



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ  
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ  
«ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΤΑΤΙΚΗΣ»**

***Εργαστήριο 1 : «Ισοστατικές και υπερστατικές δοκοί»***

***Εργαστήριο 2 : «Ισοστατικά και υπερστατικά δικτυώματα»***

***Εργαστήριο 3 : «Ροπές κάμψης σε δοκούς»***

***Καθηγητής Κων/νος Προβιδάκης***

**ΧΑΝΙΑ, ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2019**

## ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ

Για την καλύτερη κατανόηση βασικών εννοιών της ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΤΑΤΙΚΗΣ που διδάσκεται στο 2<sup>ο</sup> εξάμηνο των Σχολών Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Μηχανικών Περιβάλλοντος και Μηχανικών Ορυκτών Πόρων του Πολυτεχνείου Κρήτης αναπτύχθηκαν τρεις εργαστηριακές ασκήσεις που εκτελούνται στο Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Μηχανικής και Αντοχής Υλικών της Σχολής Αρχιτεκτόνων Μηχανικών του Πολυτεχνείου Κρήτης.

Στο **πρώτο πείραμα** παρουσιάζεται και αναλύεται η συμπεριφορά ισοστατικών και υπερστατικών δοκών υπό την επίδραση συγκεντρωμένων φορτίων. Στο **δεύτερο πείραμα** οι φοιτητές εκπαιδεύονται υπό κλίμακα στο εργαστήριο στην μελέτη ισοστατικών και υπερστατικών δικτυωμάτων αλλά και στην χρήση προηγμένων τεχνικών παρακολούθησης των κατασκευών όπως είναι π.χ. τα παραμορφωσίμετρα ή strain gauges. Στο **τρίτο πείραμα** οι φοιτητές έρχονται σε επαφή με την μελέτη των εσωτερικών εντατικών μεγεθών που αναπτύσσονται σε μία τομή ενός δομικού στοιχείου π.χ. μίας δοκού.

Για την εκτέλεση των πειραμάτων αυτών χρησιμοποιούνται τελευταίου τύπου εργαστηριακές διατάξεις που συμπεριλαμβάνουν προηγμένα συστήματα καταγραφής και επεξεργασίας των δεδομένων των πειραμάτων σε Η/Υ και δυνατότητες «εικονικής» προσομοίωσης πειραμάτων σε τέτοια κλίμακα που δεν θα ήταν δυνατόν σε συνθήκες κανονικού εργαστηρίου να πραγματοποιηθούν.

Ευχαριστώ θερμά την κ. **Στεφανάκη Πόπη**, MSc Πολιτικό Μηχανικό και Υποψήφια Διδάκτορα του Τομέα Μηχανικής του πρώην Γενικού Τμήματος του Πολυτεχνείου Κρήτης και την κ. **Βουτετάκη Μαριστεύλα**, Δρ. Πολιτικό Μηχανικό για την πολύτιμη βοήθεια τους στη συγγραφή των σημειώσεων αυτών, χωρίς τη συνεισφορά των οποίων δεν θα ήταν δυνατή η επιτυχής περαίωση της.

Καθηγητής Κων/νος Προβιδάκης  
Δ/ντης Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Μηχανικής  
Χανιά  
Ιανουάριος 2019

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| Εργαστηριακή Άσκηση 1.....σελ. | 5  |
| Εργαστηριακή Άσκηση 2.....σελ. | 21 |
| Εργαστηριακή Άσκηση 3.....σελ. | 33 |





ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ  
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

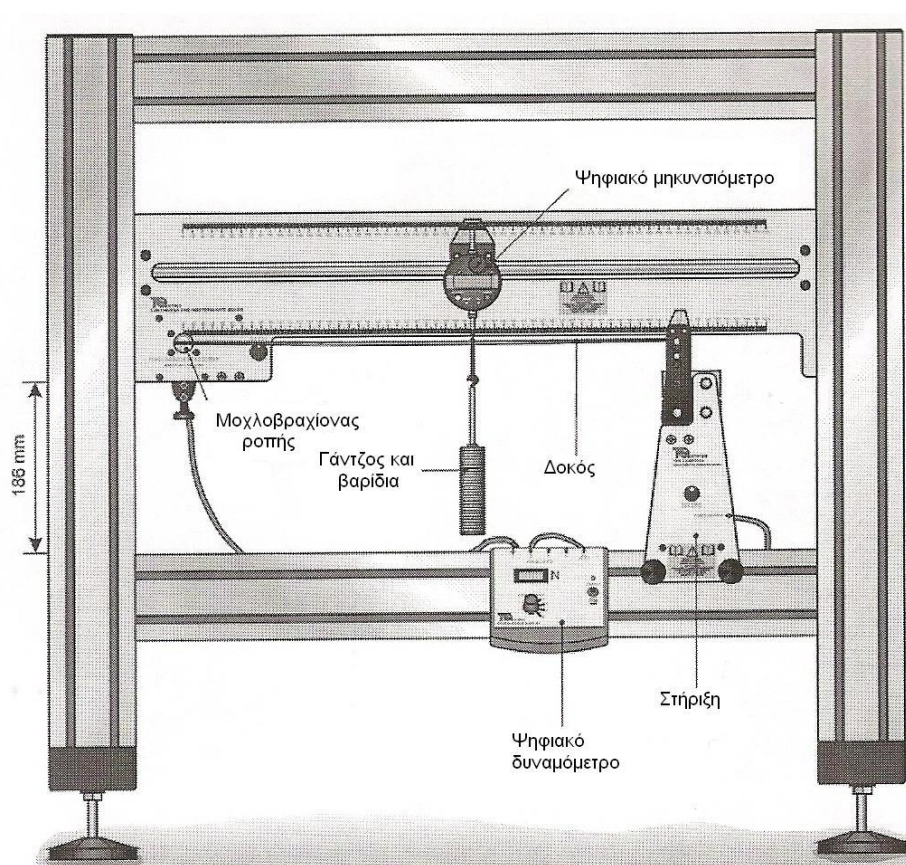
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**  
**«ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΤΑΤΙΚΗΣ»**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 1**

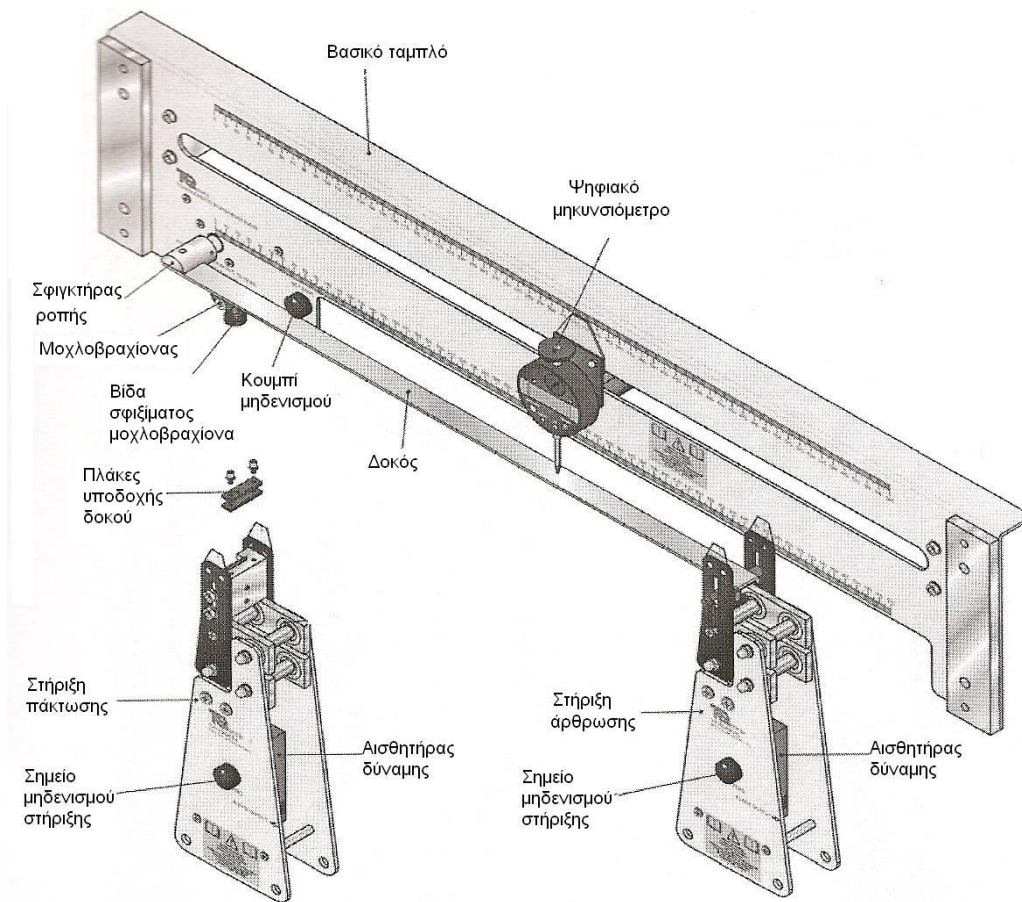
***«Ισοστατικές και υπερστατικές δοκοί»***

### Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι η πειραματική εκπαίδευση των φοιτητών στον υπολογισμό των αντιδράσεων στήριξης στις περιπτώσεις απλών ισοστατικών (αμφιέρειστων) και υπερστατικών (αμφίπακτων) δοκών. Επιβάλλονται κατά μήκος του ανοίγματος κάθε δοκού συγκεντρωμένα φορτία και εξετάζονται εκτός από τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και οι μετατοπίσεις του άξονα των δοκών. Γίνονται γραφικές παραστάσεις για καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται απεικονίζεται στις εικόνες που ακολουθούν:



Εικόνα 1α: Τυπική διάταξη μηχανής για πείραμα.



Εικόνα 1β:Εξοπλισμός πειραμάτων.

## Βασικές έννοιες

### Στερεοστατικές εξισώσεις

Η επίλυση των προβλημάτων ισορροπίας των κατασκευών είναι δυνατό να γίνει με τη χρήση των στερεοστατικών εξισώσεων των οποίων ο αριθμός ποικίλει ανάλογα με το ιδιαίτερο σύστημα δυνάμεων που εφαρμόζεται στην υπόψη κατασκευή. Επειδή οι ανάγκες της άσκησης περιορίζονται στη μελέτη και επίλυση προβλημάτων συνεπίπεδων δυνάμεων, οι στερεοστατικές εξισώσεις ισορροπίας ανέρχονται σε τρεις:

α) οι δύο εξισώσεις ισορροπίας των προβολών των δυνάμεων στους άξονες x-y :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

(1)

β) η εξίσωση ισορροπίας των ροπών των δυνάμεων ως προς ένα τυχαίο σημείο:

$$\Sigma M_z = 0$$

(2)

### Είδη φορτίσεων

Τα φορτία τα οποία μπορεί κανείς να επιβάλλει στις διάφορες κατασκευές διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στα συγκεντρωμένα φορτία και στα διανεμημένα φορτία. Με τον όρο συγκεντρωμένο φορτίο εννοούμε το φορτίο εκείνο του οποίου η ενέργεια περιορίζεται σε ένα σημείο του σώματος. Η έννοια της συγκεντρωμένης δύναμης είναι τελείως θεωρητική, αφού οποιαδήποτε δύναμη που συναντάμε στην πράξη εξασκείται σε μια ορισμένη επιφάνεια του σώματος. Όταν όμως η επιφάνεια του σώματος επί της οποίας ενεργεί η δύναμη είναι πολύ μικρή, είναι δυνατό να καταφύγουμε στην παραδοχή της συγκεντρωμένης δύναμης γιατί αυτή διευκολύνει σημαντικά την επίλυση των προβλημάτων. Ένα συγκεντρωμένο φορτίο καθορίζεται πλήρως όταν δοθεί η κατεύθυνση του (διεύθυνση και φορά) καθώς και το μέτρο του.

Η άλλη κατηγορία φορτίων που παρουσιάζεται είναι τα διανεμημένα φορτία. Η δράση των φορτίων αυτών δεν περιορίζεται σ' ένα συγκεκριμένο σημείο του σώματος αλλά εκτείνεται σε όλο το σώμα ή σε ένα ορισμένο τμήμα του με πεπερασμένες διαστάσεις.

### Στηρίξεις

Οι κατασκευές οι οποίες είναι προορισμένες να παραλαμβάνουν, να φέρουν και στην συνέχεια να μεταβιβάζουν δυνάμεις, ονομάζονται φορείς. Όπως είναι φανερό ένας φορέας δεν είναι δυνατό να είναι απομονωμένος διότι τότε δεν θα εξυπηρετούσε το σκοπό για τον οποίο τέθηκε. Έτσι, για να παραμείνει ακλόνητος πρέπει να στηρίζεται κατά κάποιο τρόπο είτε σε άλλους φορείς, είτε στη γη. Οι στηρίξεις περιορίζουν την κινητικότητα της κατασκευής την οποία στηρίζουν σε σχέση με την βάση της στήριξης. Επομένως σε κάθε κατασκευή ασκούνται από το μέρος των στηρίξεών της, δυνάμεις στις διευθύνσεις εκείνες στις οποίες οι στηρίξεις περιορίζουν την κινητικότητα της κατασκευής. Τις δυνάμεις αυτές ονομάζουμε **αντιδράσεις**.

#### **Βασικά είδη στήριξης:**

-  Η **ράβδος στήριξης (δεσμική ράβδος)** αποτελεί το στοιχείο εκείνο στήριξης το οποίο όταν παρεμβληθεί μεταξύ δύο σημείων της κατασκευής εμποδίζει τη σχετική μετακίνηση των σημείων αυτών κατά τη διεύθυνση του άξονα της ράβδου στήριξης, έτσι ώστε να δίνει έναν περιορισμό κινητικότητας στην διεύθυνση όπου ασκείται.
-  Η **κύλιση** είναι η στήριξη εκείνη που εμποδίζει τη σχετική κίνηση της κατασκευής στο σημείο της στήριξης (έστω το Α) κατά τη διεύθυνση την κάθετη στο επίπεδο της κύλισης. Η στήριξη αυτή αποκλείει τη διείσδυση μίας κατασκευής μέσα σε άλλη, όσο και την απομάκρυνσή τους. Η κύλιση

και η δεσμική ράβδος αποτελούν ισοδύναμους συνδέσμους γι' αυτό και είναι δυνατό να αντιστοιχήσουμε την κύλιση με μια δεσμική ράβδο στην κάθετη ως προς την κύλιση διεύθυνση. Όσον αφορά την αντίδραση  $R_A$ , περνάει από το σημείο A και έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο κύλισης.

