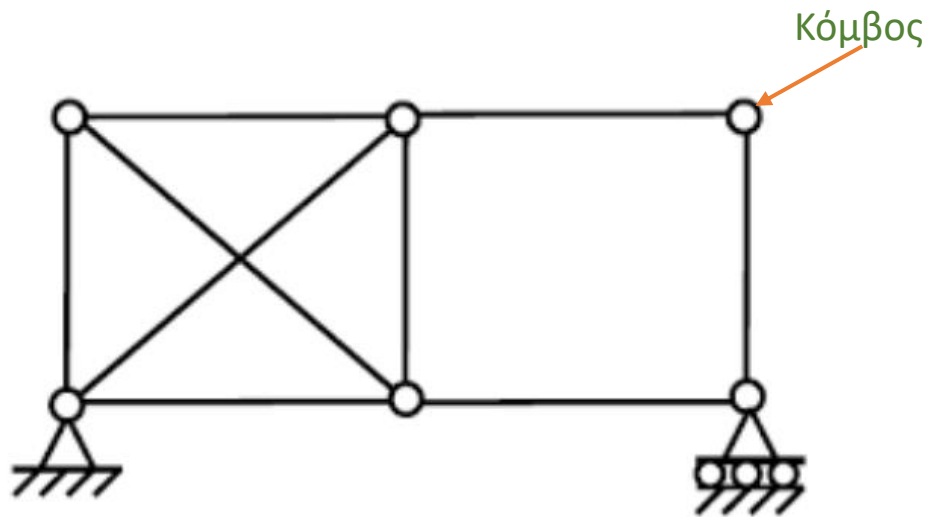
**Για κόμβο D:**



**Για κόμβο C και A:**

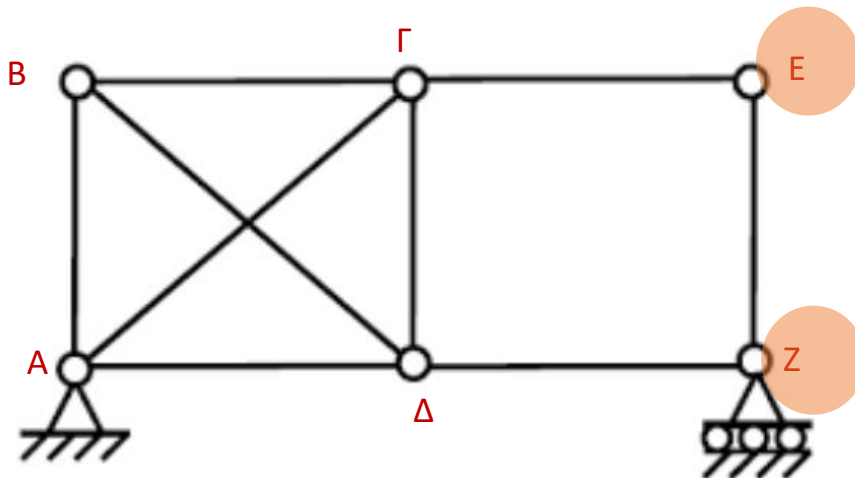


## Μέθοδος Κόμβων



### Μεθοδολογία

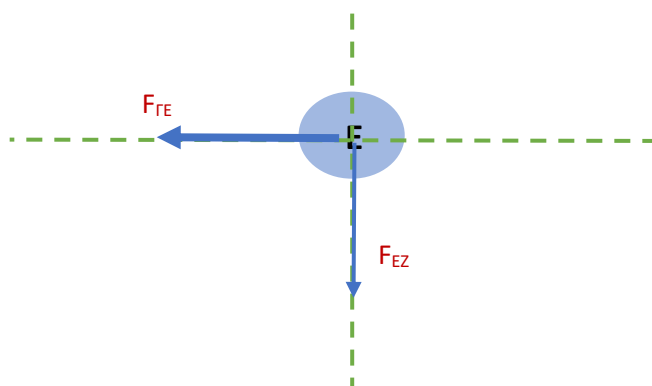
- **Διαλέγω ένα κόμβο ο οποίος συνδέεται με 2 μέλη.** Αν επιλέξω για αρχικό κόμβο κάποιο που συνδέει 3 μέλη θα έχω 3 αγνώστους με αποτέλεσμα να έχω ένα ισοστατικό πρόβλημα που δεν λύνεται. Για το παράδειγμα μπορώ να ξεκινήσω από το κόμβο E ή Z γιατί συνδέονται και οι 2 από 2 μέλη.



- Κάνω ένα σκαρίφημα του κόμβου που επέλεξα και για κάθε μέλος που αγγίζει το κόμβο μου θα αντιστοιχεί σε μία δύναμη.