 **Άρθρωση** είναι η στήριξη εκείνη που αποκλείει τη μετατόπιση της κατασκευής στη στήριξη καθ' οποιαδήποτε διεύθυνση. Δημιουργεί στην στηριζόμενη κατασκευή δύο περιορισμούς κινητότητας, χωρίς όμως να εμποδίζει και την περιστροφή του σώματος περί το σημείο της άρθρωσης. Όσον αφορά την αντίδραση  $R_A$ , εφαρμόζεται στο σημείο A και έχει τυχαία διεύθυνση, συνεπώς παρουσιάζει στην περίπτωση αυτή δύο άγνωστα στοιχεία, το μέτρο της και τη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει με κάποια γνωστή διεύθυνση. Η άρθρωση είναι δυνατό να αντικατασταθεί με δύο δεσμικές ράβδους που τέμνονται στο σημείο της άρθρωσης, αλλά και αντίστροφα, δύο τεμνόμενες ράβδοι είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι δημιουργούν στο σημείο τομής τους μια άρθρωση.

 **Πάκτωση** είναι η στήριξη εκείνη που αποκλείει όλες τις δυνατές κινήσεις του σώματος στο επίπεδό του. Έτσι το σώμα που στηρίζεται με πάκτωση δεν μπορεί να εκτελέσει ούτε μεταφορική κίνηση ούτε περιστροφή, με αποτέλεσμα να παραμένει τελείως ακίνητο. Συνεπώς ο σύνδεσμος της πάκτωσης εισάγει στο στηριζόμενο σώμα τρεις περιορισμούς κινητότητας. Στο σημείο A της πάκτωσης αναπτύσσεται, λόγω του περιορισμού της μεταφορικής κίνησης μια δύναμη  $R_A$  τυχαίας διεύθυνσης και μία ροπή  $M_A$ , λόγο του περιορισμού της περιστροφής, που ονομάζεται ροπή πάκτωσης. Ο σύνδεσμος της πάκτωσης, λόγω των τριών περιορισμών κινητότητας που εισάγει είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι είναι ισοδύναμος με τρεις δεσμικές ράβδους. Οι τρεις αυτές ράβδοι δεν πρέπει να διέρχονται από το ίδιο σημείο.

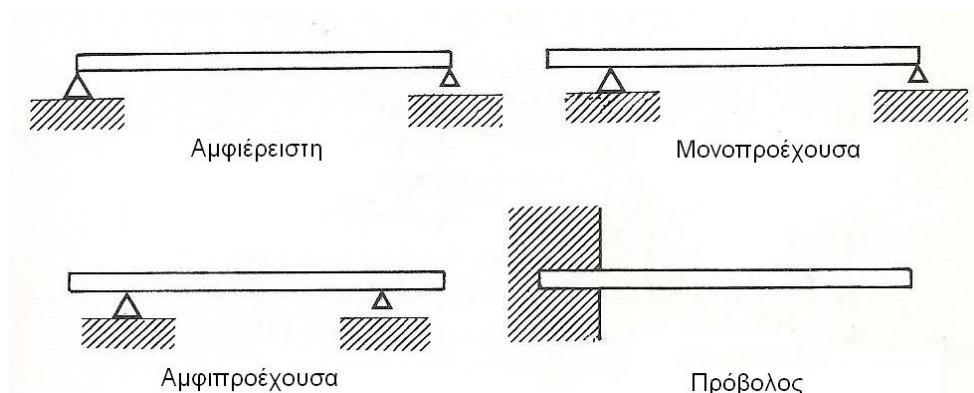
### Ισοστατικότητα

Ισοστατικός φορέας είναι εκείνος στον οποίο ο αριθμός των αγνώστων είναι ίσος με τον αριθμό των στερεοστατικών εξισώσεων που μπορούμε να γράψουμε για τον φορέα αυτό. Αν ο αριθμός των αγνώστων είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των εξισώσεων ο φορέας ονομάζεται *υπερστατικός*. Ο αριθμός των επιπλέον αγνώστων που εισέρχονται στο πρόβλημα ενός υπερστατικού φορέα λέγεται *βαθμός αοριστίας ή υπερστατικότητας του φορέα*.

### Δοκός

Οι ισοστατικές δοκοί, δηλαδή οι δοκοί που στηρίζονται στέρεα και ισοστατικά στο έδαφος, διακρίνονται ανάλογα με τον τρόπο στήριξης τους σε *αμφιέριστες* όταν τα σημεία στήριξης βρίσκονται στα άκρα της δοκού, σε *μονοπροέχουσες* όταν το ένα

στήριγμα βρίσκεται σε άκρο της δοκού ενώ το άλλο σε ενδιάμεσο σημείο της, σε *αμφιπρόεχουσες* όταν και τα δύο στηρίγματα της δοκού βρίσκονται σε ενδιάμεσα σημεία της και σε *προβόλους* όταν η δοκός είναι πακτωμένη στο ένα άκρο της.



Εικόνα 2:Τυπικές μορφές ισοστατικών δοκών.

Τυπική μορφή υπερστατικών δοκών είναι η **αμφίπακτη** δοκός που είναι η δοκός εκείνη η οποία στα δύο άκρα της στηρίζεται με πάκτωση.



Εικόνα 3:Τυπική μορφή υπερστατικών δοκών – αμφίπακτη δοκός.

### Ελαστική γραμμή-βέλος κάμψης

Κατά την εφαρμογή καμπτικού φορτίου σε μία οποιαδήποτε ευθύγραμμη δοκό οι παράλληλες προς τον άξονα της δοκού ίνες μετά την επιβολή του καμπτικού ζεύγους δεν παραμένουν ευθύγραμμες αλλά καμπυλώνονται. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται *ελαστική γραμμή*. Οι μετατοπίσεις του άξονα της δοκού κατά την κάθετη στον άξονα διεύθυνση, δηλαδή οι τεταγμένες της ελαστικής γραμμής με αφετηρία τον άξονα της δοκού, ονομάζονται *βέλη κάμψης*.

## Πείραμα 1α: Αντιδράσεις στήριξης απλής αμφιέριστης δοκού.

Σε αυτό το πείραμα θα επαληθευθεί η βασική εξίσωση ισορροπίας:

$$R_A + R_B = W \quad (3)$$

και η αρχή ισορροπίας των ροπών για να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στήριξης σε μία απλή αμφιέριστη δοκό.

### όπου:

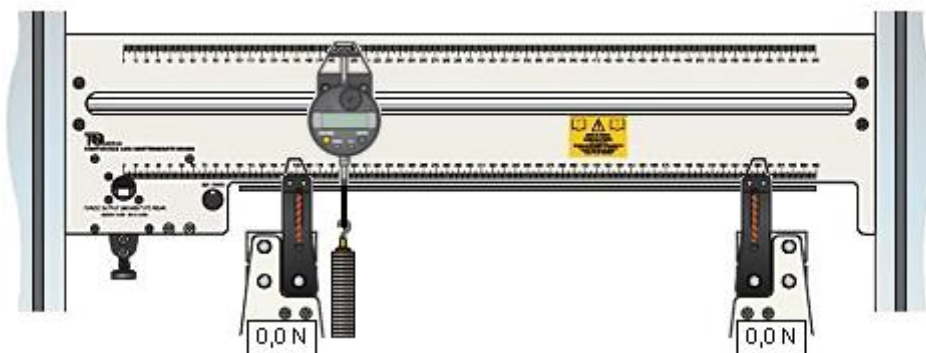
$W$  = φορτίο στη δοκό σε Newton (N)

$R_A$  = αντίδραση στήριξης στο σημείο A σε Newton (N)

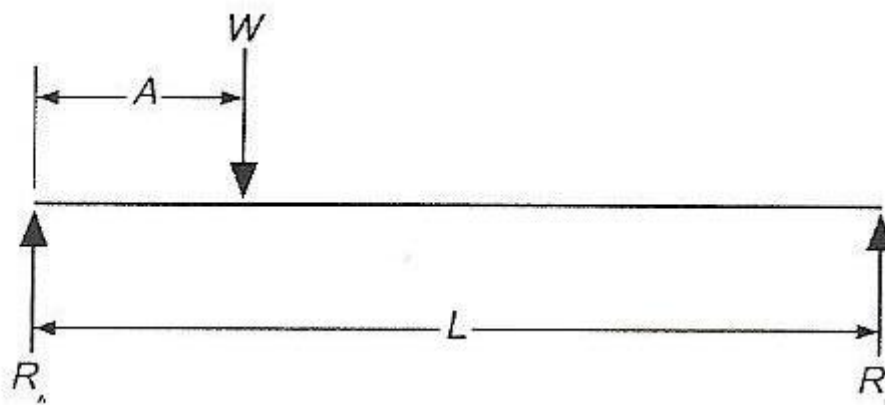
$R_B$  = αντίδραση στήριξης στο σημείο B σε Newton (N)

Θα απαιτηθεί ο ακόλουθος εξοπλισμός για την προετοιμασία του πειράματος:

- Το βασικό ταμπλό στήριξης της διάταξης του πειράματος (Εικόνα 4)
- Δύο κατάλληλες στηρίξεις με βίδες
- Ένα ψηφιακό δυναμόμετρο
- Μια παχιά και άκαμπτη δοκός
- Μια λεπτή και εύκαμπτη δοκός
- Μια σειρά από βαρίδια, μια συσκευή για κρέασμα των βαριδίων και ένας γάντζος.



Εικόνα 4: Διάταξη πειράματος 1α.



Εικόνα 5: Απλή αμφιέριστη δοκός.

Τοποθετούνται οι δύο στηρίξεις στο πλαίσιο σύροντας τη μία πάνω στο πλαίσιο στη θέση  $x=550\text{mm}$  και αντιστρέφοντας τη δεύτερη στήριξη, έτσι ώστε το κουμπί μηδενισμού να βλέπει προς τα έξω, σύρεται και αυτή στο σημείο  $x=150\text{mm}$ . Στερεώνονται καλά και οι δύο στηρίξεις με τις δύο βίδες. Τοποθετείται η **άκαμπτη** δοκός στις κόγχες των στηρίξεων, προσέχοντας να προεξέχει εξίσου από τα άκρα των 2 στηρίξεων.

Στη συνέχεια συνδέεται η αριστερή στήριξη στη θύρα 1 του ψηφιακού δυναμόμετρου ενώ η δεξιά στήριξη στη θύρα 2 του ψηφιακού δυναμόμετρου. Έχοντας τη δοκό σταθερή σε αυτή τη θέση επιλέγεται το κατάλληλο input (κουμπί 1 για την θύρα 1 ή κουμπί 2 για την θύρα 2) του δυναμόμετρου περιστρέφοντας ανάλογα τον επιλογέα που είναι πάνω στο δυναμόμετρο και τέλος λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές ενδείξεις του δυναμόμετρου γίνεται μηδενισμός των ενδείξεων χρησιμοποιώντας το σχετικό κουμπί στο μπροστινό μέρος κάθε στήριξης για τις αντίστοιχες στηρίξεις.

Το πείραμα αρχίζει σύροντας τον γάντζο πάνω στη δοκό και τοποθετώντας τον σε αρχική ενδεικτική απόσταση  $40\text{mm}$  από την αριστερή στήριξη. Εφαρμόζεται ενδεικτικό φορτίο  $490\text{ gr}$ . Ο γάντζος έχει βάρος  $10\text{ gr}$ , έτσι το συνολικό φορτίο που ενδεικτικά θα ασκείται κατ' αρχάς πάνω στη δοκό θα είναι  $500\text{ gr}$ .

Καταγράφονται οι ενδείξεις του δυναμόμετρου για κάθε στήριξη και συμπληρώνεται ο Πίνακας 1. Στην συνέχεια **προσεκτικά** μετακινείται ο γάντζος ενδεικτικά στα  $80\text{mm}$  από την αριστερή στήριξη και επαναλάβετε τις μετρήσεις. Συνεχίζεται η μετακίνηση του γάντζου προς τα δεξιά με ενδεικτικό βήμα  $40\text{mm}$  κάθε φορά μέχρι να συμπληρωθεί ο Πίνακας 1.

### **Παρουσίαση αποτελεσμάτων Πειράματος 1α.**

Ζητείται να γραφεί Τεχνική Έκθεση όπου :

- 1) Θα περιγραφεί αναλυτικά το 1<sup>ο</sup> Πείραμα της αμφιέριστης ισοστατικού δοκού.
- 2) Θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα μεταβολής των αντιδράσεων στήριξης  $R_A$  και  $R_B$ , συναρτήσει της απόστασης του συγκεντρωμένου φορτίου από το αριστερό άκρο της δοκού, όπως προκύπτει από τα δεδομένα του Πίνακα 1. Να γίνει σχολιασμός του σχήματος των διαγραμμάτων.
- 3) Χρησιμοποιώντας τις βασικές εξισώσεις ισορροπίας των δυνάμεων και των ροπών που αναπτύσσονται στις διαλέξεις του μαθήματος, θα υπολογισθούν οι θεωρητικές τιμές των  $R_A$  και  $R_B$  και εν συνεχεία θα συμπληρωθεί ο Πίνακας 2. Σε ένα καινούργιο γράφημα θα παρουσιασθούν και πάλι τα διαγράμματα μεταβολής των αντιδράσεων στήριξης  $R_A$  και  $R_B$  συναρτήσει της απόστασης του συγκεντρωμένου φορτίου από το αριστερό άκρο της δοκού όπως προκύπτει από τα δεδομένα του Πίνακα 1 αλλά ταυτόχρονα θα τοποθετηθούν στο ίδιο γράφημα και τα θεωρητικά αποτελέσματα από τον Πίνακα 2. Να γίνει σχολιασμός της ακρίβειας των πειραματικών αποτελεσμάτων και την πιθανή πηγή λάθους.

- 4) Λαμβάνοντας υπόψη την στήλη  $R_A+R_B$  του διαγράμματος των πειραματικών τιμών του Πίνακα 1 και την στήλη  $R_A+R_B$  του διαγράμματος των θεωρητικών τιμών του Πίνακα 2 σχολιάστε αν η βασική στατική εξίσωση ισορροπίας (1) μπορεί να προβλέψει την τιμή των αντιδράσεων στήριξης;

| Απόσταση A (mm) | Φορτίο W (N) | $R_A$ | $R_B$ | $R_A + R_B$ (N) |
|-----------------|--------------|-------|-------|-----------------|
| 40              |              |       |       |                 |
| 80              |              |       |       |                 |
| 120             |              |       |       |                 |
| 160             |              |       |       |                 |

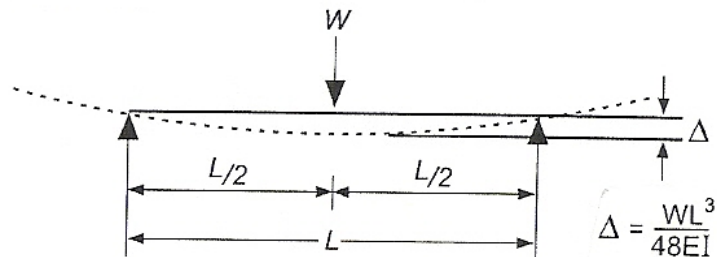
Πίνακας 1: Αποτελέσματα πειράματος 1α.

| Απόσταση A (mm) | Φορτίο W (N) | $R_A$ | $R_B$ | $R_A + R_B$ (N) |
|-----------------|--------------|-------|-------|-----------------|
| 40              |              |       |       |                 |
| 80              |              |       |       |                 |
| 120             |              |       |       |                 |
| 160             |              |       |       |                 |

Πίνακας 2: Θεωρητικές τιμές πειράματος 1α.

### Πείραμα 1β: Βέλος κάμψης αμφιέρειστης δοκού.

Σε αυτό το πείραμα θα αποδείξουμε τη σχέση μεταξύ βέλους κάμψης - φορτίου καθώς και τη σχέση μεταξύ βέλους κάμψης και μήκους σε μία δοκό που στηρίζεται σε δύο απλές στηρίξεις.



Εικόνα 6: Μόρφωση δοκού για το πείραμα 1β.

Οι θεωρητικές τιμές του βέλους κάμψης (δηλαδή, η «βύθιση» λόγω του φορτίου W της δοκού υπολογίζονται σύμφωνα με την εξίσωση

$$\Delta = \frac{W * L^3}{48 * E * I}$$

όπου:

E = 69 GPa (= 69\*10<sup>3</sup> MPa = 69\*10<sup>9</sup> Pa) είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού (υπενθύμιση: 1MPa = 1N/mm<sup>2</sup> = 10<sup>3</sup> kN/m<sup>2</sup>),

I = 0.013\*10<sup>-9</sup> m<sup>4</sup> είναι η ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού,

L = το μήκος της δοκού.

#### Παράδειγμα υπολογισμού για W=3.92 N

Για L=400mm

$$\Delta = \frac{W * L^3}{48 * E * I} = \frac{3.92 \text{ N} * 64 * 10^6 \text{ mm}^3}{48 * 69 * 10^9 \text{ Pa} * 0.013 * 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \Delta = 5.83 \text{ mm}$$

Για L=350mm

$$\Delta = \frac{W * L^3}{48 * E * I} = \frac{3.92 \text{ N} * 42875000 \text{ mm}^3}{48 * 69 * 10^9 \text{ Pa} * 0.013 * 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \Delta = 3.90 \text{ mm}$$

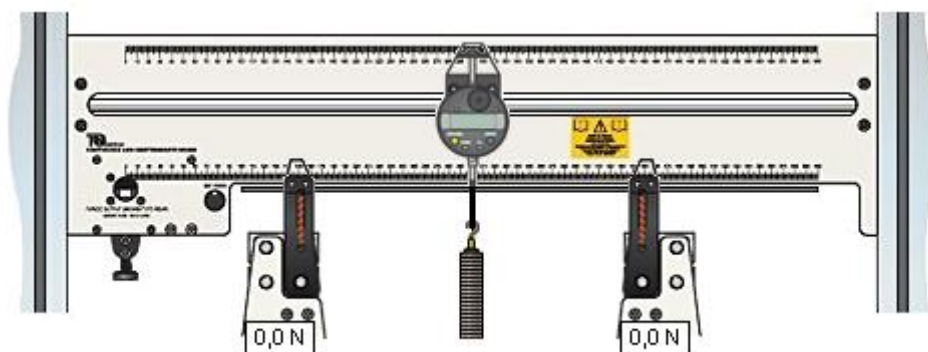
Για L=300mm

$$\Delta = \frac{W * L^3}{48 * E * I} = \frac{3.92 \text{ N} * 27000000 \text{ mm}^3}{48 * 69 * 10^9 \text{ Pa} * 0.013 * 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \Delta = 2.46 \text{ mm}$$

Για L=250mm

$$\Delta = \frac{W * L^3}{48 * E * I} = \frac{3.92 \text{ N} * 15625000 \text{ mm}^3}{48 * 69 * 10^9 \text{ Pa} * 0.013 * 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \Delta = 1.42 \text{ mm}$$

(Προφανώς όσο μειώνεται το μήκος της δοκού, τόσο μειώνεται και η βύθιση της δοκού.)



Εικόνα 7: Διάταξη πειράματος 1β.

Στήνεται ο εξοπλισμός, όπως στο προηγούμενο πείραμα (1α), απλά αποσυνδέονται οι στηρίξεις και απομακρύνεται το ψηφιακό δυναμόμετρο.

Μετακινούνται οι στηρίξεις, έτσι ώστε οι αιχμηρές πάνω άκρες τους να απέχουν μία ενδεικτική απόσταση μεταξύ τους 400mm. Τοποθετείται η λεπτή **εύκαμπτη** δοκός πάνω στις αιχμηρές άκρες, ώστε τα άκρα της, να απέχουν από αυτές ίση απόσταση για να πετύχουμε ενδεικτικό άνοιγμα δοκού 400mm. Σπρώχνεται το ψηφιακό μηχανοσκόπιο κατά μήκος της διαδοκίδωσης ακριβώς στο μέσο της δοκού (ενδεικτικά στα 200mm από τη μία στήριξη) και κλειδώνεται στο πίσω μέρος του πάνω στο πλαίσιο στήριξης του πειράματος. Σπρώχνεται ο γάντζος στο κέντρο της δοκούς κάτω ακριβώς από τον δείκτη του μηχανοσκόπιου.

Μηδενίζεται το μηχανοσκόπιο κρατώντας παρατεταμένα το κουμπί "origin" και εφαρμόζεται φορτίο 100 γραμμαρίων στον γάντζο. Καταγράφεται το βέλος κάμψης στον Πίνακα 3. Συνεχίζεται η αύξηση του βάρους ανά 100 γραμμάρια καταγράφοντας τις τιμές στον Πίνακα 3.

| Μάζα (g) | Φορτίο W (N) | Βέλος κάμψης (mm) |
|----------|--------------|-------------------|
| 0        | 0            |                   |
| 100      | 0.98         |                   |
| 200      | 1.96         |                   |
| 300      | 2.94         |                   |
| 400      | 3.92         |                   |

Πίνακας 3: Αποτελέσματα πειράματος 1β (σταθερό μήκος δοκού, μεταβλητό φορτίο).

Εν συνεχεία, απομακρύνεται το βαρίδιο και διατηρείται το μήκος του ανοίγματος της δοκού σε ενδεικτική απόσταση περίπου στα 400mm. Ξανά-μηδενίζεται και ξανά-κεντράρεται το ψηφιακό μηχανοσκόπιο και εφαρμόζεται ενδεικτικό φορτίο 400 γραμμαρίων στο κέντρο της δοκού. Καταγράφεται το βέλος κάμψης στον Πίνακα 4.

Αφαιρείται το φορτίο και δίνεται μήκος ανοίγματος στη δοκό ενδεικτικά 350mm. Κεντράρεται και μηδενίζεται πάλι το μηκυνσιόμετρο, εφαρμόζοντας ενδεικτικό φορτίο ακριβώς όπως προηγουμένως (400 γραμμάρια) στο κέντρο της δοκού ξανά καταγράφοντας το βέλος κάμψης στον Πίνακα 4. Στη δεύτερη στήλη του Πίνακα 4 καταγράφεται το μήκος ανοίγματος της δοκού υψωμένο αριθμητικά στην τρίτη δύναμη.

Επαναλαμβάνεται η διαδικασία μειώνοντας κάθε φορά το μήκος του ανοίγματος ενδεικτικά κατά 50mm ωστόσο η δοκός να έχει άνοιγμα 200mm με το ίδιο ακριβώς κεντρικό φορτίο (400 γραμμάρια).

| Μήκος ανοίγματος L (mm) | $L^3$ | Βέλος κάμψης (mm) |
|-------------------------|-------|-------------------|
| 400                     |       |                   |
| 350                     |       |                   |
| 300                     |       |                   |
| 250                     |       |                   |
| 200                     |       |                   |

Πίνακας 4: Αποτελέσματα πειράματος 1β (μεταβλητό μήκος δοκού, σταθερό φορτίο).

#### **Παρουσίαση αποτελεσμάτων Πειράματος 1β.**

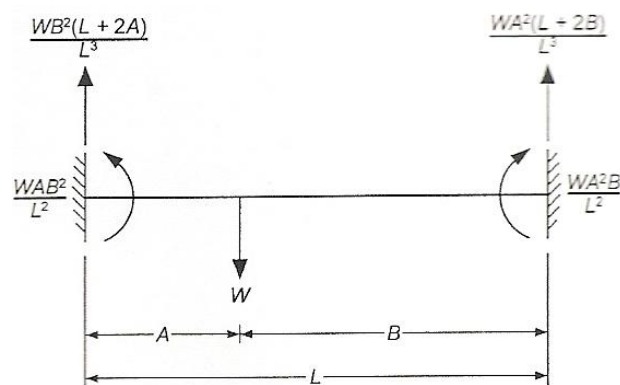
Ζητείται στην συνέχεια της Τεχνικής Έκθεσης του 1α πειράματος:

- 1) Να περιγραφεί αναλυτικά το 1β Πείραμα.
- 2) Με τα στοιχεία του Πίνακα 4, να παρασταθεί η γραφική συνάρτηση της μεταβολής του κύβου του μήκους της δοκού ( $L^3$ ) συναρτήσει του βέλους κάμψης καθώς και του φορτίου συναρτήσει του βέλους κάμψης. Υπολογίστε τις θεωρητικές τιμές του βέλους κάμψης της δοκού σύμφωνα με την εξίσωση που παρουσιάζεται στην Εικόνα 6 και συγκρίνετε με τα πειραματικά αποτελέσματα. Σχολιάστε την ακρίβεια των αποτελεσμάτων σας.

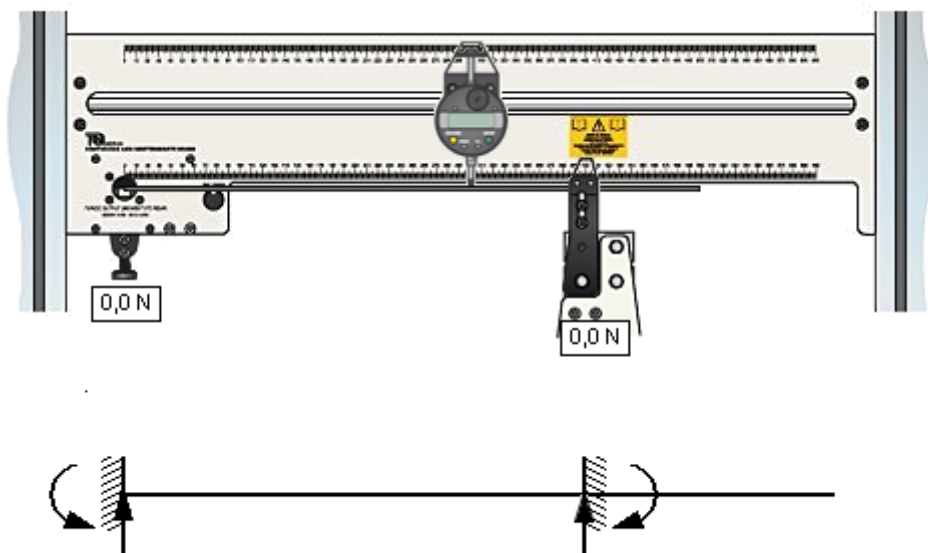
## Πείραμα 2: Αντιδράσεις στήριξης και ροπές σε αμφίπακτη δοκό.

Θα χρειαστεί ο ακόλουθος εξοπλισμός για την προετοιμασία του πειράματος:

- Το βασικό ταμπλό της διάταξης
- Τη στήριξη-πάκτωση
- Το ψηφιακό δυναμόμετρο
- Τη λεπτή, εύκαμπτη δοκό
- Μια σειρά από βαρίδια, μια συσκευή για κρέμασμα των βαριδίων και έναν γάντζο.

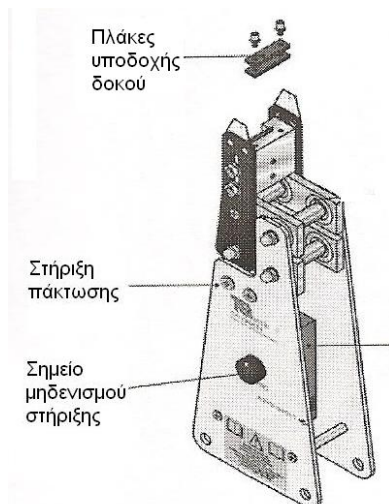


Εικόνα 8: Μόρφωση δοκού για το Πείραμα 2.



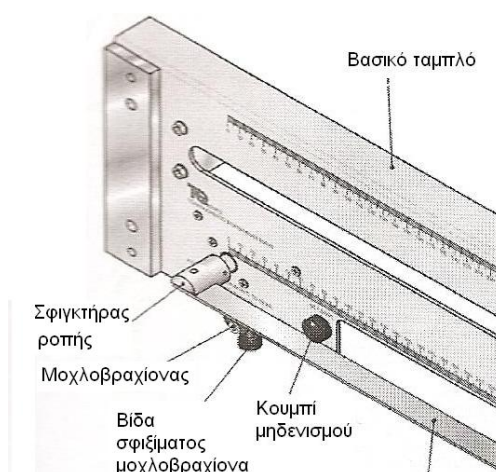
Εικόνα 9: Διάταξη πειράματος 2 (αμφίπακτη δοκός).