### Παράδειγμα

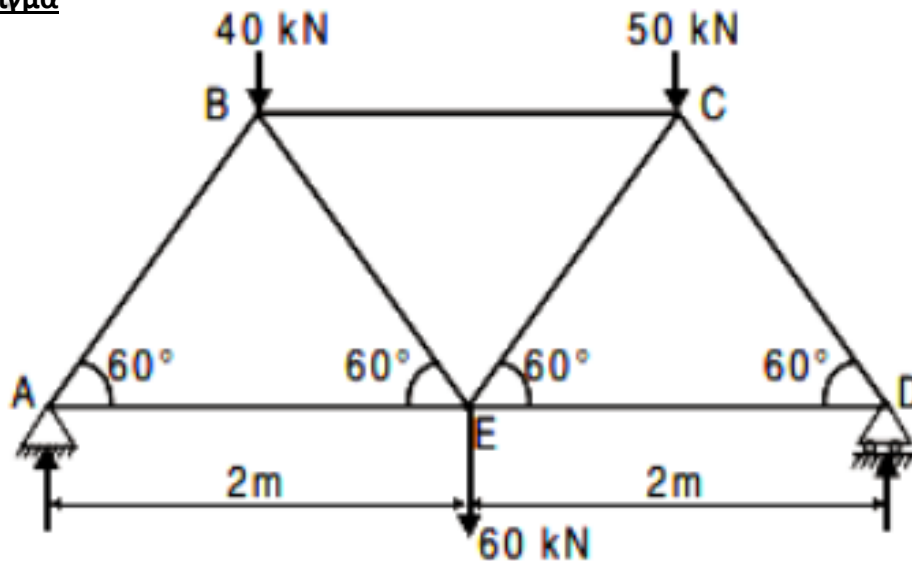
Αν επιλέξω το κόμβο E:



Υπολογίζω τις άγνωστες δυνάμεις με τη βοήθεια των εξισώσεων ισορροπίας  $\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$ .  
Στη περίπτωση του παραπάνω παραδείγματος οι άγνωστες δυνάμεις μας είναι οι  $F_{FE}$ ,  $F_{EZ}$ .

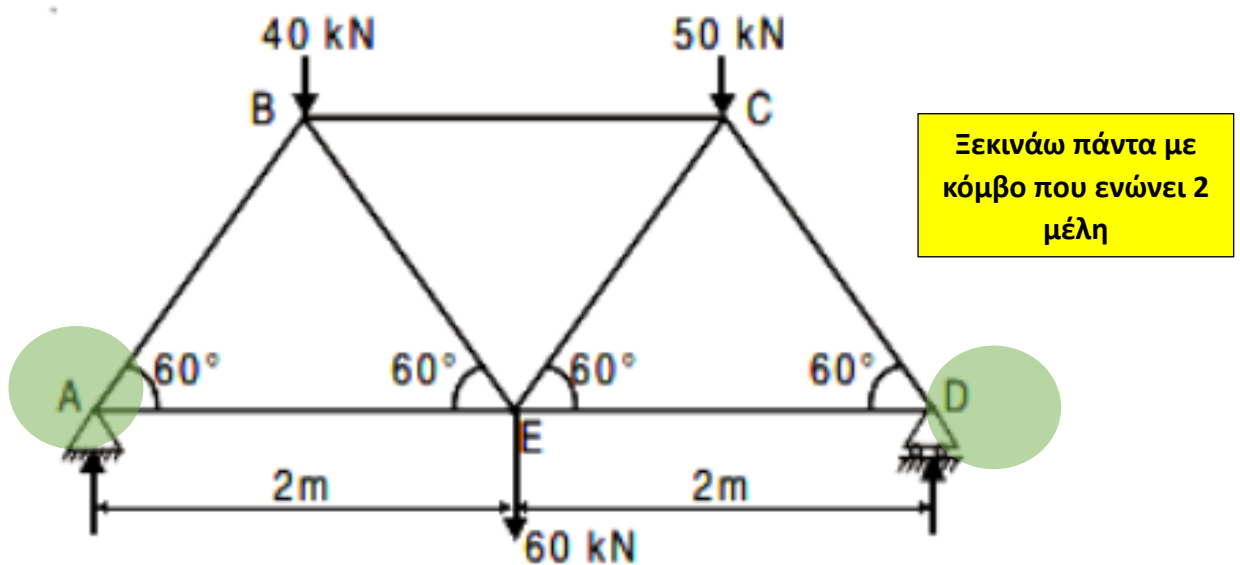
Στη συνέχεια βάση με το πρόσημο που θα έχουν οι δυνάμεις που βρήκαμε λέμε αν έχουμε εφελκυσμό ή θλίψη και προχωρούμε στον επόμενο κόμβο βάζοντας σωστά τις δυνάμεις που βρήκαμε από το προηγούμενο κόμβο.

### Παράδειγμα



**Βήμα 1°:** Υπολογίζω τις δυνάμεις των στηρίξεων με τη χρήση των εξισώσεων ισορροπίας ( $\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$ ,  $\Sigma M$ ).

**Βήμα 2°:** Πρέπει να επιλέξω με πιο κόμβο να ξεκινήσω



Σε αυτό το παράδειγμα μπορώ να ξεκινήσω από τον Α ή των D