Τοποθετείται η στήριξη-πάκτωσης πάνω στο πλαίσιο, σύρεται στη ενδεικτική θέση των 400 χιλιοστών από την αριστερή άκρη του πλαισίου του πειράματος, και κλειδώνεται με τις δύο βίδες της, μόνο στο μπροστινό μέρος.



Εικόνα 10 : Επιμέρους στοιχεία της στήριξης-πάκτωσης (δεξιό άκρο δοκού).

Ξεβιδώνοντας την πάνω πλάκα υποδοχής της δοκού από την στήριξης-πάκτωσης αφήνεται η δοκός να ακουμπήσει στη κάτω πλάκα υποδοχής της δοκού στη στήριξη-πάκτωσης. Στην συνέχεια, τοποθετούνται και οι δύο πλάκες υποδοχής της δοκού έτσι ώστε να η δοκός να είναι τοποθετημένη στο ενδιάμεσο διάστημα των δυο πλακών υποδοχής της στήριξης και με την χρήση δύο βιδών γίνεται κατάλληλη σύσφιξη της δοκού πάνω στη στήριξη έτσι ώστε να δημιουργηθούν συνθήκες πραγματικής στήριξης πάκτωσης που θα τοποθετηθεί στο δεξιό άκρο της δοκού.



Εικόνα 11 : Επιμέρους στοιχεία της στήριξης-πάκτωσης (αριστερό άκρο δοκού).

Στο αριστερό άκρο της δοκού τοποθετείται η δοκός πάνω στον σφιγκτήρα της ροπής και χαλαρώνοντας την βίδα σφίξιματος του μοχλοβραχίονα μέτρησης της ροπής κεντράρεται η οπή που υπάρχει στο αριστερό άκρο της εύκαμπτης δοκού με την οπή στο σφιγκτήρα της ροπής ώστε να περάσει μία βίδα M16 και να επιτευχθεί αρκετά ισχυρή σύνδεση. Μετά το σφίξιμο της βίδας του σφιγκτήρα ροπής τελικά επιβάλλεται και κατάλληλο σφίξιμο στη βίδα του μοχλοβραχίονα της ροπής.

Στην συνέχεια, συνδέεται το δυναμόμετρο του μοχλοβραχίονα της ροπής στη θύρα 1 και η στήριξη-πάκτωση στη θύρα 2 του ψηφιακού δυναμόμετρου. Κοιτάζοντας τις ενδείξεις στο δυναμόμετρο μηδενίζονται οι τιμές του δυναμομέτρου για την δεξιά και την αριστερή στήριξη.

Η διάταξη είναι πλέον στημένη σαν αμφίπακτη δοκός. Το αριστερό άκρο για να μετράει τη σταθερή ροπή πάκτωσης και το δεξί να μετράει την αντίδραση δύναμης στην στήριξη-πάκτωση.

Εφαρμόζεται ενδεικτικό βάρος 500gr στη δοκό και σε ενδεικτική απόσταση 40mm από το αριστερό άκρο της. Καταγράφονται στον Πίνακα 5 οι τιμές δύναμης του μοχλοβραχίονα που εμφανίζει η οθόνη του δυναμομέτρου όταν ο επιλογέας θύρας στο δυναμόμετρο είναι στην θύρα 1 και της αντίδρασης στήριξης δεξιά όταν ο επιλογέας θύρας στο δυναμόμετρο είναι στην θύρα 2. Στην συνέχεια επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία, αυξάνοντας το άνοιγμα της δοκού ενδεικτικά κατά 40mm κάθε φορά. Ο υπολογισμός της ροπής  $M_A$  γίνεται από την δύναμη στον μοχλοβραχίονα που καταγράφεται στον Πίνακα 5 και από το μήκος του μοχλοβραχίονα της δύναμης που δίνεται στο εργαστήριο σαν δεδομένο που προκύπτει από το μετρούμενο μήκος πάνω στο ταμπλό του πλαισίου του πειράματος.

| Απόσταση A (mm) | Φορτίο W (N) | Δύναμη μοχλοβραχίονα (N) | $M_A$ (Nm) | $R_B$ (N) |
|-----------------|--------------|--------------------------|------------|-----------|
| 40              |              |                          |            |           |
| 80              |              |                          |            |           |
| 120             |              |                          |            |           |
| 160             |              |                          |            |           |

Πίνακας 5: Αποτελέσματα πειράματος 2 (αμφίπακτη δοκός).

#### **Παρουσίαση αποτελεσμάτων 2ου Πειράματος:**

Ζητείται σε συνέχεια της Τεχνικής Έκθεσης του 1ου , 1α και 1β πειράματος:

- 1) Να περιγραφεί αναλυτικά το 2ο Πείραμα.
- 2) Με τα πειραματικά στοιχεία του Πίνακα 5, να παρασταθεί η γραφική συνάρτηση της μεταβολής της ροπής πάκτωσης  $M_A$  που προκύπτει από το

Πείραμα 2 στο αριστερό άκρο της αμφίπακτης δοκού. Στην συνέχεια αφού υπολογισθούν οι αντίστοιχες θεωρητικές τιμές της ροπής πάκτωσης  $M_A$  χρησιμοποιώντας τις αναλυτικές σχέσεις που παρουσιάζονται στην Εικόνα 9 να παρασταθούν οι θεωρητικές τιμές στο ίδιο διάγραμμα με το αντίστοιχο διάγραμμα των πειραματικών τιμών της ροπής πάκτωσης  $M_A$ . Να γίνει σύγκριση και σχολιασμός της ακρίβειας των πειραματικών αποτελεσμάτων.

- 3) Με τα πειραματικά στοιχεία του Πίνακα 5, να παρασταθεί η γραφική συνάρτηση της μεταβολής της  $R_B$  που προκύπτει από το Πείραμα 2 στο δεξιό άκρο της αμφίπακτης δοκού. Στην συνέχεια, όπως ακριβώς έγινε και με την περίπτωση της ροπής πάκτωσης  $M_A$ , αφού υπολογισθούν οι αντίστοιχες θεωρητικές τιμές της δύναμης  $R_B$ , χρησιμοποιώντας τις αναλυτικές σχέσεις που παρουσιάζονται στην Εικόνα 8 να παρασταθούν οι θεωρητικές τιμές στο ίδιο διάγραμμα με το αντίστοιχο διάγραμμα των πειραματικών τιμών της δύναμης αντίδρασης στη στήριξη  $R_B$ . Να γίνει σύγκριση και σχολιασμός της ακρίβειας των πειραματικών αποτελεσμάτων.



**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ  
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

***ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ  
«ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΤΑΤΙΚΗΣ»***

***ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 2***

***«Ισοστατικά και υπερστατικά δικτυώματα»***

## Βασικές έννοιες

**Δικτύωμα** είναι ένα σύστημα ράβδων που είναι συνδεδεμένες στα άκρα τους έτσι ώστε να αποτελούν στέρεο σχηματισμό. Οι ράβδοι του δικτύωματος ενώνονται στα άκρα τους σε σημεία που λέγονται κόμβοι. Οι κόμβοι αυτοί στους οποίους συνδέονται οι ράβδοι του δικτύωματος λειτουργούν σαν αρθρώσεις. Τα φορτία και γενικά οι εξωτερικές δυνάμεις θεωρούμε πρέπει να εξασκούνται μόνο στους κόμβους του δικτύωματος. Το ίδιο βάρος κάθε μεμονωμένου στοιχείου θεωρείται ότι είναι αμελητέο. Η δύναμη που μεταφέρεται από κάθε ράβδο του δικτύωματος μπορεί να είναι εφελκυστική ή θλιπτική και ανάλογα να τείνει να αυξήσει ή να μειώσει το μήκος της.

**Ισοστατικός** είναι ο φορέας εκείνος στον οποίο ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταξύ τους εξισώσεων ισορροπίας που γράφονται για τον υπόψη φορέα είναι ίσος με τον αριθμό των αγνώστων που εισάγει ο φορέας. Προκειμένου για δικτύωμα και στην περίπτωση που θεωρήσουμε ότι κάθε εξωτερική αντίδραση αντιπροσωπεύεται με μία ράβδο στην διεύθυνση στήριξης τότε ο αριθμός των αγνώστων του είναι ίσος με το συνολικό αριθμό των ράβδων του φορέα συν τον αριθμό των ράβδων στήριξης του. Από την άλλη μεριά ο αριθμός των εξισώσεων του είναι διπλάσιος του αριθμού των κόμβων του, γιατί στον καθένα απ' αυτούς έχουμε ένα σύστημα συντρεχουσών δυνάμεων για το οποίο έχουμε τη δυνατότητα να γράψουμε δύο το πολύ εξισώσεις ισορροπίας. Κατά συνέπεια για να πληρούται ο ορισμός της ισοστατικότητας θα πρέπει να πληρούται η συνθήκη:

$$\rho_{\delta} + \rho_{\sigma} = 2K$$

όπου  $\rho_{\delta}$  ο αριθμός των ράβδων του ελεύθερου δικτύωματος,  $\rho_{\sigma}$  ο αριθμός των ράβδων στήριξης του στο έδαφος και  $K$  ο αριθμός των κόμβων του.

Είναι προφανές ότι η παραπάνω εξίσωση για την περίπτωση ενός **ισοστατικού** δικτύωματος που στηρίζεται σε με μία άρθρωση και μία κύλιση, δίνει, επειδή οι αντιδράσεις είναι τρεις (δύο στην άρθρωση και μία στην κύλιση) αριθμό ράβδων στήριξης  $\rho_{\sigma}=3$ :

$$\rho_{\delta} = 2K-3$$

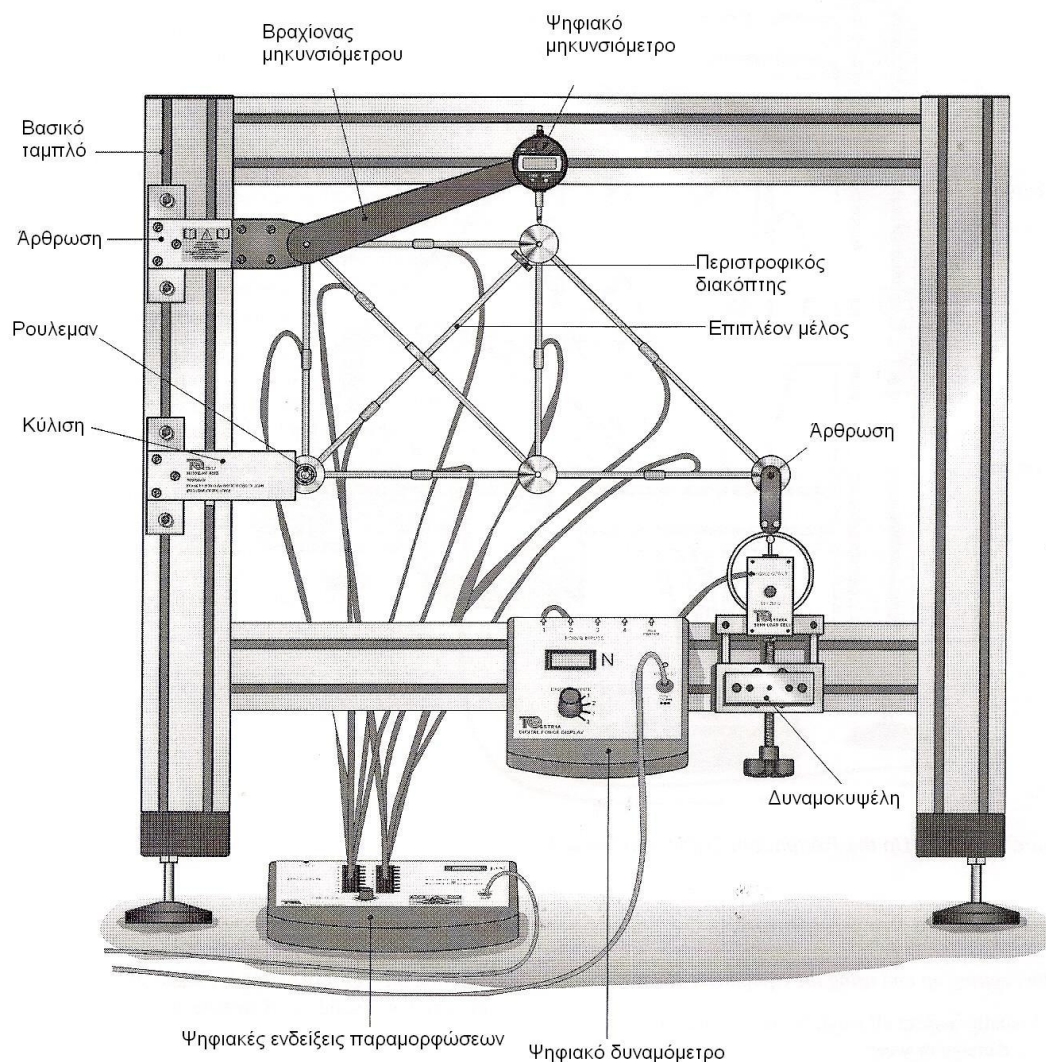
Αν σε ένα δικτύωμα είναι

$$\rho_{\delta} + \rho_{\sigma} > 2K \quad \text{ή} \quad \rho_{\delta} + \rho_{\sigma} < 2K$$

τότε το δικτύωμα είναι **υπερστατικό**.

## Σκοπός της άσκησης

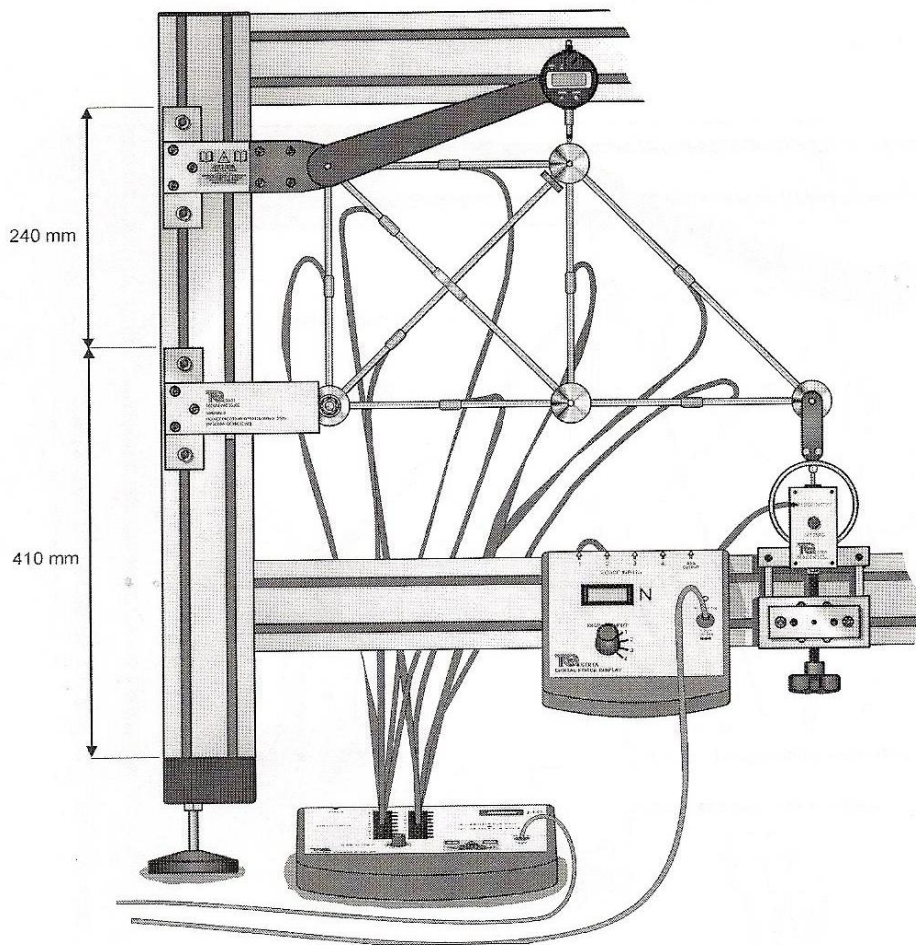
Το πείραμα αυτό δίνει τη δυνατότητα μελέτης ενός δικτύωματος, τόσο ισοστατικού όσο και υπερστατικού. Όπως φαίνεται και στις παρακάτω εικόνες υπάρχει ένα επιπλέον μέλος (ράβδος) το οποίο μπορεί να αποσυνδεθεί από το δίκτυωμα μέσω του ειδικού περιστροφικού διακόπτη. Το δίκτυωμα στηρίζεται σε ολόκληρο το πλαίσιο με μία άρθρωση και μία κύλιση.



Εικόνα 1: Πείραμα δικτυώματος.

Εφαρμόζονται κατακόρυφα φορτία χρησιμοποιώντας τη δυναμοκυψέλη η οποία ηλεκτρονικά μετράει και εμφανίζει το φορτίο κατά τη διάρκεια του πειράματος. Η παραμόρφωση (βύθιση) του φορέα μετράται από το ψηφιακό μηκυνσιόμετρο. Κάθε ένα από τα μέλη του δικτυώματος έχει ένα είδος αισθητήρα κολλημένο στην επιφάνεια του, οι οποίοι μετρούν τη δύναμη των μελών και ονομάζονται **“Strain Gauges”**. Τα **“Strain Gauges”** είναι αισθητήρες που ενδέχεται να έχουν αλλαγές στην ηλεκτρική αντίσταση όταν θλίβονται ή εφελκύνονται. Η αλλαγή αυτή στην

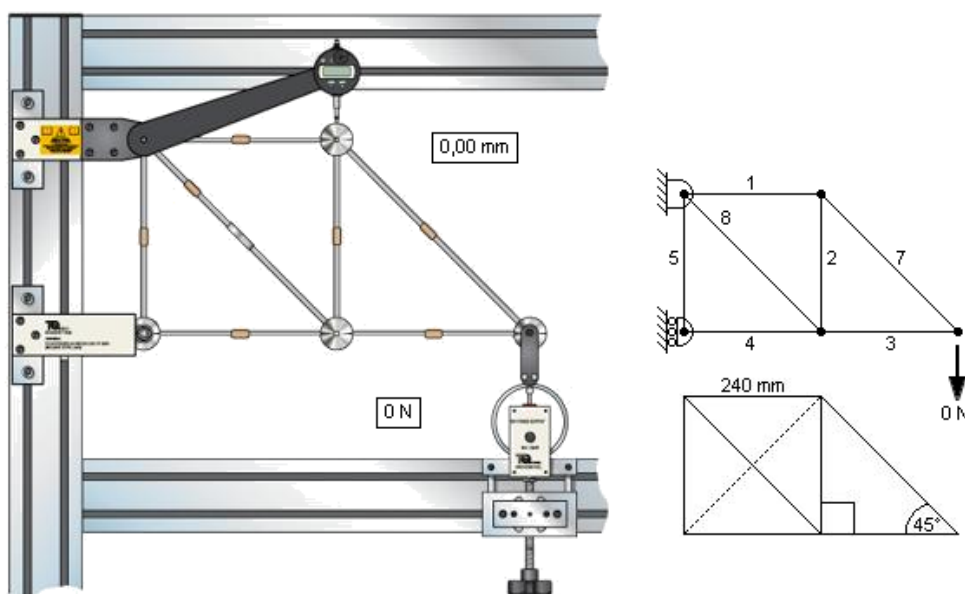
ηλεκτρική αντίσταση μπορεί να μεταφραστεί ως παραμόρφωση. Τα "**Strain Gauges**" συγκολλούνται στην επιφάνεια των ράβδων του δικτυώματος έτσι όταν μία ράβδος υποστεί θλίψη ή εφελκυσμό το strain gauge να θλίβεται ή να εφελκύεται με τον ίδιο τρόπο. Υπάρχουν τέσσερα strain gauges σε κάθε μέλος. Χρησιμοποιώντας τις παραμορφώσεις και γνωρίζοντας τη ροπή αδράνειας και το μέτρο ελαστικότητας μπορείτε να υπολογίσετε τις δυνάμεις κάθε μέλους. Η τεχνική των strain gauges είναι από τις πιο διαδεδομένες στην επιστήμη των μηχανικών και μέσα από αυτό το πείραμα μπορείτε να καταλάβετε τη φιλοσοφία τους.



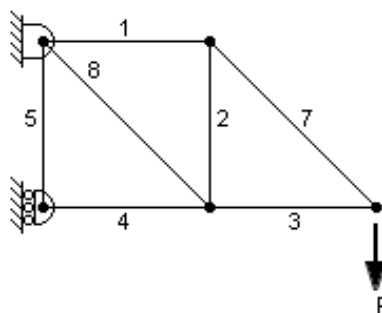
Εικόνα 2: Διάταξη δικτυώματος.

## Πείραμα 1: Δυνάμεις σε στατικά ορισμένο δικτύωμα πρόβολο.

Σε αυτό το πείραμα θα εξετασθεί το δικτύωμα χωρίς την εισαγωγή της επιπλέον ράβδου 6 (χαλαρώνοντας επαρκώς τον κοχλία περισφίξης της), όπως φαίνεται στην Εικόνα 3, κάνοντας το πλαίσιο στατικά προσδιορισμένο (ισοστατικό) και επιτρέποντας να χρησιμοποιήσουμε τη **μέθοδο των κόμβων** για τον υπολογισμό του δικτυώματος. (**Παρατήρηση:** δεν υπάρχει ενεργά πιο μεγάλο σε μήκος μέλος του δικτυώματος, όπως δείχνει το πρότυπο διάγραμμα στην Εικόνα 3).



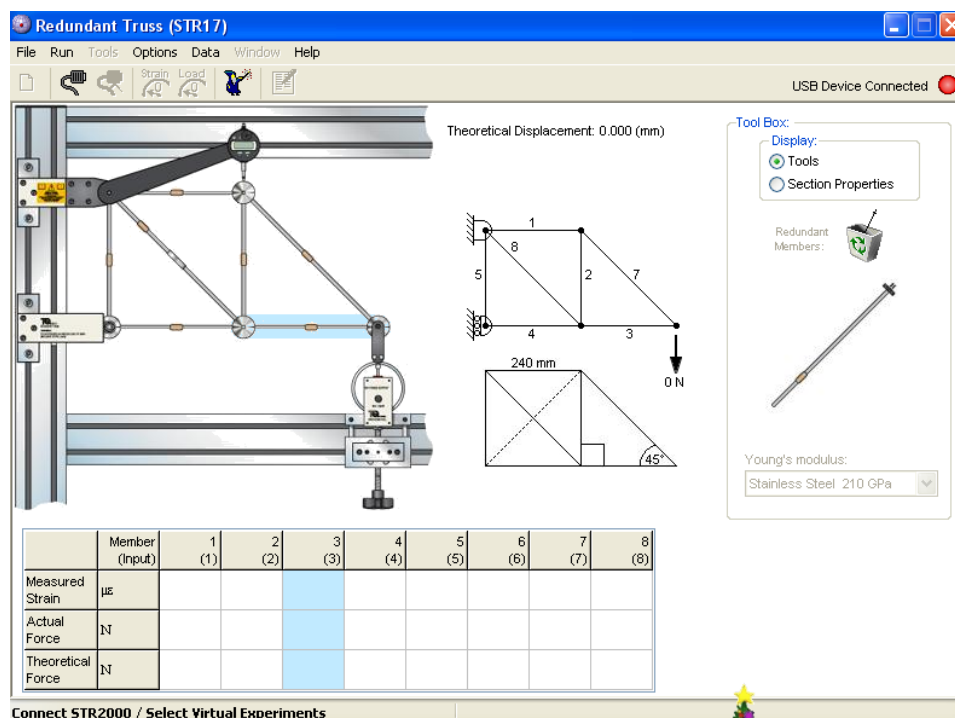
Εικόνα 3: Διάταξη πειράματος 1.



Εικόνα 4: Τυπικό δικτύωμα-πρόβολος.

Με το που ενεργοποιούμε ηλεκτρικά το σύστημα του δικτυώματος και των περιφερειακών μονάδων ανάκτησης δεδομένων ταυτόχρονα φορτώνουμε και το λογισμικό επεξεργασίας των δεδομένων στον Η/Υ που ευρίσκεται δίπλα στο σύστημα του δικτυώματος. Η πρώτη οθόνη που εμφανίζεται στον Η/Υ με το που

φορτώνεται το πρόγραμμα επεξεργασίας των δεδομένων είναι αυτή που εμφανίζεται στην Εικόνα 5.



Εικόνα 5: Αρχική οθόνη προγράμματος Η/Υ για την επεξεργασία των δεδομένων.

Εφαρμόζουμε μία προκαταρκτική φόρτιση στο σύστημα φόρτισης της δυναμοκυψέλης ώστε η δύναμη της ράβδου 7 να έχει τιμή περίπου 100 N. Ενεργοποιώντας την εντολή RECORD DATA από το menu του προγράμματος του Η/Υ εμφανίζονται αυτόματα στην οθόνη του Η/Υ (Εικόνα 6) σε κατάλληλα διαμορφωμένη σε Πίνακα μορφή οι τιμές των δυνάμεων του κάθε μέλους του δικτυώματος που αντιστοιχούν στην προκαταρκτική δύναμη περίπου των 100 N. Οι τιμές των δυνάμεων (Experimental Forces) που εμφανίζονται στην οθόνη προκύπτουν από την επεξεργασία των δεδομένων παραμόρφωσης (Experimental strain) όπως καταγράφονται ακριβώς στους αισθητήρες παραμόρφωσης («Strain Gauges») και στην εν συνεχεία επεξεργασία τους με κατάλληλους αριθμητικούς μετασχηματισμούς. Καταγράφονται από τους φοιτητές οι πραγματικές αυτές τιμές των δυνάμεων για περαιτέρω επεξεργασία στην μορφή του Πίνακα 1 (**ΒΗΜΑ 1**).

| Cantilever Truss                                                                        |              |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |              |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------|----------|
| Member Strains in Cantilever Truss, Experimental values - Statically Determinate system |              |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |              |          |
| Load                                                                                    | Displacement | Experimental Strain 1 | Experimental Strain 2 | Experimental Strain 3 | Experimental Strain 4 | Experimental Strain 5 | Experimental Strain 6 | Experimental Strain 7 | Experimental Strain 8 | Rod Diameter | Material |
| N                                                                                       | mm           | με                    | με                    | με                    | με                    | με                    | με                    | με                    | με                    | mm           | GPa      |
| 2                                                                                       | -0,111       | -47,1                 | -26,6                 | 27,7                  | -1,0                  | -36,6                 | ---                   | -17,0                 | 30,8                  | 6,00         | 210,0    |
| Member Forces in Cantilever Truss, Experimental values - Statically Determinate system  |              |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |              |          |
| Load                                                                                    | Displacement | Experimental Force 1  | Experimental Force 2  | Experimental Force 3  | Experimental Force 4  | Experimental Force 5  | Experimental Force 6  | Experimental Force 7  | Experimental Force 8  | Rod Diameter | Material |
| N                                                                                       | mm           | N                     | N                     | N                     | N                     | N                     | N                     | N                     | N                     | mm           | GPa      |
| 2                                                                                       | -0,111       | -279,9                | -157,3                | 163,9                 | -6,2                  | -217,3                | ---                   | -101,2                | 182,9                 | 6,00         | 210,0    |

Εικόνα 6: Οθόνη προγράμματος Η/Υ για την καταγραφή των δεδομένων των δυνάμεων.

Μηδενίζουμε την ένδειξη του φορτίου στην δυναμοκυψέλη περιστρέφοντας κατάλληλα τον δακτύλιο μηδενισμού του φορτίου ενώ ταυτόχρονα μηδενίζουμε προσεκτικά και τις ενδείξεις του ψηφιακού μηκυνσιόμετρου, πατώντας δύο φορές το κουμπί SET που ευρίσκεται πάνω στο μηκυνσιόμετρο.

Στην συνέχεια, αυξάνεται το φορτίο μονοσήμαντα κατά 50 N κάθε φορά (υπάρχοντας βεβαίως ήδη στο σύστημα των ράβδων του δικτυώματος της προκαταρκτικής φόρτισης των περίπου 100 N) με την σειρά που φαίνεται στον Πίνακα 2. Καταγράφονται από τους φοιτητές : α) οι δυνάμεις που εμφανίζονται στην οθόνη του Η/Υ με την ενεργοποίηση της εντολής RECORD DATA, κάθε φορά που αυξάνουμε το φορτίο και β) οι ενδείξεις του ψηφιακού μηκυνσιόμετρου (που αντιστοιχούν στις βυθίσεις του δικτυώματος).

| Ράβδος     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Φορτίο (N) |   |   |   |   |   |   |   |   |

Πίνακας 1: Υπάρχουσες δυνάμεις μελών.

Συμπληρώνεται από τους φοιτητές ο Πίνακας 3 για τις τελικές δυνάμεις που είναι και οι πραγματικές, που εισάγονται με την αύξηση κάθε φορά του φορτίου κατά 50 N, αφαιρώντας από τις δυνάμεις του Πίνακα 2 τις αρχικές δυνάμεις που προκύπτουν από την προκαταρκτική φόρτιση, όπως αυτές εμφανίζονται στον Πίνακα 1 (**ΒΗΜΑ 2**).

| Φορτίο (N) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Ενδείξεις Ψηφιακού μηκυνσιόμετρου (mm) |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----------------------------------------|
| 0          |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |
| 50         |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |
| 100        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |
| 150        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |
| 200        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |
| 250        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                        |

Πίνακας 2: Δυνάμεις μελών και βυθίσεις.

| Φορτίο<br>(N) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0             |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 50            |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 100           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 150           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 200           |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 250           |   |   |   |   |   |   |   |   |

Πίνακας 3: Πραγματικές δυνάμεις πειράματος.

### Παρουσίαση αποτελεσμάτων 1<sup>ου</sup> Πειράματος.

Ζητείται να γραφεί Τεχνική Έκθεση όπου :

- 1) Θα περιγραφεί αναλυτικά το 1<sup>ο</sup> Πείραμα του ισοστατικού δικτυώματος.
- 2) Θα παρουσιασθούν τα δεδομένα των καταγραφών σε Πίνακες σύμφωνα με τα ΒΗΜΑΤΑ 1 και 2.
- 3) Αφού επιλεγεί ένα μέλος του δικτυώματος (εκτός από το μέλος 6) να σχεδιασθεί η γραφική παράσταση της μεταβολής των πραγματικών δυνάμεων του μέλους που επιλέχθηκε με βάση τις τιμές του Πίνακα 3 καθώς και τις τιμές των δυνάμεων του ίδιου μέλους με βάση τις τιμές του Πίνακα 2 και να συγκριθούν τα αποτελέσματα. Οι δύο γραφικές παραστάσεις να γίνουν σε ένα γράφημα. Να σχολιασθεί το γράφημα.
- 4) Σε ένα άλλο γράφημα να γίνουν τα ίδια με το ερώτημα 3 συγκεκριμένα όμως μόνο για το μέλος 5 του δικτυώματος. Τι παρατηρείται όσον αφορά την δύναμη του μέλους 5 του δικτυώματος ;
- 5) Να γίνει γραφική παράσταση της μεταβολής του φορτίου και της βύθισης του δικτυώματος (ένδειξη του ψηφιακού μηκυνσιομέτρου). Τι παρατηρείτε από τα διαγράμματα σας; Υπάρχει κάποια σχέση με τα προηγούμενα διαγράμματα;
- 6) Οι πειραματικές τιμές των δυνάμεων που αναπτύσσονται σε όλα τα μέλη του δικτυώματος για φόρτιση 200N (συμπεριλαμβανομένης της προκαταρκτικής φόρτισης των περίπου 100 N) όπως ήδη έχουν καταγραφεί στον Πίνακα 3 (στην τελευταία γραμμή των 200N) να εισαχθούν στη 1<sup>η</sup> στήλη του Πίνακα 4. Στην συνέχεια, με την βοήθεια της μεθόδου των κόμβων, όπως έχει παρουσιασθεί στις διαλέξεις του μαθήματος, να υπολογισθούν θεωρητικά οι δυνάμεις όλων των ράβδων του δικτυώματος για φόρτιση του δικτυώματος με την παραπάνω δύναμη των 200N (συμπεριλαμβανομένης και πάλι της προκαταρκτικής φόρτισης των περίπου 100N). Αφού εισαχθούν τα θεωρητικά αποτελέσματα των δυνάμεων στην 2<sup>η</sup> στήλη του Πίνακα 4 να γίνει σχολιασμός των καταγραφών του Πίνακα 4.
- 7) Από τον σχολιασμό του Πίνακα 4 να εξαχθεί συμπέρασμα για την ακρίβεια των καταγραφών των strain gauges και της αποτελεσματικότητας των αισθητήρων

αυτών στην πειραματική μέτρηση των πραγματικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στις κατασκευές.

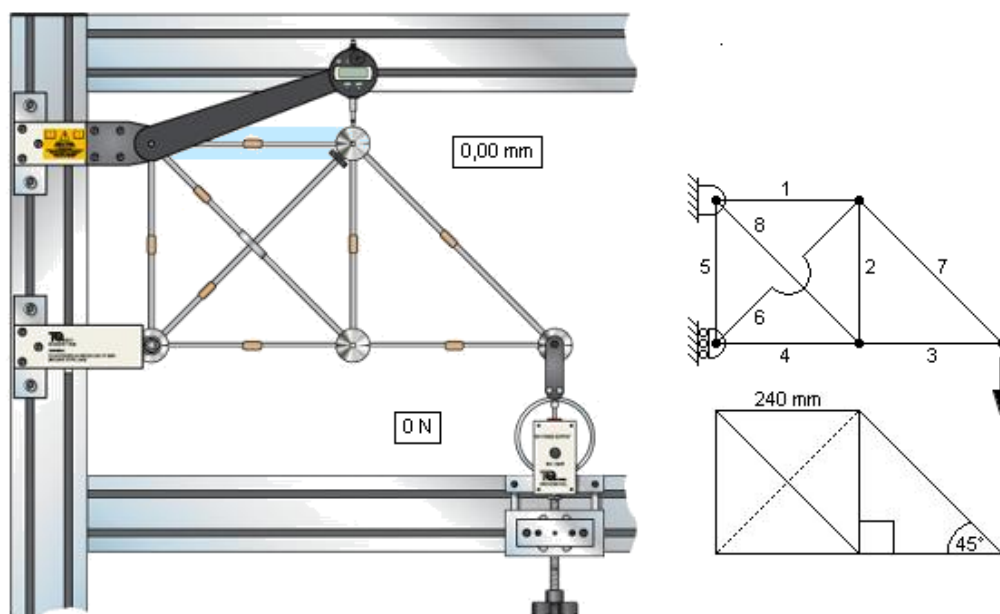
8)

| Ράβδος | Πειραματική δύναμη (N) | Θεωρητική δύναμη (N) |
|--------|------------------------|----------------------|
| 1      |                        |                      |
| 2      |                        |                      |
| 3      |                        |                      |
| 4      |                        |                      |
| 5      |                        |                      |
| 6      |                        |                      |
| 7      |                        |                      |
| 8      |                        |                      |

Πίνακας 4: Πειραματικές και θεωρητικές τιμές στο δικτύωμα πρόβολο.

## Πείραμα 2: Δυνάμεις σε υπερστατικό δικτύωμα.

Σε αυτό το πείραμα θα γίνει μελέτη του ίδιου δικτυώματος με το 1<sup>ο</sup> Πείραμα, αλλά με ένα επιπλέον μέλος να περιλαμβάνεται στο δικτύωμα. Αυτό σημαίνει ότι το δικτύωμα δεν θα είναι πλέον ισοστατικό, αλλά υπερστατικό. Για να εισαχθεί και το επιπλέον μέλος 6 στο ήδη υπάρχον δικτύωμα και για να αποφευχθεί η βλάβη του εξοπλισμού, περισφίγγεται με τα χέρια ο περιστροφικός διακόπτης στο σημείο που εξέχει το επιπλέον μέλος. **Δεν γίνεται χρήση οποιουδήποτε εργαλείου για το σφίξιμο του περιστροφικού διακόπτη.**



Εικόνα 6: Διάταξη πειράματος 2.

Στην συνέχεια όπως και στο προηγούμενο πείραμα εφαρμόζεται προκαταρκτική φόρτιση, τέτοια ώστε η ράβδος 7 να έχει εμφανίζει στην οθόνη του προγράμματος επεξεργασίας των δεδομένων στον Η/Υ πραγματική δύναμη ίση περίπου με 100 N.

Όλα τα άλλα βήματα (**ΒΗΜΑ 3 και 4**) στην συνέχεια είναι ακριβώς ίδια με αυτά του 1<sup>ου</sup> Πειράματος (**ΒΗΜΑ 1 και 2**, αντίστοιχα) και έτσι τελικά καταγράφονται τα δεδομένα που προκύπτουν στους Πίνακες 5-7 οι κατασκευάζονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και μεθοδολογία που ακολουθήθηκαν για την κατασκευή των Πινάκων 1-3 με την διαφορά ότι το δικτύωμα με την εισαγωγή του μέλους 6 έχει μετατραπεί πλέον σε υπερστατικό.

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ :** Τα αποτελέσματα για τις τιμές μηδενισμού του φορτίου (Πίνακας 5) θα είναι διαφορετικά από αυτά του 1<sup>ου</sup> Πειράματος (Πίνακας 1) λόγω της ανακατανομής των δυνάμεων στο δικτύωμα που προκύπτει από το επιπλέον μέλος.

| Ράβδος     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Φορτίο (N) |   |   |   |   |   |   |   |   |

Πίνακας 5: Υπάρχουσες δυνάμεις μελών.

| Φορτίο (N) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Ενδείξεις Ψηφιακού μετρητή (mm) |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------------------------------|
| 0          |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |
| 50         |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |
| 100        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |
| 150        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |
| 200        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |
| 250        |   |   |   |   |   |   |   |   |                                 |

Πίνακας 6: Δυνάμεις ράβδων και βυθίσεις.

| Φορτίο (N) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0          |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 50         |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 100        |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 150        |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 200        |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 250        |   |   |   |   |   |   |   |   |

Πίνακας 7: Πραγματικές δυνάμεις 2<sup>ου</sup> πειράματος.

### Παρουσίαση αποτελεσμάτων 2<sup>ου</sup> Πειράματος.

Ζητείται να συμπληρωθεί η Τεχνική Έκθεση του 1<sup>ου</sup> πειράματος με τα παρακάτω:

- 1) Να περιγραφεί αναλυτικά το 2<sup>ο</sup> Πείραμα του υπερστατικού δικτύωματος.
- 2) Να παρουσιασθούν τα δεδομένα των καταγραφών σε Πίνακες σύμφωνα με τα ΒΗΜΑΤΑ 3 και 4.
- 3) Για το μέλος 8 του υπερστατικού δικτύωματος να σχεδιασθεί η γραφική παράσταση της μεταβολής των πραγματικών δυνάμεων του με βάση τις τιμές του Πίνακα 7 καθώς και τις τιμές των δυνάμεων του ίδιου μέλους με βάση τις τιμές του Πίνακα 6 και να συγκριθούν τα αποτελέσματα. Οι δύο γραφικές παραστάσεις να γίνουν σε ένα γράφημα. Να σχολιασθεί το γράφημα. Να συγκριθούν οι τιμές των δυνάμεων του μέλους 8 όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 7 με αυτές του Πίνακα 3.
- 4) Σε ένα άλλο γράφημα να γίνουν τα ίδια με προηγουμένως συγκεκριμένα όμως μόνο για το μέλος 5 του δικτύωματος. Τι παρατηρείται όσον αφορά την δύναμη του μέλους 5 στο υπερστατικό δίκτυωμα σε σχέση με την δύναμη του ίδιου μέλους στο ισοστατικό δίκτυωμα.
- 5) Οι πειραματικές τιμές των δυνάμεων που αναπτύσσονται σε όλα τα μέλη του ισοστατικού και του υπερστατικού δικτύωματος για φόρτιση 200N (συμπεριλαμβανομένης της προκαταρκτικής φόρτισης των περίπου 100 N) όπως ήδη έχουν καταγραφεί στον Πίνακα 3 και στον Πίνακα 7 (στις γραμμές των 200N) να εισαχθούν στις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα 8. Να συγκριθούν οι τιμές αυτές των δυνάμεων σε όλα τα μέλη και να σχολιασθούν ως προς την οικονομικότητα και την αύξηση του συντελεστού ασφάλειας που εισάγεται ή όχι λόγω της κατασκευής υπερστατικών κατασκευών σε σχέση με τις αντίστοιχες ισοστατικές.

| Ράβδος | Πειραματική δύναμη (N)<br>στο ισοστατικό δίκτυωμα | Πειραματική δύναμη (N)<br>στο υπερστατικό δίκτυωμα |
|--------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1      |                                                   |                                                    |
| 2      |                                                   |                                                    |
| 3      |                                                   |                                                    |
| 4      |                                                   |                                                    |
| 5      |                                                   |                                                    |
| 7      |                                                   |                                                    |
| 8      |                                                   |                                                    |

Πίνακας 8: Πειραματικές τιμές στις ράβδους στο υπερστατικό και στο ισοστατικό δίκτυωμα.





**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ  
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

***ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ  
«ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ – ΣΤΑΤΙΚΗΣ»***

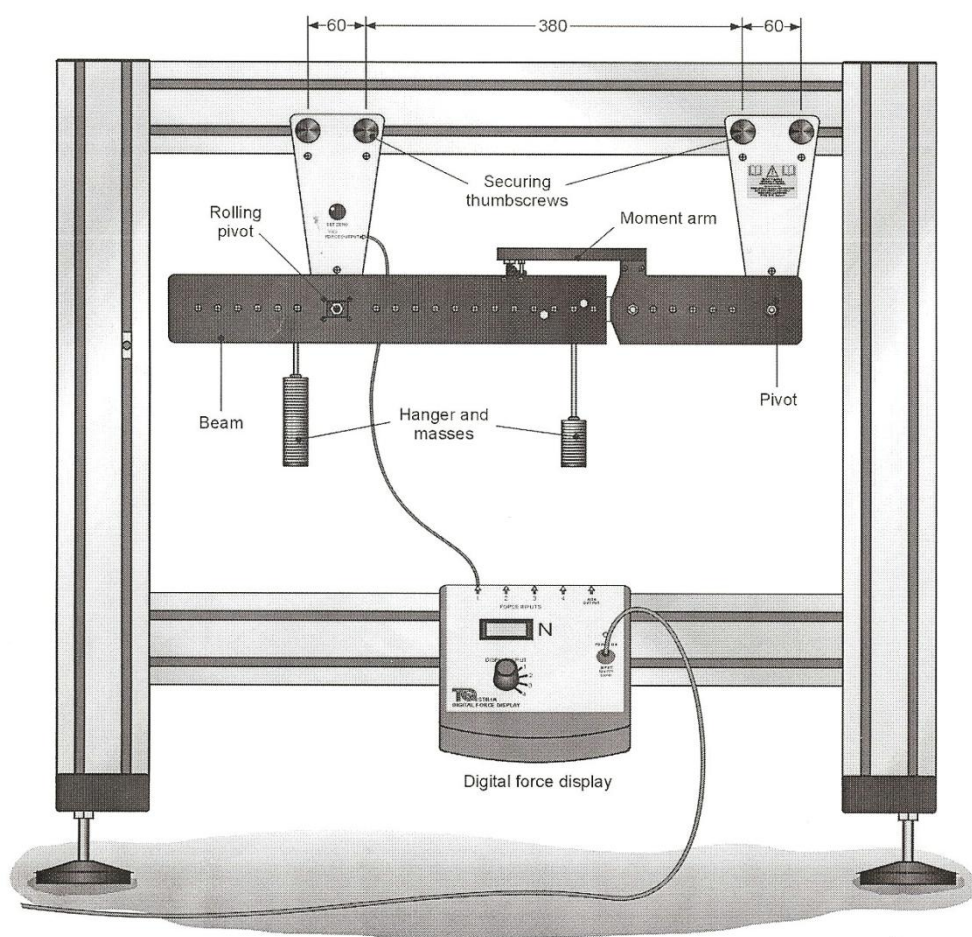
***ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 3***

***«Ροπές κάμψης σε δοκούς»***

## Σκοπός της άσκησης

Με το πείραμα του πειραματικού υπολογισμού της ροπής κάμψης σε μία δοκό επιτυγχάνεται μία οπτική απεικόνιση αλλά και πειραματική απόδειξη της βασικής θεωρίας των καμπτικών ροπών. Έτσι ο φοιτητής αποκτά ένα σημαντικό υπόβαθρο για να προχωρήσει στην κατανόηση περαιτέρω εννοιών πολύ χρήσιμων στην Στατική των Κατασκευών αλλά και παραπέρα στην Αντοχή των Υλικών.

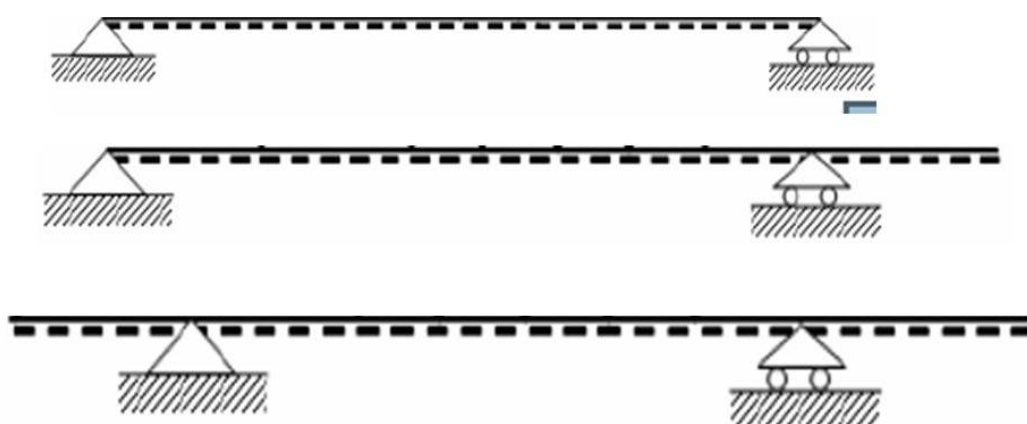
Ειδικότερα ο στόχος της άσκησης είναι η κατανόηση της λειτουργίας μία ισοστατικής μονοπροέχουσας δοκού στην οποία εφαρμόζονται κατά μήκος φορτία συγκεντρωμένα ή ομοιόμορφα κατανεμημένα και ο υπολογισμός των καμπτικών ροπών που αναπτύσσονται σε τομές κατά μήκος της, με πειραματικό τρόπο, καθώς και από την αναλυτική επίλυση. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη της Εικόνας 1.



Εικόνα 1: Πειραματική διάταξη για την ανάλυση των καμπτικών ροπών σε δοκούς.

## Θεωρητικό υπόβαθρο

Βασικό χαρακτηριστικό εξασφάλισης για κάθε κατασκευή αποτελεί η ευστάθειά της, που στη μηχανική επιτυγχάνεται με την ισοστατική στήριξή της. Όπως έχει αναλυθεί στις διαλέξεις του μαθήματος της Στατικής αλλά και στην προηγούμενη εργαστηριακή άσκηση των «Ισοστατικών και Υπερστατικών Δοκών» μία απλή ευθύγραμμη δοκός στηρίζεται ισοστατικά όταν διαθέτει τουλάχιστον μία άρθρωση και μία κύλιση (δηλ. συνολικά τρεις βαθμούς ελευθερίας). Με αυτό τον τρόπο η διάταξη της δοκού είναι ευσταθής γιατί υπάρχει κίνηση που μπορεί να συμβεί ελεύθερα. Στο σχήμα 2 παρουσιάζεται η πιο απλή μορφή ισοστατικά στηριζόμενης δοκού, μία μονοπροέχουσα και αμφιπροέχουσα δοκός.



Σχήμα 2: Απλά ισοστατικά στηριζόμενες δοκοί.

Για τον υπολογισμό των αντιδράσεων για προβλήματα επίπεδων κατασκευών διαθέτουμε τρεις εξισώσεις ισορροπίας από τις οποίες ο πιο συνήθης συνδυασμός εξισώσεων είναι για το επίπεδο x-y:

α) οι δύο εξισώσεις ισορροπίας των προβολών των δυνάμεων στο επίπεδο x-y :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad (1)$$

β) η εξίσωση ισορροπίας των ροπών των δυνάμεων ως προς ένα τυχαίο σημείο:

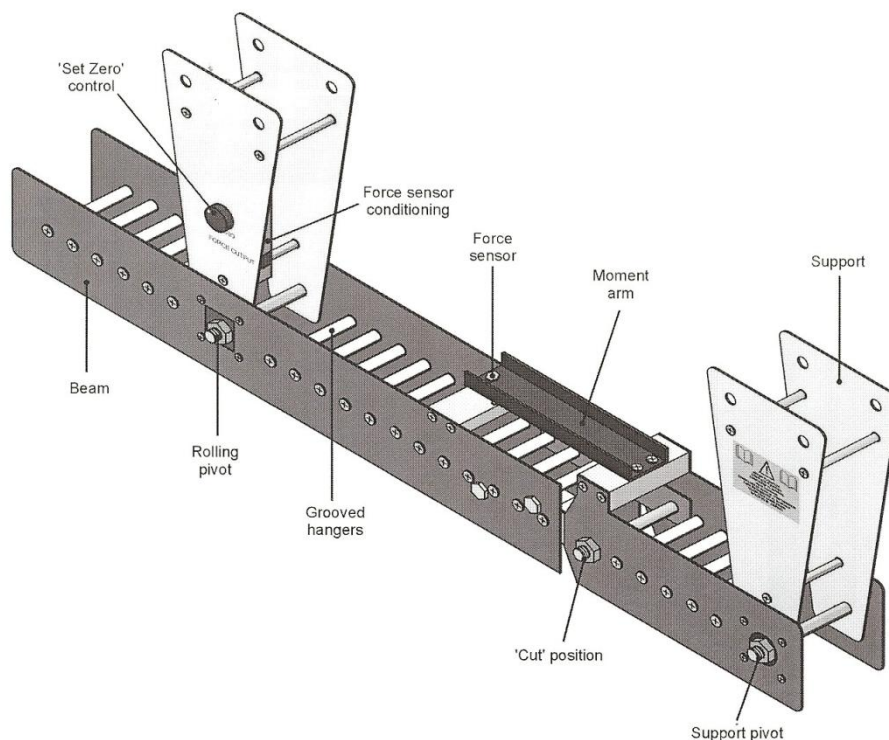
$$\Sigma M_z = 0 \quad (2)$$

Οι εξισώσεις αυτές αποτελούν σύστημα με το οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε τρία άγνωστα μεγέθη αντιδράσεων.

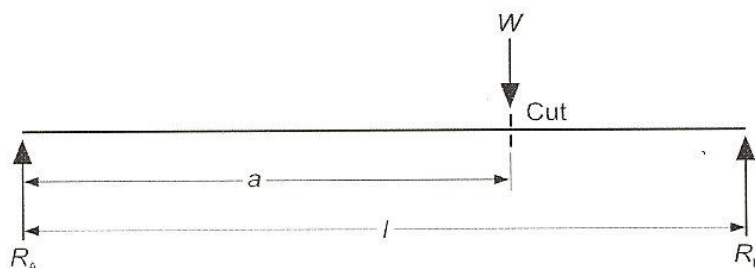
Επομένως, όταν οι στηρίξεις ενός φορέα εμφανίζουν μέχρι τρεις άγνωστες αντιδράσεις, είναι δυνατόν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τις τρεις εξισώσεις ισορροπίας.

### Πειραματική διάταξη και διαδικασία πειράματος

Για την εκτέλεση της άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη της Εικόνας 1 που αναπαριστάει μία δοκό που στηρίζεται σε δύο στηρίξεις. Στην αριστερή στήριξη υπάρχει μία **κύλιση (rolling pivot)** ενώ στην δεξιά στήριξη υπάρχει **άρθρωση (support pivot)**. Η δοκός αυτή προσαρμόζεται-στηρίζεται στο ειδικά κατασκευασμένο αλουμινένιο πλαίσιο που φαίνεται στο σχήμα 1. Το φυσικό μοντέλο του διαγράμματος ελεύθερου σώματος (ΔΕΣ) της δοκού στο πείραμα αυτό φαίνεται στην Εικόνα 3.



Εικόνα 2 : Δοκός του πειράματος.

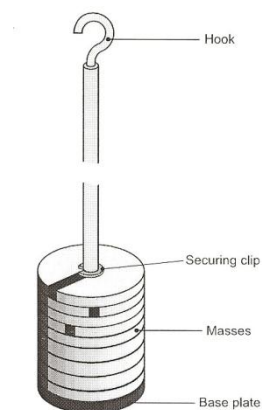


Εικόνα 3: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος της δοκού του πειράματος ( $l=0.44\text{m}$ ,  $a=0.30\text{m}$ .)

### Περιγραφή πειραματικής διάταξης

Το βασικό σημείο πάνω στο οποίο στηρίζεται όλο το πείραμα είναι η ύπαρξη μία πραγματικής εγκάρσιας ως προς τον άξονα της δοκού τομής (**Cut**) που χρησιμεύει όπως αναπτύσσεται στις διαλέξεις του μαθήματος για την εύρεση της καταπόνησης που αναπτύσσεται στο εσωτερικό της πειραματικής δοκού λόγω της ροπής κάμψης. Στο χαρακτηριστικό αυτό σημείο '**Cut position**' της τομής γίνονται όλοι οι υπολογισμοί του πειράματος. Για την αποφυγή κατάρρευσης της δοκού στο σημείο αυτό υπάρχει ένας ευθύγραμμος βραχίονας (**Moment arm**) που γεφυρώνει την τομή '**cut**'- (Εικόνα 2) ο οποίος ταυτόχρονα διαθέτει και κατάλληλο αισθητήρα δύναμης (**Force sensor**) για να καταγράφει την δύναμη αντίδρασης που αναπτύσσεται ώστε να κρατιέται στην θέση του ο βραχίονας με αποτέλεσμα γνωρίζοντας το μήκος του βραχίονα της δύναμης αντίδρασης (**125 mm**) να μπορεί να υπολογισθεί η ροπή κάμψης ακριβώς πάνω στην θέση της τομής (**cut position**).

Η δοκός είναι εφοδιασμένη ανά 20mm κατά μήκος με θέσεις κρέμασης για την τοποθέτηση βαρών σαν συγκεντρωμένα φορτία υπό μορφή δίσκων με μάζα 10 gr έκαστος. Αυτό δίνει μέγιστη ευλυγισία και ευκολία στην πειραματική επεξεργασία γιατί μπορούν να παρασταθεί πειραματικά οποιοσδήποτε συνδυασμός συγκεντρωμένων φορτίων μέχρι 500 gr σε κάθε θέση κρέμασης της δοκού. Στη Εικόνα 3 φαίνεται μία λεπτομέρεια της διάταξης κρέμασης των δίσκων-μαζών με το απαραίτητο άγκιστρο (**hook**) και το **clip** ασφαλείας. Καθώς η δοκός κρεμάται από το πάνω μέρος του πλαισίου, τα βάρη κρέμονται προς τα κάτω και η δοκός παραμένει εντελώς οριζόντια σε σχέση με τα βάρη.

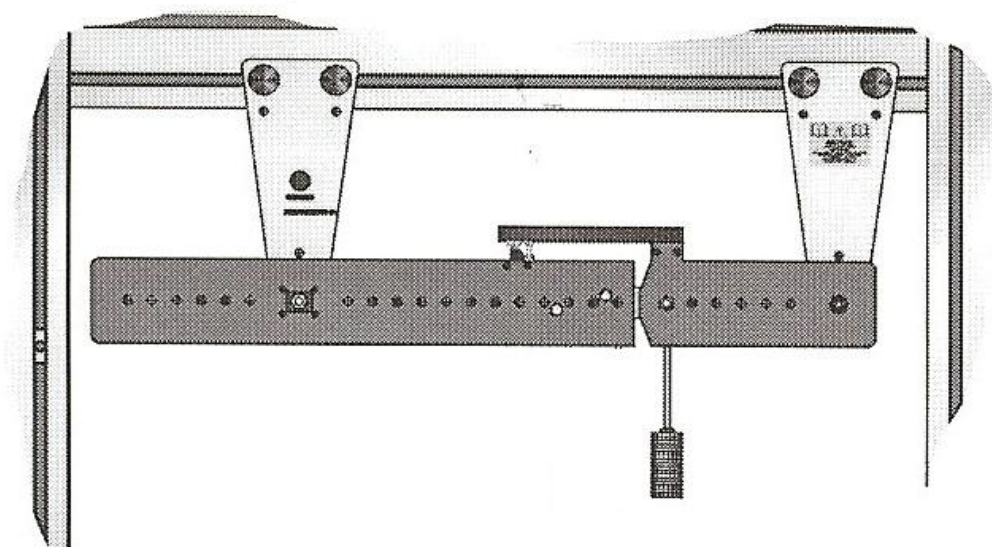


Εικόνα 3: λεπτομέρεια της διάταξης κρέμασης των δίσκων-μαζών στην πειραματική δοκό.

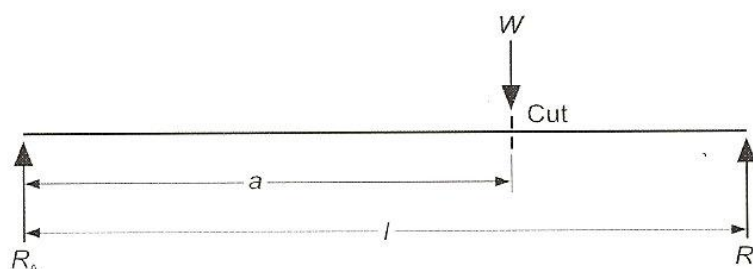
Μία ειδική ψηφιακή συσκευή (**digital force display**) προσαρμόζεται στο πλαίσιο ώστε να παρέχει τις ενδείξεις της δύναμης αντίδραση του βραχίονα της ροπής, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, κατά την διάρκεια των εκτελούμενων πειραμάτων. Όλες οι συσκευές συνδέονται με υπολογιστή μέσω ειδικής μονάδας αυτόματης συσκευής επεξεργασίας δεδομένων.

### Πείραμα 1: Μεταβολή της καμπτικής ροπής στο σημείο εφαρμογής του φορτίου.

Με αυτό το πείραμα διερευνάται κατά πόσο μεταβάλλεται η καμπτική ροπή που μετράται ακριβώς πάνω στο σημείο εφαρμογής του φορτίου. Στην Εικόνα 5 παρουσιάζεται το διάγραμμα ελεύθερου σώματος της δοκού στο Πείραμα 1.



Εικόνα 4: Φόρτιση δοκού στο σημείο τομής (cut position).



Εικόνα 5: ΔΕΣ δοκού στο Πείραμα 1 ( $l=0.44\text{m}$ ,  $a=0.30\text{m}$ ).

Η σχέση που χρησιμοποιείται στο πείραμα αυτό για την Ροπή Κάμψης (Bending Moment) στην τομή BM (at cut) που προκύπτει από την ισορροπία του δεξιού ή του αριστερού τμήματος της δοκού ισούται με:

$$BM(at\ cut) = W \frac{(l-a)}{l} \cdot a \quad (3)$$

Στον Πίνακα 1 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι απαραίτητες μετατροπές της μάζας (grams) σε φορτίο (Newtons).

| Μάζα (grams) | Φορτίο (Newtons) |
|--------------|------------------|
| 100          | 0.98             |
| 200          | 1.96             |
| 300          | 2.94             |
| 400          | 3.92             |
| 500          | 4.90             |

Πίνακας 1: Πίνακας μετατροπής από gr σε N.

Τοποθετείται ένα φορτίο μάζας 100g ακριβώς πάνω στο σημείο της τομής (cut), όπως στην Εικόνα 4. Καταγράφεται στον Πίνακα 2 η δύναμη που καταγράφεται από τον αισθητήρα δύναμης (force sensor) στον βραχίονα της ροπής κάμψης πάνω στην τομή που εμφανίζεται σαν ψηφιακή ένδειξη στην οθόνη του ψηφιακού δυναμομέτρου αφού βεβαίως προηγηθεί η απαραίτητη μετατροπή των μονάδων όπως στον Πίνακα 1. Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία χρησιμοποιώντας τις ενδεικτικές μάζες των 200 g, 300 g, 400 g, 500 g.

Στη συνέχεια, γίνεται μετατροπή της μάζας σε φορτίο (N) ενώ η δύναμη αντίδρασης που αναπτύσσεται στον βραχίονα ροπής μετασχηματίζεται σε Πειραματική Καμπτική Ροπή (Nm) στο σημείο της τομής (cut position). Αυτό γίνεται με χρήση της εξίσωσης:

$$\text{Ροπή κάμψης στο σημείο τομής 'cut position' (σε Nm)} = \text{Ψηφιακή Ένδειξη δύναμης αντίδρασης στον βραχίονα της ροπής} \times 0.125$$

Τέλος, με χρήση της εξίσωσης (3) υπολογίζεται η θεωρητική τιμή της ροπής κάμψης στο σημείο της τομής 'cut' και συμπληρώνεται ο Πίνακας 2.

| Μάζα (g) | Φορτίο (N) | Ψηφιακή Ένδειξη δύναμης (N) | Πειραματική καμπτική ροπή (Nm) | Θεωρητική καμπτική ροπή (Nm) |
|----------|------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 0        |            |                             |                                |                              |
| 100      |            |                             |                                |                              |
| 200      |            |                             |                                |                              |
| 300      |            |                             |                                |                              |
| 400      |            |                             |                                |                              |
| 500      |            |                             |                                |                              |

Πίνακας 2: Αποτελέσματα Πειράματος 1.

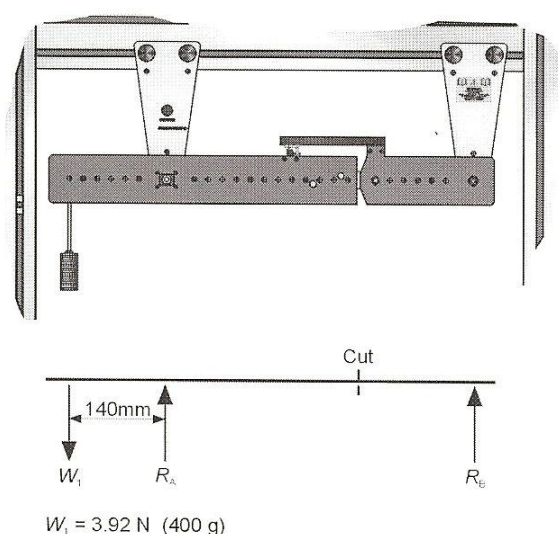
### Παρουσίαση αποτελεσμάτων 1ου Πειράματος.

Ζητείται να γραφεί Τεχνική Έκθεση όπου :

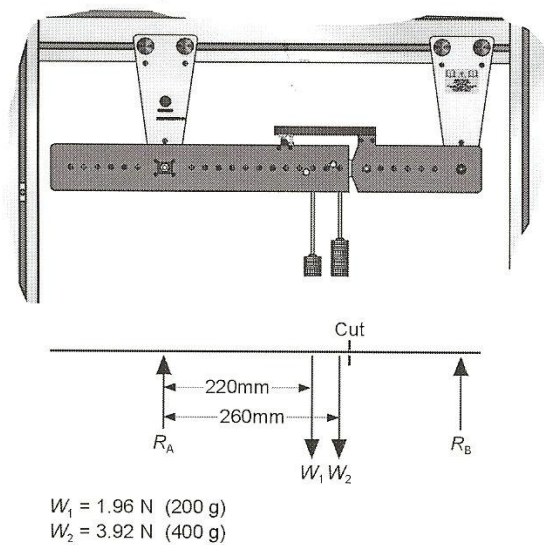
- 1) Θα περιγραφεί αναλυτικά το 1<sup>ο</sup> Πείραμα υπολογισμού της ροπής κάμψης στο σημείο φόρτισης της πειραματικής δοκού.
- 2) Αφού υπολογιστούν από τις αναλυτικές σχέσεις οι θεωρητικές τιμές των καμπτικών ροπών με βάση την εξίσωση (3), να συμπληρωθούν στην τελευταία στήλη του Πίνακα 2 και εν συνεχεία να παρουσιασθούν τα διαγράμματα μεταβολής της πειραματικής και της θεωρητικής καμπτικής ροπής πάνω στην τομή (cut position) της δοκού σε συνάρτηση του φορτίου που εφαρμόζεται στην θέση της τομής. Να γίνει σχολιασμός της μορφής του διαγράμματος και της ακρίβειας ή όχι της εξίσωσης (3) σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα. Μπορεί η εξίσωση (3) που χρησιμοποιούμε στην θεωρία να προβλέψει με ακρίβεια την συμπεριφορά της δοκού;

### Πείραμα 2: Μεταβολή της καμπτικής ροπής σε απόσταση από το σημείο φόρτισης.

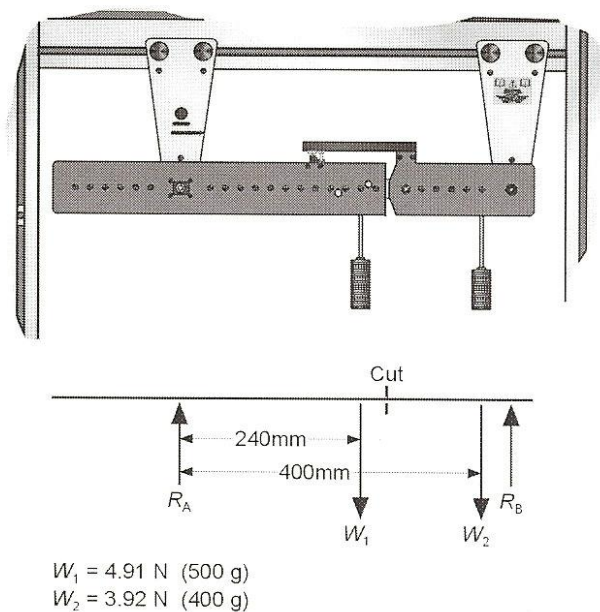
Σε αυτό το πείραμα εξετάζεται πόσο η καμπτική ροπή αλλάζει στο σημείο 'cut' της δοκού για διάφορες συνθήκες φόρτισης, όταν τα φορτία εξασκούνται σε σημεία που ευρίσκονται μακριά από το σημείο μέτρησης της καμπτικής ροπής. Εξετάζονται τρεις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης : α) Ένα συγκεντρωμένο φορτίο πέρα από την αριστερή στήριξη, β) Δύο συγκεντρωμένα φορτία από την ίδια πλευρά της τομής και γ) Δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα σε κάθε πλευρά της τομής. Στις Εικόνες 6, 7 και 8 παρουσιάζονται οι θέσεις φορτίσεων και τα αντίστοιχα διαγράμματα ελεύθερου σώματος.



Εικόνα 6: Περίπτωση φόρτισης με ένα συγκεντρωμένο φορτίο πέρα από την αριστερή στήριξη.



Εικόνα 7: Περίπτωση φόρτισης με δύο συγκεντρωμένα φορτία από την ίδια πλευρά της τομής



Εικόνα 8: Περίπτωση φόρτισης με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα σε κάθε πλευρά της τομής.

Θα γίνει χρήση του θεωρήματος :

**«Η καμπτική ροπή στο σημείο 'cut' είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που προκαλούνται από τα φορτία που δρουν στην αριστερή ή δεξιά πλευρά από το σημείο της τομής (cut)».**

Θα πρέπει κάθε φορά να γίνεται έλεγχος αν η ψηφιακή ένδειξη στο ψηφιακό δυναμόμετρο, που είναι συνδεδεμένο με τον αισθητήρα δύναμης αντίδρασης στον

μοχλοβραχίονα της καμπτικής ροπής στην θέση της τομής, δείχνει μηδέν χωρίς φορτίο.

Στην συνέχεια, φορτίζεται προσεκτικά η δοκός με τα βάρη στις θέσεις κρέμασης που δείχνει η εικόνα 6, χρησιμοποιώντας τα ενδεικτικά φορτία που υποδεικνύονται στον Πίνακα 3. Καταγράφεται η ψηφιακή ένδειξη της δύναμης αντίδρασης στον μοχλοβραχίονα της καμπτικής ροπής όπως στον Πίνακα 3. Η δύναμη αντίδρασης του μοχλοβραχίονα της καμπτικής ροπής υπολογίζεται όπως και στο πείραμα 1 με την εξίσωση:

$$\text{Ροπή κάμψης στο σημείο τομής 'cut position' (σε Nm)} = \text{Ψηφιακή Ένδειξη δύναμης αντίδρασης στον βραχίονα της ροπής} \times 0.125$$

Από τις θεωρητικές εξισώσεις ισορροπίας για την περίπτωση του ΔΕΣ της Εικόνας 6 υπολογίζονται οι θεωρητικές αντιδράσεις στήριξης ( $R_A$  και  $R_B$ ) και στην συνέχεια με τις εξισώσεις ισορροπίας και πάλι υπολογίζεται η θεωρητική καμπτική ροπή στο σημείο 'cut'. Συμπληρώνεται ο Πίνακας 3.

Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία με την δοκό να φορτίζεται όπως στις περιπτώσεις φόρτισης που υποδεικνύονται στην Εικόνα 7 και Εικόνα 8. Συμπληρώνεται σε κάθε περίπτωση φόρτισης και πάλι ο Πίνακας 3.

| Εικόνα | $W_1$ (N) | $W_2$ (N) | Πειραματική δύναμη (N) | Πειραματική καμπτική ροπή (Nm) | $R_A$ (N) | $R_B$ (N) | Θεωρητική καμπτική ροπή (Nm) |
|--------|-----------|-----------|------------------------|--------------------------------|-----------|-----------|------------------------------|
| 6      | 3,92      |           |                        |                                |           |           |                              |
| 7      | 1,96      | 3,92      |                        |                                |           |           |                              |
| 8      | 4,91      | 3,92      |                        |                                |           |           |                              |

Πίνακας 3: Αποτελέσματα πειράματος 2.

### Παρουσίαση αποτελεσμάτων 2ου Πειράματος.

Στην συνέχεια της Τεχνική Έκθεση για το 1<sup>ο</sup> Πείραμα :

- 1) Να περιγραφεί αναλυτικά το 2<sup>ο</sup> Πείραμα υπολογισμού της ροπής κάμψης και στις τρεις παραπάνω διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης της πειραματικής δοκού μακριά από το σημείο μέτρησης της καμπτικής ροπής.
- 2) Αφού υπολογιστούν οι θεωρητικές τιμές των καμπτικών ροπών να συμπληρωθούν στην τελευταία στήλη του Πίνακα 3 και να γίνει σχολιασμός της ακρίβειας των θεωρητικών αποτελεσμάτων σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα. Μπορεί οι εξισώσεις ισορροπίας που χρησιμοποιούμε στην θεωρία να προβλέψει με ακρίβεια την συμπεριφορά της δοκού, ανεξάρτητα της περίπτωσης φόρτισης?